**GHEORGHE ENESCU**

# DICŢIONAR DE LOGICĂ



**EDITURA ŞTIINŢIFICĂ ŞI ENCICLOPEDICĂ**
**Bucureşti — 1985**

Redactare și coordonare lexicografică
PETRE DAN

Coperta și supracoperta: ION MINCU

# PREFAȚĂ

Dicționarul de față constituie un răspuns la necesitățile apărute ca urmare a procesului de logicizare a științelor, dar și la cerințele discursului pragmatic. El permite o orientare rapidă în domeniul complex și vast al logicii contemporane. Ne-am limitat la strictul necesar: termeni, metode, probleme, nu am introdus nume de autori. Logica tradițională, logica simbolică, în general, și logica matematică, în special, constituie compartimentele abordate. Legătura cu lucrările noastre anterioare este evidentă, pe de altă parte însă, au fost necesare multe reformulări, completări și precizări. Adesea o materie care în tratate este prezentată analitic, trebuie să fie tratată aci sintetic.

Articolele de istoria logicii (ex. *doctrina universalelor*) sînt în principal sinteze realizate pe baza lucrării *Dezvoltarea logicii* de Kneale.

În limitele permise de spațiul afectat am dat exemple simple și clare. O atenție specială am acordat în acest sens erorilor de logică extrem de instrnctive pentru gîndirea cnrentă. În același sens am căutat să asociem schemelor logice formulări naturale în limbajul obișnuit.

Nu am considerat necesar să unificăm simbolismul avînd în vedere varietatea de simboluri existentă în literatură. Aceasta face parte, ca să spunem așa, din informație. De altfel, cititorul le va distinge exact sensul după context. Am citat numai acele lucrări de care expunerea a depins în mod nemijlocit. În condițiile răbufnirilor iraționaliste se impune intensificarea educării gîndirii logice. Claritatea, precizia, necontradicția, coerența și întemeierea logică reprezintă aspectele fundamentale ale gîndirii raționale. Logica este, după cum spunea Dimitrie Cantemir, „lumina naturală" a omului. Atacurilor la adresa principiului necontradicției le răspundem cu formula: *a renunța la principiul necontradicției înseamnă a permite totul*, adică haosul gîndirii. Lucrarea se adresează filosofului și matematicianului, literatului și inginerului, omulni teoretic și omului de acțiune

Prof. univ. *GH. ENESCU*
Universitatea București

# ABREVIERI

| | |
|---|---|
| Antiref. | — antireflexivitate |
| Antisym. | — antisimetrie |
| Antitrans. | — antitranzivititate |
| Asym. | — asimetrie |
| FLG | — *FUNDAMENTELE LOGICE ALE GÎNDIRII* de Gh. Enescu |
| FNBG | — forme normale booleene generale |
| FNC | — forme normale conjunctive |
| FNCP | — forme normale conjunctive perfecte |
| FNDP | — forme normale disjunctive perfecte |
| FND | — forme normale disjunctive |
| FN | — forme normale |
| H-A | — axiomatica Hilbert-Ackermann |
| Intrans. | — intranzitivitate |
| Iref. | — ireflexivitate |
| Neref. | — nereflexivitate |
| Nesym. | — nesimetrie |
| Netrans. | — netranzitivitate |
| Ref. | — reflexivitate |
| Sym. | — simetrie |
| TFA | — Teoria funcţiilor de adevăr |
| Trans. | — tranzitivitate |

# A

**A**, literă prin care se simbolizează: **1.** judecățile universal-afirmative de forma „Toți *S* sînt *P*". **2.** judecățile modale cu modusul și dictumul afirmative (Ex. Este *posibil p*).

**AB ESSE AD POSSE VALET CONSEQUENTIA** (lat. „consecința logică de la a exista la a fi posibil este valabilă"), lege a logicii modale simbolizată prin $p \to Pp$ (dacă este adevărat „*p*" este adevărat și „este posibil *p*"). Altfel exprimat de la ceea ce este real se poate conchide faptul că este și posibil. Realitatea unui lucru implică în mod necesar posibilitatea lui.

**AB OPORTERE AD ESSE VALET CONSEQUENTIA** (lat. „consecința logică de la necesar la a fi real este valabilă"). A circulat și formula aparent reciprocă: *unum quodque, quando est, oportere esse* (Leibniz, *Teodiceea*) — cînd ceva este real, este necesar. Hegel a combinat, simplificînd, cele două formule: „tot ce este necesar este real și tot ce este real este necesar". Este vorba de cele două sensuri ale lui necesar „necesar în sens logic" și „necesar de fapt" (în sensul că ceea ce este *nu poate să nu fie*).

**ABSORBȚIE**, proprietate formală a operațiilor, definită astfel:

$$a * (a \circ b) = a.$$

Astfel, în logică avem ca legi de absorbție

$$a \,\&\, (a \vee b) \equiv a.$$
$$a \vee (a \,\&\, b) \equiv a.$$

**ABSTRACTUM PRO CONCRETO** (lat. „abstractul prin concret"), înlocuire a abstractului (generalului) prin concret (particular) în argumentare. Vrînd să se argumenteze în genere se operează în fapt cu exemple (cu cazuri particulare). Este o ilustrare sau, dacă e luată drept o argumentare completă, este o eroare.

**ACCENT LOGIC**, intonație a unei silabe într-un cuvînt sau a unui cuvînt într-o expresie mai complicată astfel că determină sensul cuvîntului, al expresiei. În scris **a. l.** poate fi redat prin poziția cuvîntului, prin subliniere, context sau alte mijloace. De ex. expresiile „*am* puțini bani" și „am *puțini* bani" diferă datorită **a. l.** Prima spune că am ceva bani (= nu sînt lipsit de bani), a doua spune că am insuficient de mulți bani.

**ACOPERIRE**, proprietate a unui implicant $\varphi$ în raport cu un implicat $\psi$ ($\varphi \to \psi$) de a lua valoarea *adevăr* ca și $\psi$ pentru aceeași alegere de valori. Se spune că $\varphi$ acoperă respectiva valoare *adevăr* a lui $\psi$. De ex. *p* acoperă valoarea v a funcției $p \vee q$ pentru alegerile (vv) și (vf), dar nu pentru alegerea (fv).

**ADEVĂR** **1.** În teoria cunoașterii, corespondența ideii cu realitatea, **2.** În logică proprietate a propozițiilor (resp. judecăților), **3.** În TFA, valoare logică (caz particular de obiect abstract) notată cu v. Adevărul ca proprietate a propozițiilor este o proprietate derivată de la relația de corespondență. Proprietatea de adevăr se exprimă prin cuvîntul *adevărat*.

Adevărul unei propoziţii *p* constă în a reda realitatea cu alte cuvinte, în a exprima o stare de fapt reală. În logica funcţiilor de adevăr (TFA) proprietatea de adevăr (ca şi opusul său — *falsul*) este reificată, transformată în obiect abstract. În acest fel, o variabilă propoziţională *p* desemnează obiectul **v** sau **f**. Distincţia între cele două sensuri este evidentă din cele două contexte „*p* are proprietatea adevărat" şi „*p* desemnează valoarea **v**". Există şi alte sensuri ca în contextele: „un lucru adevărat" (= un lucru care *există* în realitate, nu e iluzoriu), „un om adevărat" (= un om *conform cu modelul*), „*x* spune un adevăr" (= *x* spune o *propoziţie adevărată*), „adevăr moral" (= normă morală *acceptată*), „cunoaşterea adevărului obiectiv" (= cunoaşterea realităţii obiective). În logică predicatul adevărat (adevărul) se poate nuanţa: a. *necesar*, a. *contingent*, a. *analitic*, a. *sintetic*, a. *aproximativ* ş.a. Din cauza folosirii aceluiaşi cuvînt „adevăr" (resp. „adevărat") se confundă adesea noţiunea de adevăr din logica bivalentă cu noţiunile de adevăr din logicile polivalente (v. *schema definiţiei adevărului*).

**A DICTO SECUNDUM QUID AD DICTUM SIMPLICITER** (lat. „de la a zice în sens secund la ceea ce e spus în sens simplu"), eroare prin care termenul mediu intră într-o premisă în mod limitat, în alta în mod simplu:

Unii *A* sînt *B* (nedistribuit)
*X* şi *Y* sînt *A* (distribuit)
―――――――――
*X* şi *Y* sînt *B*

**A FORTIORI** (lat. „[pornind] de la ceea ce este preponderent", „cu atît mai mult", „în şi mai mare măsură"), formă de raţionament (*argumentum a fortiori*) bazată pe comparaţie. Are două variante: **1)** dacă ceva mai puţin cert (evident) sau mai puţin riguros a fost acceptat atunci cu atît mai mult ceea ce este mai cert (evident) sau mai riguros trebuie să fie acceptat, **2)** dacă o idee este mai puţin certă (evidentă) sau mai puţin riguroasă decît alta care a fost deja infirmată (negată) atunci cu atît mai mult trebuie să fie infirmată (negată) prima idee. Exemple: a) dacă un om necalificat a putut să construiască această maşină, cu atît mai mult este adevărat că o poate construi un om calificat, b) dacă este fals că Napoleon fără Grouchy a fost învingător la Waterloo, este cu atît mai fals că Grouchy fără Napoleon ar fi cîştigat bătălia de la Waterloo În primul exemplu, se trece de la ideea mai puţin certă că „un om necalificat a putut să construiască această maşină" la ideea mai certă că „un om calificat poate construi o astfel de maşină", iar în exemplul al doilea, de la infirmarea ideii mai de aşteptat („Napoleon fără Grouchy a fost învingător la Waterloo") la infirmarea ideii mai puţin certe („Grouchy fără Napoleon ar fi cîştigat bătălia de la Waterloo"). În sensul raţionamentului *a fortiori* merge şi formularea: ceea ce este mai puţin probabil este mai puţin acceptabil sau cu cît mai probabil cu atît mai mult acceptabil.

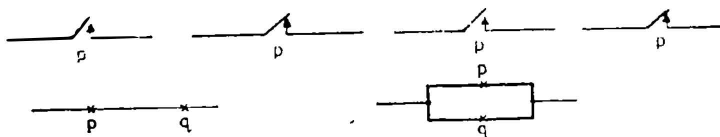
**ALGEBRA LOGICII 1.** Algebră booleeană a logicii (*v. algebră booleană*), **2.** Curent în dezvoltarea logicii iniţiat de G. Boole şi care constă în studiul logicii cu mijloace asemănătoare algebrei matematice obişnuite. Esenţial este în această privinţă introducerea simbolurilor şi a metodelor de calcul (algoritmi).

**ALGEBRA SCHEMELOR CU RELEE ŞI CONTACTE,** aplicaţie a funcţiilor de adevăr la schemele cu relee şi contacte. Valorile logice şi funcţiile $\bar{p}$, $p \& q$, $p \vee q$ se reinterpretează astfel: **v** (adevărul) corespunde con-

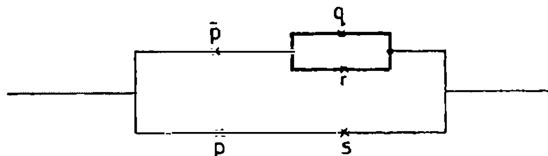
tactului *închis*, f (falsul) corespunde poziției *deschis*, $\bar{p}$ corespunde poziției inverse poziției lui $p$, $p \& q$ corespunde contactelor în serie, iar $p \vee q$ corespunde contactelor în paralel Notînd cu *i*-închis și cu *d*-deschis, putem redefini funcțiile, de ex $p \vee q$

| *p q* | $p \vee q$ |
|---|---|
| *ii* | *i* |
| *id* | *i* |
| *di* | *i* |
| *dd* | *d* |

Scheme




Iată și o schemă mai complexă




Schemele pot fi simplificate cu ajutorul metodelor de *minimizare* (v). Dacă în logică interesează *tautologiile*, evident că aci prezintă interes numai funcțiile realizabile, căci o tautologie ar însemna o schemă care funcționează permanent

**ALGEBRĂ BOOLEANĂ,** *latice* (v ) care conține operația de complementaritate și legea de distribuție $\bar{A}$ este complementar lui $A$ dacă și numai dacă

$$A \perp \bar{A} \equiv 0$$
$$A \top \bar{A} \equiv 1$$

Unde 0 este element nul, iar 1 este element universal Se spune că laticea este *complementată* dacă ea conține un element maxim și un element minim. Algebra $\langle A, \vee, \&, - \rangle$ este booleană Elementele 0, 1 vor fi falsul și, respectiv, adevărul. În loc de a. b. se mai spune și *algebră logică*.

**ALGEBRĂ UNIVERSALĂ,** structură $\langle A, O_{i \varepsilon I} \rangle$, unde $A$ este o mulțime de entități și O o mulțime de operații, de ex $\langle A, \times \rangle$, $\langle A, \&, - \rangle$, $\langle A, \&, \vee, - \rangle$. Un caz interesant este $\langle A, C \rangle$ (unde $A$ este mulțime de formule iar $C$ operația de conchidere imediată).

**ALGORITM** (cuvînt derivat de la numele matematicianului Al-Horezmi sec. 8 — 9) : **1.** Proces de rezolvare a unei probleme într-un număr finit de pași (altfel spus, într-un număr finit de operații), **2.** Sistem de reguli de rezolvare a unei probleme, într-un număr finit de aplicații Unind

cele două semnificaţii obţinem definiţia 3. a. este un ansamblu de reguli care aplicate asupra unor date ne duc după un număr finit de operaţii (efectuate conform cu regulile) la rezolvarea problemei puse Primul sens coincide cu ceea ce, in matematică, se numeşte «proces de calcul» pentru rezolvarea unei probleme (de ex. aflarea rădăcinilor unei ecuaţii), iar sensul al doilea cu «metoda de calcul» corespunzătoare respectivului proces. De remarcat că multe cărţi de matematică lasă impresia, prin exemplele pe care le dau, că a. ar fi ceva foarte special şi nu o noţiune comună. În realitate, a. este orice proces de calcul care satisface definiţia indicată, de ex. procesele elementare de adunare, scădere, înmulţire etc sînt procese algoritmice. O sistematizare a teoriei algoritmilor este dată de A. A. Markov în *Teoria algoritmilor normali*. Pe lîngă definiţiile date, noţiunea de a. mai poate fi precizată indicîndu-se proprietăţile 1) caracterul *discret* al procesului de calcul (= procesul constă dintr-un şir de operaţii distincte), 2) caracterul *determinat* (deterministic) al procesului (= rezultatele obţinute după fiecare operaţie sînt univoc determinate in raport cu datele anterioare) 3) caracterul de *masă* (= metoda algoritmică se aplică la o mulţime potenţial infinită de probleme singulare), 4) caracterul *finit* (= orice proces algoritmic constă dintr-un număr finit de operaţii, în rezolvarea problemei metoda este aplicată de un număr finit de ori), 5) caracterul *formal* (= în desfăşurarea procesului de rezolvare esenţială este numai corelaţia formală dintre date şi nu „conţinutul" lor), 6) caracterul *mecanic* (= fiecare pas în procesul de calcul este „sugerat" imediat de datele asupra cărora acţionăm şi acţiunea constă numai din operaţii de tip mecanic (scriere, eventual, ştergere de simboluri), 7) caracterul *precis* (definit) al datelor, *naturii* rezultatului şi regulilor, 8) caracterul *programabil* al metodei şi *maşinizabil* al procesului algoritmic. Rezolvarea algoritmică a problemelor este tipic *constructivă* („intuiţionistă" în sensul lui Brouwer) În logică avem două feluri de a.: *sintactici* (de ex. a. formelor normale) şi *semantici* (de ex. a. matricelor de adevăr). De noţiunea de a. este legată, în logică, noţiunea de „decidabilitate" (în sens restrîns), precum şi „problema deciziei". Noţiunea de «calcul axiomatic» nu este un caz particular al noţiunii de a., ea nu satisface toate proprietăţile indicate Wang Hao a încercat totuşi să algoritmizeze o parte din procesele de demonstraţie din logică *(V.* şi *Matrice de adevăr, Forme normale, Problema deciziei.)*

**ALGORITMUL LUI Mc.CLUSKAY,** algoritm de aflare a formei normale prescurtate Se bazează pe „aritmetizarea" valorilor logice. Valoarea *adevăr* este notată cu cifra 1, iar *falsul* cu cifra 0. În acest fel, seria de valori pentru care minitermenul (= constituientul de unu) ia valoarea 1 formează o expresie numerică în sistemul binar. De ex, pentru $p\bar{q}\bar{r}s$ avem seria de cifre 1001. Traducînd această expresie in sistemul zecimal obţinem *numărul* minitermenului. În exemplul dat va fi *q*. Numărul de unităţi aflate in expresia binară a minitermenului se va numi *indice*. În exemplul dat indicele este 2 (= avem două cifre unu). În acest fel fiecărui număr al minitermenului îi asociem un indice. Legea de contopire ($A X \vee A \bar{X} = A$) şi legea de absorbţie ($A \vee AB = A$) sînt formulate în limbaj aritmetic (cu ajutorul numerelor şi al multiplilor de numere). Există cîteva propoziţii de bază ale acestui algoritm 1) Două numere $x$ şi $y$ de minitermeni reprezintă o contopire dacă şi numai dacă: a) numerele diferă cu $2^n$ ($n = 0, 1, 2, \ldots, k$), b) indicii celor două numere diferă cu 1, c) numărul cu indicele mai mare este mai mare decit numărul cu indicele mai mic.

2) Dacă $P$ e o mulţime de numere $(x_1, x_2, \ldots, x_n)$, astfel că $P$ reprezintă o conjuncţie primă, conjuncţia reprezentată de $P$ va fi parte a tuturor minitermenilor reprezentaţi de numerele respective: $P \subset m_1$, $P \subset m_2$, $\ldots$, $P \subset m_k$.

3) Dacă $S$ şi $R$ sînt două mulţimi de numere ce desemnează două conjuncţii prime (= produse elementare), conjuncţia desemnată de $R$ absoarbe conjuncţia desemnată de $S$ dacă şi numai dacă are loc $S \subset R$.

4) Două mulţimi de numere $P$ şi $Q$ reprezintă conjuncţii prime care se contopesc dacă şi numai dacă a) diferenţele lor sînt identice, b) cele mai mici numere din mulţimi sînt numere care reprezintă contopiri conform cu 1) (Diferenţele unei mulţimi reprezintă diferenţele numerelor care se supun operaţiei de contopire). Fie următoarele expresii minitermeni: $\bar p \bar q \bar r s$, $\bar p \bar q r s$, $\bar p q \bar r s$, $\bar p q r s$. Numerele binare sînt respectiv 0001, 0011, 0101, 0111. Numerele zecimale sînt respectiv 1, 3, 5, 7. Conform cu propoziţia 1) următoarele perechi de numere (1, 3), (1, 5), (3, 7) reprezintă conjuncţii prime care se contopesc. Considerăm numai cazul (1, 3): $(\bar p \bar q \bar r s \vee \bar p \bar q r s) \equiv \bar p \bar q s$.
Într-adevăr, diferenţa de $3 - 1 = 2^1$, indicele lui 1 este 1, iar al lui 3 este 2, deci $2 - 1 = 1$. În fine $3 > 1$. Mulţimea (1, 3) reprezintă conjuncţia primă $\bar p \bar q s$. În conformitate cu propoziţia 2) conjuncţia reprezentată de (1, 3) adică $\bar p q s$ intră în conjuncţiile reprezentate de numerele 1 şi 3, adică este parte a lui $\bar p q \bar r s$ şi a lui $\bar p q r s$. Apoi în acord cu propoziţia 3) mulţimea de numere (1, 3, 5, 7) reprezintă o conjuncţie care absoarbe conjuncţiile reprezentate de (1, 3), (1, 5) şi (3, 7), ceea ce se poate verifica uşor apelînd la expresiile literale corespunzătoare. În fine, se poate observa că mulţimile (1, 5) şi (3, 7) se contopesc, căci diferenţa lui (1, 5) este 4, la fel diferenţa lui (3, 5). Apoi (1, 3) sînt cele mai mici numere din mulţimi şi ele reprezintă contopire.
A. de aflare a implicaţiilor simpli (deci a f.n. prescurtate) are următoarele reguli: (1) se dau numerele şi indicii minitermenilor, (2) se grupează numerele după indici, grupele dispunîndu-se în ordinea crescătoare a indicilor, (3) se efectuează contopirile conform cu propoziţiile 1) şi 4), (4) se efectuează absorbţiile conform cu propoziţia 3), (5) mulţimile de numere necontopite şi neabsorbite reprezintă implicaţii simpli. Fie funcţia $f(p, q, r, s)$ a cărei f.n.d.p. este $\bar p \bar q \bar r s \vee \bar p q \bar r s \vee \bar p \bar q r s \vee p \bar q \bar r s \vee p \bar q r s \vee \bar p q r s \vee p q r s$. Pe baza valorilor binare aflăm numerele şi indicii. Ele sînt respectiv (1, 5, 3, 9, 11, 7, 15), (1, 2, 2, 2, 3, 3, 4). Formăm tabelul contopirilor şi absorbţiilor

| Indici | Numere | Contopiri (I) | Contopiri (II) |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | (1, 3) (2)<br>(1, 5) (4)<br>(1, 9) (8) | (1, 3, 5, 7) (2) (4)<br>(1, 3, 9, 11) (1) (8) |
| 2 | 3, 5, 9 | (3, 7) (4) (3, 11) (8)<br>(5, 7) (2) (9, 11) (2) | |
| 3 | 7, 11 | (7, 15) (8)<br>(11, 15) (4) | (3, 7, 11, 15) (4) (8) |
| 4 | 15 | | |

*Obs.* Numerele contopite se scriu în ordine crescătoare, iar în stînga se scrie diferenţa. Cînd se contopesc mulţimi, numerele se scriu, de asemenea, în ordine crescătoare, iar în stînga se scriu diferenţele contopirilor. De ex. 1 se contopeşte cu 3 scriem (1, 3) (2), (1, 3) se contopeşte cu (5, 7) · scriem (1, 3, 5, 7) (2) (4). Numerele rămase necontopite sau neabsorbite le notăm cu un asterisc. Se observă că numai ultimele trei mulţimi nu se mai contopesc şi nu sînt absorbite. (v. *minitermen*)

**AMBIGUITATE SISTEMATICĂ,** proprietate a unor expresii de a avea mai multe semnificaţii între care există legături sistematice Un exemplu este cuvîntul *lege* cu cel puţin trei semnificaţii: lege a naturii, lege juridică, lege ca propoziţie a ştiinţei. Termenul de **a. s.** a fost introdus de Russell ca o expresie cu sens peiorativ pentru a marca o situaţie nesatisfăcătoare în care se află expresiile, funcţiile propoziţionale şi termenul de „adevăr" *(v teoria tipurilor)* Cu timpul s-a recunoscut legitimitatea **a. s.** în limbaj ca un principiu al „economiei de exprimare" *(v. autonim)* ş.a. cu condiţiile ca. a) să fie definită explicit (să fie indicate exact respectivele semnificaţii), b) in contextele concrete expresia să fie utilizată *univoc*.

**AMBIGUITATE ŞI SUBSTITUIREA TERMENILOR,** eroare materială în raţionament bazată pe polisemantismul termenilor. Un exemplu este chiar *împătrirea termenilor (v )* considerată printre *erorile formale* (v ) din cauza încălcării regulii celor trei termeni *Exemple.*
Orice lege este un raport independent de voinţa omului.
*Einstein a formulat legea „E = mc²"*
Einstein a formulat un raport independent de voinţa omului. Datorită ambiguităţii cuvîntului *lege* obţinem aparent concluzia respectivă, care, în plus, este contradictorie Într-adevăr, în prima propoziţie legea este un raport obiectiv, în a doua propoziţie ea este o formulă a fizicii.
Raţionamentul

Omul duplicitar este condamnabil
Spionul este duplicitar
———————————
Spionul este condamnabil.

Este un exemplu in care toţi cei trei termeni îşi dublează semnificaţia În prima propoziţie este vorba de „omul duplicitar *prin caracter*" care este „moral condamnabil", în a doua propoziţie este vorba de „duplicitar prin profesie". Concluzia depinde de doi factori · a) se înţelege prin „spion" un străin in raport cu ţara dată sau nu ?, b) în favoarea cui spionează ? Fie *A* şi *B* două ţări Dacă spionul este cetăţean al ţării *A* şi spionează contra *B* atunci el este „condamnabil juridic" în *B* (problema morală nu se pune), deci sensul lui „condamnabil" se schimbă faţă de prima premisă. Dacă spionul este cetăţean al ţării *A* şi spionează pentru *B* atunci el este condamnabil moral în *B* şi deopotrivă moral şi juridic în *A*. Silogismul respectiv este un exemplu de raţionament făcut cu propoziţii deschise (= imprecise, neunivoc determinate)

**AMFIBOLIE** (gr. ἀμφιβολια), ambiguitate provenind din construcţia propoziţiei. Sensurile propoziţiei sînt opuse şi pot fi precizate în funcţie de împrejurări. Un exemplu este dat de răspunsul pe care oracolul de la Delphi l-a dat lui Cresus „Dacă Cresus va declara război perşilor, el va distruge un mare imperiu" Ambiguitatea este risipită în funcţie de evenimente, în cazul de faţă distrugerea imperiului lui Cresus. La Kant amfibolia constă în confundarea unui obiect al intelectului pur cu un obiect sensibil

**ANALIZĂ LOGICĂ**, analiză a structurii logice a unui proces de gîndire dat (exprimat într-un text sau un discurs) cu scopul verificării corectitudinii logice. **A. l.** presupune următorii pași · (1) analiza clarității și preciziei limbajului (modul în care sînt definiți termenii și formate propozițiile), (2) analiza modului în care sînt efectuate clasificările (dacă există), (3) analiza argumentărilor și, în genere, a *coerenței* logice a gîndirii, (4) analiza consistenței (= necontradicției) gîndirii. Condiția principală a unui proces de gîndire este argumentarea (raționamentul), acolo unde nu există raționament nu există gîndire în sensul exact al cuvîntului ci doar *exprimare* de opinii, sau de informații cunoscute. Un loc important în **a. l.** îl joacă *formalizarea logică*. Cel mai puternic și mai adecvat instrument de **a. l.** formalizată este calculul predicatelor. Calculul propozițiilor este insuficient pentru **a. l.** Pentru a analiza cu ajutorul calculului predicatelor un text intuitiv este necesar să distingem predicatele (însușirile, relațiile), domeniul de aplicație (= universul discursului) și cuantorii. De importanță decisivă este cunoașterea *traducerii* judecăților simple categorice în limbajul predicatelor. Pentru *judecățile generice* (v ) folosim echivalențele: $TS - P \equiv \forall x(Sx \rightarrow Px)$; $TS \div P \equiv$ $\equiv \forall x(Sx \rightarrow \overline{Px})$, $US - P \equiv \exists x(Sx \,\&\, Px)$; $US + P \equiv \exists x(Sx \,\&\, \overline{Px})$ Analog se procedează cu judecățile categorice de relație (1) Fie propoziția „orice naș își are nașul" (considerată la propriu) O parafrazare simplă o aduce mai aproape de modul standard în care ne exprimăm în logică: „pentru orice naș există un naș". Predicatul *naș* ascunde o relație „$x$ este nașul lui $y$" adică prin definiție „$x$ cunună sau botează pe $y$". Notăm prescurtat predicatul $N(x, y)$. Domeniul este limitat la indivizii umani care practică astfel de relații. Propoziția devine: „pentru orice $x$ dacă există $y$ astfel că $N(x, y)$ atunci există $z$ astfel că $N(z, x)$", ceea ce simbolizat complet devine $\forall x\,(\exists y\, N(x, y) \rightarrow \exists z\, N(z, x))$. Din geometrie vom da două exemple clasice de **a. l.** a propozițiilor. (2) „Prin două puncte diferite trece cel mult o dreaptă". (3) „Două drepte diferite au cel mult un punct comun". Notăm cu $x, y, z,$ . punctele și cu $a, b, c,$ ... dreptele. Relația $P(x, y)$ va fi „$x$ se află pe dreapta $a$". (1) $\forall x \forall y$ $(x \equiv y \rightarrow \overline{\exists a \exists b}((a \not\equiv b) \,\&\, P(x, a) \,\&\, P(y, a) \,\&\, P(x, b) \,\&\, P(y, b)))$. (2) $\forall a$ $\cdot \forall b(a \not\equiv b \rightarrow \exists y\, \overline{\exists y}((x \not\equiv y) \,\&\, P(x, a) \,\&\, P(y, a) \,\&\, P(x, b) \,\&\, P(y, b)))$

Ceea ce este remarcabil este caracterul simetric (dualitatea) celor două propoziții. Odată formalizate propozițiile pot fi supuse tuturor transformărilor echivalente, le putem forma negație ș. a. Iată și postulatul lui Euclid (folosind notațiile de mai sus) · (3) $\exists x \exists a\, \overline{P(x, a)} \rightarrow (\exists b\, P(x, b) \,\&$ $\&\, \overline{\exists} y(P(y, a) \,\&\, P(y, b)) \,\&\, \forall c(P(x, c) \,\&\, \overline{\exists y}(P(y, a) \,\&\, P(y, c)) \,\&\, \not\equiv (x, y) \rightarrow \equiv$ $\equiv (c, b)))$ Analizînd și postulatele celorlalte geometrii constatăm că între ele există diferența fundamentală în ce privește înțelesul termenului *dreaptă* și că datorită acestui fapt propozițiile vorbesc despre lucruri diferite și deci nu se pot opune. Aceasta dovedește importanța analizei definițiilor termenilor cuprinși în propoziție Nu insistăm asupra importanței analizei clasificărilor, argumentărilor și construcțiilor teoretice luate ca întreg, ea este evidentă pentru oricine face **a. l.** Esențială este pentru **a. l.** și dezvăluirea supozițiilor tacite ale celui ce-și prezintă ideile

**A NESCIRE AD NON ESSE** (lat. „de la a nu ști la a nu exista"), eroare de conchidere care constă în a trece de la necunoașterea unui lucru la asertarea neexistenței lui.

**ANTECEDENT 1.** Termen prin care desemnăm primul membru al unei relații de implicație în opoziție cu *consecventul* care este al doilea ter-

men. Astfel, în implicaţia $(p \,\&\, q) \rightarrow r$ „$p \,\&\, q$" este **a.** iar „$r$" este consecventul.
**2.** **În teoria relaţiilor prin a.** se înţelege primul membru al *relaţiei binare* (v.), spre deosebire de cel de al doilea membru care se numeşte *succedent* sau *consecvent*. De ex. în relaţia $a > b$, $a$ este **a.** iar $b$ succedentul.

**ANTEPREDICAMENTE,** termen prin care scolasticii desemnau cele cinci **categorii ale lui Porfir** *(quinque voces)*: *genus, species, differentia, proprium, accidens*. **Patru dintre** ele fuseseră introduse de Aristotel în *Topica*. Ele sînt **„locurile comune"** (τόπος = loc) şi formează obiectul *Topicii*. Aristotel indica prin ele poziţia predicatului faţă de subiect. Acestea sînt · *definiţia* (ὅρος) subiectului — redă esenţa subiectului, *propriul* (ἴδεον) — nu ţine de esenţa subiectului însă îi este propriu şi predicabil în mod convertibil despre el. astfel, *omul este capabil să înveţe gramatica* şi cel ce este capabil să înveţe gramatica este om, *genul* (γένος) subiectului—subiectul se distinge în gen prin diferenţa specifică (διαφορα), *accidentul* (συμβεβεκός) — ceva ce poate aparţine dar nu în mod necesar unor cazuri ale subiectului (ex. *alb* pentru *om*). Definiţia şi propriul sînt predicate convertibile, genul şi accidentul — nu. Porfir (în *Isagoga*) înlocuieşte *definiţia* cu *diferenţa* şi adaugă *specia* la *gen* Diferenţa este mai largă decît definiţia, ea putînd cuprinde definiţia ca un caz particular. Între individ şi gen, Porfir introduce *specia*. **A.** mai sînt numite şi *predicabile* (= predicate posibile). Ele trebuie deosebite de *predicamente* (categorii) care sunt „moduri diferite de a predica" (după cantitate, calitate, relaţie, poziţie etc.) şi de *postpredicamente* care tratează despre termeni foarte generali şi înţelesurile lor. Teoria **a.** a constituit o parte esenţială a învăţămîntului scolastic. Ulterior, **a.** a fost folosit în sens semiotic ca tratînd despre înţelesul expresiilor, despre expresiile simple şi compuse etc.

**ANTICONJUNCŢIE** (= incompatibilitatea = funcţia lui Sheffer) notată cu $/$ (sau $\nearrow$), adică $p/q$ (citeşte „$p$ incompatibil cu $q$"), este negaţia conjuncţiei: $p/q \equiv \overline{p \,\&\, q}$.
Se defineşte astfel:

| $p$ | $q$ | $p/q$ |
|---|---|---|
| v | v | f |
| v | f | v |
| f | v | v |
| f | f | v |

Este comutativă, dar nu asociativă Legi mai importante·

(1) $p/p \equiv \bar{p}$ (4) $p/\mathrm{f} \equiv \mathrm{v}$

(2) $p/\bar{p} \equiv \mathrm{v}$ (5) $p/q \equiv \overline{p \& q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$

(3) $p/\mathrm{v} \equiv \bar{p}$

Funcţia lui Sheffer este duală cu *antidisjuncţia* (v.). Anticonjuncţia şi antidisjuncţia satisfac împreună următoarele legi pentru paranteze:

(1) $(p/q)/(p/q) \equiv \overline{p/(\bar{q}/\bar{r})} \equiv \bar{p} \swarrow (q \swarrow r)$

(2) $(p/q) \swarrow (p \swarrow r) \equiv \overline{p_1 \swarrow (\bar{q})/\bar{r}} \equiv \bar{p}/(q/r)$

(3) $(p/q) \swarrow (p/r) \equiv \overline{p/(\bar{q} \swarrow \bar{r})} \equiv \bar{p} \swarrow (q/r)$

(4) $(p \swarrow q)/(p \swarrow r) \equiv \overline{p \swarrow (\bar{q}/\bar{r})} \equiv \bar{p}/(q \swarrow r)$

(5) $(p/q) \swarrow (r/s) \equiv \overline{\bar{p} \swarrow \bar{q}\ \overline{\bar{r} \swarrow \bar{s}}}$

(6) $(p \swarrow q)/(r \swarrow s) \equiv \bar{p}/\overline{q/\bar{r}/\bar{s}}$

**ANTIDISJUNCŢIE** (= funcţia lui Webb) notată prin $\swarrow$, adică $p \swarrow q$, este negaţia disjuncţiei. Se defineşte astfel:

| $p$ | $q$ | $p \swarrow q$ |
|---|---|---|
| v | v | f |
| v | f | f |
| f | v | f |
| f | f | v |

**A.** este comutativă, dar nu asociativă. Legi:

(1) $p \swarrow p \equiv \bar{p}$ (3) $p \swarrow \text{v} \equiv \text{f}$

(2) $p \swarrow \bar{p} \equiv \text{f}$ (4) $p \swarrow \text{f} \equiv \bar{p}$

Vezi şi *anticonjuncţia.*

**ANTILOGISM,** triadă de propoziţii astfel că oricare două implică contradicţia celei de-a treia. Un a. se poate obţine dintr-un mod silogistic logic adevărat prin contrazicerea concluziei. De ex. pentru modul *Barbara* avem triada:

(1) $\forall x\ (M(x) \rightarrow P(x))$

(2) $\forall x\ (S(x) \rightarrow M(x))$

(3) $\exists x\ (S(x)\ \&\ \overline{P(x)})$ (contradictoria concluziei).

Din (1) şi (2) se deduce negaţia lui (3), din (1) şi (3) se deduce negaţia lui (2), din (2) şi (3) se deduce negaţia lui (1). **A.** este folosit pentru justificarea modurilor cu excepţia celor care cer o premisă suplimentară de existenţă *(v. figurile silogismului în calculul predicatelor)*. Cu ajutorul subalternării pot fi justificate şi aceste moduri.

**ANTINOMIE,** în logica formală coincide cu ceea ce numim *paradox.* (v.)

Kant a analizat o serie de **a.** filosofice a căror structură logică nu este suficient de inteligibilă (v. *antinomii kantiene*)

**ANTINOMII KANTIENE,** antinomii formulate de Kant în *Critica raţiunii pure.* Kant a definit antinomia ca fiind o contradicţie în care „aserţiunea contrariului are de partea ei temeiuri de aserţiune tot atît de valabile şi necesare" *(Critica raţiunii pure)*. Aparent, antinomiile se raliază noţiunii de *paradox*, însă există o anumită diferenţă formală între ele. Kant a formulat patru raţionamente care dau răspunsuri contradictorii la problemele: 1) dacă lumea are sau nu limite în timp şi în spaţiu, 2) dacă există sau nu simplul absolut, 3) dacă există sau nu libertate absolută, 4) dacă lumea are un temei ultim (absolut) sau nu. Teza afirmă existenţa, iar *antiteza* — neexistenţa celor indicate. Argumentarea ia forma unui raţionament prin absurd bilateral, însă raţionamentul nu e clar. Dăm ca exemplu argumentarea primei antinomii.

*Teză*: Lumea are un început în spaţiu şi este de asemenea limitată în timp. *Antiteză*. Lumea nu are nici început în timp nici limite în spaţiu, ci este infinită atît în timp cît şi în spaţiu. *Demonstrarea tezei*. Presupunem că lumea nu are început în timp şi limită în spaţiu, dar în acest caz „s-a scurs o serie infinită de stări succesive ale lucrurilor în lume" şi „lumea va fi un întreg infinit dat, de lucruri existente simultan". Or, o serie infinită „terminată" şi o infinitate de lucruri „existente simultan" sînt imposibile, prin urmare teza este cea adevărată. *Demonstrarea antitezei*. Presupunem că lumea are un început în timp, dar orice început este o „existenţă precedată" (în timp) etc. Să admitem că ea are limite în spaţiu, dar în acest caz ea ar trebui să se raporteze la vid, ceea ce este imposibil. Deci antiteza este adevărată Demonstraţia tezei este evident discutabilă. Putem fi de acord cu respingerea *infinitului dat simultan*, dar nu înţelegem de ce „a nu avea început în timp şi limite în spaţiu" trebuie să fie echivalent cu a fi „infinit dat simultan". Demonstrarea antitezei este însă corectă, ea se bazează pe faptul că orice *început* presupune în mod necesar că e *început din altceva* (un „predecesor") şi orice *limitat* este *limitat de altul*.

**ANTIREFLEXIVITATE** (presc. *Antiref.*), termen derivat prin „negaţie slabă" *(anti-)* de la reflexivitate şi care desemnează faptul că *Ref* (*R*) este valabilă pentru unele cazuri, dar nu pentru toate. Se defineşte astfel.

$$Antiref.\,(R) = \exists x(x\ R\ x)\ \&\ \exists x\overline{(x\ R\ x)}$$

De ex relaţia „*x* face bine lui *y*" este antireflexivă, întrucît există cazuri in care *x* îşi face bine sieşi şi există cazuri în care *x* nu-şi face bine sieşi.

**ANTISIMETRIE** (presc. *Antisym*), termen care desemnează negarea slabă a proprietăţii *Sym*. Se defineşte astfel:

$$Antisym\,(R) \equiv \exists\, xy(x\ R\ y = y\ R\ x)\ \&\ \exists xy\overline{(x\ R\ y = y\ R\ x)}$$

Relaţiile $\rightarrow$, $\leqslant$ sînt antisimetrice. Dacă $p$ este echivalent cu $q$ atunci $p \rightarrow q$ şi $q \rightarrow p$, dacă $a = b$ atunci $a \leqslant b$ şi $b \leqslant a$, în celelalte cazuri ele nu sint simetrice.

**ANTITRANZITIVITATE** (presc. Antitrans), proprietate care se formează prin negaţia slabă a tranzitivităţii. Se defineşte prin $Antitrans\,(R) =$ $= \exists x\,y\,z\ Trans\,(R)\ \&\ \exists x\,y\,z\ \overline{Trans\,(R)}$. Relaţia „*x* este prieten cu *y*" este antitranzitivă

**APARTENENŢĂ,** relaţie intre element şi mulţime notată prin $x \in X$ („*x* este element al lui *X*" sau „*x* aparţine mulţimii *X*"). Relaţia de **a.** este ireflexivă, asimetrică şi *ne*-tranzitivă. De ex.. $2 \in$ Par („2 aparţine mulţimii Par").

**APLICAŢIE A LOGICII.** Noţiunea **a. a l.** este mult mai complexă decît noţiunile de aplicaţie ale altor ştiinţe Cea mai largă **a. a l.** este *la îndrumarea gîndirii*, în vederea *gîndirii corecte*, adică gîndire *clară, precisă, ordonată, consistentă* (= necontradictorie), *coerentă* şi *întemeiată*. În acest scop trebuie să respectăm regulile definirii, clasificării şi argumentării. Este necesar să gîndim corect (v. *corectitudine logică*) pentru a ne menţine în limitele adevărului, pentru buna *comunicare şi înţelegere* între noi şi semenii noştri. Există multe conflicte între oameni datorate gin-

dirii eronate, confuze, neîntemeiate Formarea gîndirii logice este un proces mai greu decît formarea vorbirii Este necesară o educație îndelungată pentru ca gîndirea corectă să devină un proces spontan. Apoi oamenii se nasc cu înclinații mai mari sau mai mici spre gîndirea logică Nu toți vor atinge aceleași performanțe de gîndire logică Există însă un folos chiar și pentru cei care nu ajung să gîndească spontan logic, anume ei se lasă mai ușor corectați de către cei din jur, înțeleg obiecțiile logice mai repede Cînd educația gîndirii logice începe prea tîrziu se pot învăța reguli de gîndire, dar nu și *abilitatea* de a le aplica. Dezvoltarea logicii simbolice a adus cu sine și un neajuns logica a fost îndepărtată *prin forma sa* de masele largi de oameni, devenind dintr-un *bun comun* un *bun al unei elite* Apoi chiar și pentru cei care izbutesc s-o învețe rămîne pericolul de a nu izbuti s-o aplice pentru îndrumarea (corectarea) gîndirii Există pericolul de a face combinatorică sterilă (adesea lipsită de importanță chiar pentru logică) și de a nu putea să-ți controlezi gîndirea (conceptuală), de a nu putea controla gîndirea celor din jur Este necesar să se învețe nu numai logica în acest caz ci și permanenta comunicare cu formele limbajului *de masă*, cu gîndirea comună, cu gîndirea științifică în genere Oricum educația gîndirii trebuie să înceapă cu expunerea logicii în limbajul natural, căci, evident, nu în toate domeniile este necesară *simbolizarea*, iar pentru gîndirea comună este chiar neglijabilă. Formarea gîndirii logice are, în concluzie, ca scop trei aspecte. a) gîndirea spontan logică, b) autocontrolul logic al gîndirii (gîndirea conștient logică), c) controlul logic al gîndirii celorlalți oameni cu care venim în contact (și respectiv a informației scrise sau auzite) Disputele intelectuale sînt un element esențial al vieții spirituale a societății. Dacă ele nu au loc pe baza logicii dispare orice criteriu pentru distingerea poziției juste. A doua aplicație esențială a logicii este *în domeniul gîndirii științifice*. Luînd «știința» în înțelesul actual putem spune că pe lîngă adevăr în orice disciplină *există atîta știință cîtă logică există*. Orice om care se formează pentru știință (fie că e vorba de predare, de cercetare sau de aplicare), trebuie să-și dezvolte la maximum *capacitatea de analiză logică*. Și în știință dobîndirea unei anumite spontaneități de a gîndi logic este esențială, dar tot atît de esențială este capacitatea de *analiză logică conștientă* (= de critică logică) și de *reconstrucție logică* în conformitate cu critica logică făcută Fenomen fundamental pentru știința contemporană este analiza logică a științelor în vederea construirii logice sau reconstrucției de teorii Învățarea logicii fără capacitatea de analiză logică și de reconstrucție logică este o treabă sterilă. Și aci există pericolul ruperii *gîndirii logice conceptuale* de *manipularea formalistă* a simbolurilor. Controversele științifice nu pot fi încheiate în spiritul adevărului decît pe baza logicii Aici nu au ce căuta metodele administrative (adevărul nici nu poate fi pus la vot, nici nu poate fi deosebit prin simplă decizie autoritară). De o deosebită importanță este *expunerea logică* în cărțile cu scop didactic Aceasta influențează în mod capital formarea gîndirii elevului În ce măsura este logica instrument de cercetare? Pe baza legilor logice se formulează un ansamblu de reguli logice, acest ansamblu de reguli constituie ceea ce se cheamă «metoda logic-formală» Din capul locului trebuie spus că aceasta nu este o *metodă printre altele* Toate celelalte metode au in substratul lor logica formală, chiar dacă nu sîntem totdeauna conștienți de acest lucru. O analiză atentă ne dezvăluie, de ex substratul logic al metodei de rezolvare a ecuațiilor de gradul II Dar logica formală nu presupune alte metode, în cel mai bun caz, ea este asociată

cu reguli specifice domeniului sau este «încarnată» în asemenea reguli specifice Universalitatea logicii rezultă din faptul că orice gîndire are o *formă*, orice gîndire se desfășoară sub forma de judecăți (propoziții în sens logic) și raționamente Modul de *formare* a judecăților, de *raportare* a unora la altele, modul *de formulare a definițiilor* (caz particular de judecăți) și a *principiilor clasificării, a judecăților de clasificare*, modul *de argumentare* toate acestea țin de logica formală, de *forma* logică, *indiferent de conținut*. Nici o „metodă" nu poate justifica confuzia în gîndire, imprecizia, dezordinea, contradicția formală, incoerența și lipsa de intemeiere, de argumentare Verificarea propozițiilor noastre nu rezultă nemijlocit din confruntarea cu practica, ci presupune un proces complex de *prelucrare logică* a datelor practicii, de confruntare cu cunoștințele anterioare Fără verificare nu avem garanția adevărului, or tocmai sub această latură logica formală *ajută și la înaintarea cunoașterii*. Intuiția furnizează informații, dar intuiția nu e de nici un folos cînd e vorba să distingem adevărul de fals. Chiar dacă cineva ar avea un excepțional *simț al adevărului*, tot nu l-ar putea transforma în criteriu al adevărului Două confuzii majore au apărut în problema rolului metodologic al logicii formale in știință (și chiar într-o sferă mai largă): una provine din confruntarea cu dialectica, alta provine din confruntarea cu logica matematică (capitol *aplicativ* al logicii formale). În numele unor principii dialectice (inspirați și de unele confuzii din logica lui Hegel) unii filozofi au atacat principiile logicii formale, in particular principiul de importanță vitală al *necontradicției* Anumite descoperiri din logica simbolică (v *logica polivalentă*) au fost interpretate eronat în același sens Nu s-a înțeles că acolo unde *contradicția formală este permisă totul este permis* Iraționalitatea, haosul în gindire rămîne atunci singura direcție de defășurare a gindirii Din existența «contradicției procesuale», din «unitatea dialectică a contrariilor» s-a dedus lipsa de valabilitate a principiului necontradicției și, mai timid, *implicit*, căci efectul produce stupoare, admiterea contradicției formale Pentru a preveni astfel de dialectizări eronate două idei sînt capitale 1) orice contradicție (dialectică sau formală) *poate și trebuie să fie gîndită logic necontradictoriu*, 2) pentru a nu amesteca adevărul cu falsul este absolut necesar să nu ne contrazicem formal nici măcar în dialectică. Dealtfel, este suficient să aruncăm ochii pe lucrările clasice de dialectică pentru a vedea că autorii nu admit (cel puțin nu conștient) după asertarea a ceva negarea aceluiași lucru. Or, conform cu pseudo-dialectica, ar trebui ca după fiecare propoziție dintr-un context să urmeze negația acesteia. Cînd Hegel spune în *Logica* (mică): „Contingentul este, în genere, ceva ce nu-și are temeiul ființei sale în el însuși, ci în altul" conform cu pseudo-dialectica el ar trebui să spună „Contingentul *nu* este, în genere, ceva ce nu-și are temeiul ființei sale în el însuși, ci în altul". Cînd Engels afirmă în *Dialectica naturii* că „toate antagonismele polare sînt condiționate în general de interacțiunea celor doi poli opuși" el ar trebui să continuie conform pseudo-dialecticianului să spună „*nu* toate antagonismele polare sînt condiționate ..." Apoi atît Hegel cit și Engels se străduiesc în măsura posibilului să-și argumenteze ideile tot conform cu «schemele sărace» ale logicii formale. Engels și Lenin obiectează de multe ori adversarilor lor faptul că se contrazic logic, că nu-și argumentează ideile. Rezultă că ceea ce resping ei nu este logica, ci interpretarea ei *metafizică*, adică ei resping *opunerea* logicii formale față de dialectică La rîndul său matematismul, apărut odată cu logica matematică, uită că gîndirea logică este, in primul rind, *gîndire conceptuală* și că simbolismul

şi sistemele formale sînt doar instrumente particulare care vin tot în sprijinul gîndirii conceptuale ajutîndu-ne să efectuăm mai repede şi mai bine partea «mecanică» a gîndirii, pornind de la concepte şi revenind, după terminarea operaţiilor mecanice, la concepte Este necesar să remarcăm, in ce priveşte aplicarea formulelor logice la gîndirea conceptuală, că aceasta nu se face aşa cum aplicăm metodele matematice la rezolvarea unor probleme concrete, ca în cazul tipic al «punerii în ecuaţie». *Nu substituim pur şi simplu variabilele cu constante* Mai ales în ce priveşte logica funcţiilor de adevăr este necesară această remarcă. Noi tratăm propoziţiile intuitive ca pe un întreg, căutăm *să le descoperim* forma logică, această formă o simbolizăm şi în continuare efectuăm anumite procese logice cu ajutorul aparatului simbolic, rezultatul îl citim conform cu semnificaţia iniţială a simbolurilor. Aceasta este a treia aplicare a logicii la gîndire — *aplicarea aparatului simbolic* în vederea efectuării anumitor procese logice A patra aplicare a logicii constă în aplicarea «formalismelor logice» în tehnică (de ex. în procesele de programare, în simplificarea sistemelor de contacte electrice ş.a.). Metodele de minimizare sînt un exemplu clasic în acest sens. Ultima modalitate de aplicare a logicii pe care o indicăm constă in folosirea proceselor şi structurilor logice ca modele pentru studiul anumitor procese reale (de ex economice, sociale). Marx a folosit silogismul pentru modelarea unor procese economice Cititorul dispune de o lucrare fundamentală pentru analiza logică a unor fenomene sociale *Logic and social choice* de Y Murakami. Structurile logice sînt folosite în analiza sistemului de norme, în formularea de norme deci, implicit, în analiza ideii de *comportament raţional* în decizia socială, în formularea judecăţilor de valoare ş a. (*V*. *şi logică dialectică, logică aplicată*).

**APODICTIC,** termen sinonim cu *necesar.* Judecăţile de necesitate se mai numesc şi *apodictice*

**APORIILE LUI ZENON,** argumente formulate de filosoful grec Zenon împotriva ideii evidente a existenţei mişcării. Ele au fost numite *aporii* («întundături»). Le redăm după *Fizica* lui Aristotel. a) *Argumentul dihotomiei.* Un lucru nu se poate mişca din cauză că trebuie să fie mai întîi la jumătatea distanţei pe care o are de parcurs, apoi la jumătatea jumătăţii distanţei etc Aritmetic îl putem reda astfel. Fie *d* distanţa. Vom avea seria

$$\frac{d}{2}, \frac{d}{4}, \frac{d}{8}, \ldots$$

Fiind infinită această serie nu poate fi epuizată într-un timp finit. b) *Ahile şi broasca ţestoasă* · „niciodată lucrul care se mişcă mai încet nu va fi prins de cel care se mişcă mai repede, pentru că este necesar ca lucrul care-l urmează pe celălalt să atingă primul punct de unde a pornit cel care fuge, astfel încît va fi înaintea celui mai repede" c) *Argumentul săgeţii:* „dacă întotdeauna orice lucru este în repaus sau în mişcare cînd se află într-un loc egal (cu el însuşi), iar lucrul purtat se aplică întotdeauna în clipă, trebuie să ştim, că săgeata in zbor este nemişcată d) *Argumentul stadionului* „al patrulea raţionament este acela cu privire la mărimile egale care se mişcă într-un stadion in sens contrar, faţă de mărimi egale, unele pornind de la sfîrşitul stadionului, iar altele de la mijlocul stadionului cu viteze egale, in care el socoteşte că timpul jumătate este egal cu dublul său".

**A POSSE AD ESSE NON VALET CONSEQUENTIA** (lat „consecința logică de la a fi posibil la a exista nu este valabilă"), din faptul că ceva este posibil nu rezultă că și există (este real).

**A POSTERIORI** (lat „din ceea ce urmează"), expresie cu două sensuri principale 1) prekantian — cunoaștere care merge de la efecte spre cauze, de la consecințe spre principii, 2) kantian — cunoaștere care-și are originea în experiență și are o valabilitate relativă. Într-un anumit sens se confundă cu *empiric*. Astfel, propoziția „calul aleargă pe cîmpie", formulată pe baza observației, este o propoziție aposteriorică. Spre deosebire de *a priori*, a. poate fi utilizat în genere liber fără pericolul unor confuzii filosofice. (v și *a priori*)

**A PRIMA FACIE** (lat „la prima vedere"), mod de considerare a lucrurilor

**A PRIORI** (lat „din ceea ce precede"), în sensul pe baza a ceea ce este cunoscut anterior, expresie care în istoria filosofiei are două înțelesuri 1) prekantian (de ex la Aristotel, la Leibniz) — cunoaștere care merge de la cauze la efecte, de la principii la consecințe; 2) kantian — cunoaștere independentă de experiență, precede experiența, stă la baza ei, i se aplică și o constituie formal Astfel, principiul logic „$A \equiv A$" și propoziția matematică „$5 + 7 = 12$" sînt cunoștințe a. (nederivate din experiență). După Kant au fost încercări de a da acestei expresii un sens mai flexibil, relativ, totuși sensul kantian a devenit atît de dominant încît expresia nu este utilizată de cei ce vor să evite anumite confuzii filosofice (v și *a posteriori*).

**ARBORE DE CLASIFICARE**, graficul *sistemului de clasificare (v.)*

**ARBORELE LUI PORFIR**, schemă a diviziunii sugerată în Isagoga lui Porfir Se pornește, prin diviziunea dihotomică, de la genul suprem și se ajunge pînă la infima specie și indivizi. Se obține ierarhia *substantia, corpus, corpus animatum, animal, animale rationale, homo (animale rationale mortale), Socrates* (unde *homo* este infima specie)

**ARGUMENT.** 1. Denumire pentru variabila independentă a unei funcții, de ex se spune: „în funcția $y = x + 1$, $x$ — variabila independentă, este unicul argument al funcției", sau „$x$ este argumentul funcției" sau „$y = 4$ pentru valoarea 3 a argumentului $x$", „$p \rightarrow q$ are ca argumente pe $p$ și $q$", „argumentele $p$ și $q$ iau valorile 1 și resp 0" (în terminologia tradițională, argumentul este „mărimea variabilă" independentă); 2. Propoziție considerată ca adevărată și luată pentru demonstrarea altei propoziții, (de ex pentru a demonstra că „x este om" invocăm propoziții cunoscute ca adevărate „x vorbește", „x gîndește", „x muncește" ș.a.), 3. Denumire pentru unele raționamente concrete din istoria logicii și filosofiei, raționamente care prezintă un interes special (v. *argumentul ontologic, argumentul grămezii* ș.a.) Unele dintre aceste raționamente au caracter sofistic (v *voalatul*), altele conțin o eroare în demonstrație (v *argumentul ontologic*), altele au un caracter cvasiparadoxal (v *argumentul îndoielii*)

**ARGUMENTARE**, proces de justificare logică a unei propoziții Aparent termenul a. este sinonim cu *demonstrare*, în realitate el are o semnificație ceva mai largă, putînd fi luat și în sens retoric ca proces de convingere. Sînt cîteva lucruri de precizat în legătură cu *ordinea* argumentării și *raportul* între propozițiile opuse 1) orice argumentare începe cu propoziția afirmativă (se cere dovedită sau infirmată), nu cu propoziția negativă, 2) din neargumentarea (sau neinfirmarea) unei propo-

ziţii nu decurge nimic cu privire la opusa ei. Să presupunem că se discută în legătură cu posibilitatea vieţii pe Marte. Logica pretinde să nu cerem întîi discutarea propoziţiei negative „nu există viaţă pe planeta Marte", ci demonstrarea sau infirmarea afirmaţiei corespunzătoare 3. Orice argumentare în legătură cu propoziţia negativă se face prin intermediul propoziţilor afirmative. Chiar prin forma sa adevărul propoziţiei negative înseamnă respingerea logică a propoziţiei afirmative Situaţia rămîne *nedecisă* cîtă vreme n-a fost demonstrată sau infirmată propoziţia afirmativă. (v. *demonstraţie formală*)

**ARGUMENT CONTRA OMNIPOTENŢEI,** dilemă elaborată în evul mediu pentru combaterea omnipotenţei lui Dumnezeu. Dacă Dumnezeu poate face un lucru atît de mare pe care să nu-l poată ridica atunci el nu este omnipotent. Dacă Dumnezeu nu poate face un lucru pe care să nu-l poată ridica atunci el nu este omnipotent. Or el face sau nu face un lucru pe care să nu-l poată ridica. Prin urmare, el nu este omnipotent.

**ARGUMENTUL DOMINATOR,** raţionament construit de Diodor (filosof megaric) pentru a arăta că nimic nu este posibil dacă nu este nici nu va fi adevărat Epictet l-a relatat astfel. a. d. pare să fi pornit de la unele puncte de vedere ca acestea Există o incompatibilitate între următoarele trei propoziţii „Orice este trecut şi adevărat este necesar"; „Imposibilul nu decurge din posibil", „Ceea ce nu este nici nu va fi este posibil". Văzind această incompatibilitate, Diodor a folosit puterea de convingere a primelor două propoziţii pentru a întemeia teza că nimic nu este posibil dacă nici nu este nici nu va fi adevărat. A. Frenkian, în comentarii la Diogenes Laertios, il rezumă astfel „ceea ce nu este şi nu va fi nu este posibil deoarece din posibil nu poate lua naştere imposibilul. Dacă din două cazuri unul s-a produs atunci contrariul este imposibil Dacă ar fi fost posibil atunci din posibil s-ar fi produs imposibilul". Kneale în *Dezvoltarea logicii* arată că prima propoziţie şi excluderea de către primele două a celei de a treia sînt neîntemeiate Necesarul in conformitate cu prima propoziţie este identic cu *inalterabilitatea trecutului* Din prima propoziţie decurge că orice propoziţie falsă în trecut este imposibilă (deoarece contradictoriul unui enunţ necesar este unul imposibil) „Dacă putem arăta că fiecare enunţ fals formulat la prezent sau viitor, sau respectiv despre prezent sau viitor, atrage după sine unele propoziţii false la timpul trecut sau despre trecut vom fi arătat în conformitate cu cea de a doua propoziţie a a. d. că toate celelalte propoziţii de acest fel sînt, de asemenea imposibile". Kneale distinge între propoziţii *la* trecut, prezent sau viitor şi propoziţii *despre* trecut, prezent sau viitor. El consideră că în această ambiguitate constă explicaţia sofismului. Din definiţiile date de Diodor relativ la valorile logice rezultă că valorile logice se schimbă în raport cu timpul Ceea ce este adevărat *despre* trecut rămîne adevărat „Dar un enunţ care este adevărat despre trecut în acest sens nu are nevoie să fie exprimat printr-o propoziţie predicativă la timpul trecut". Se poate exprima şi prin propoziţii la viitor. De ex „Va fi totdeauna adevărat că regina Ana este moartă" A. d. depinde, aşadar, de o ambiguitate Ceea ce se spune că este necesar în prima propoziţie nu este un lucru de acelaşi fel cu ceea ce se spune a fi imposibil în a doua. (W. şi M Kneale, *Dezvoltarea logicii*)

**ARGUMENTUL ONTOLOGIC,** argument introdus de filosoful scolastic Anselm pentru a demonstra existenţa lui Dumnezeu. „Căci poate fi conceput că există ceva ce nu poate fi gîndit ca neexistent, care este

mai mare decît ceea ce poate fi gîndit ca neexistent. De aceea, dacă acest lucru mai mare decît care nu poate fi conceput nici un altul, poate fi gîndit ca neexistent, (atunci) însuşi acest lucru, faţă de care unul mai mare nu poate fi conceput, nu este cel mai mare (lucru) care poate fi conceput, ceea ce nu poate fi acceptat. Aşa dar, în adevăr există ceva faţă de care nu poate fi conceput ceva mai mare, astfel că nici să nu poată fi gîndit ca neexistent". Anselm voia să descopere, în acest fel, o contradicţie în supoziţia că Dumnezeu nu există. Argumentul a fost preluat ulterior de către Descartes. Kant a respins încercarea de a deduce din ideea că Dumnezeu este o *realitate supremă* existenţa sa. „ dacă gîndesc o fiinţă ca realitate supremă (fără lipsuri) (deci perfectă — Gh. E) rămîne mereu întrebarea dacă ea există sau nu" *(Critica raţiunii pure)* Existenţa mai arată Kant, nu este un atribut şi cu atît mai puţin unul care poate fi scos din concept (fie el şi conceptul de perfecţiune). Apoi: „Dovada ontologică (carteziană) deci, atît de celebră, care caută să demonstreze din concepte existenţa unei fiinţe supreme înseamnă cheltuială zadarnică de străduinţă şi muncă; iar din simple idei un om s-ar îmbogăţi tot atît de puţin în cunoştinţe ca şi un negustor în averea lui, care voind să-şi amelioreze situaţia, ar adăuga cîteva zerouri în registrele lui de casă". Aceste obiecţii kantiene sînt judicioase însă problema este ceva mai complicată. Din existenţa gîndită nu rezultă existenţa reală, totuşi dacă ceva este gîndit necontradictoriu rămîne deschisă posibilitatea existenţei reale. Or problema este tocmai aci este posibil măcar ca Dumnezeu să fie gîndit ca necontradictoriu? Mai multe paradoxe elaborate în evul mediu (v *Argument contra omnipotenţei*) arată că conceptul de Dumnezeu este contradictoriu şi, deci, imposibil, prin urmare nici măcar nu mai rămîne deschisă problema. Frege considera că „întrucît existenţa este o proprietate a conceptelor, argumentul ontologic pentru existenţa lui Dumnezeu eşuează". Dar, aşa cum remarcă Kneale, el înţelege prin *existenţa conceptului* proprietatea de a avea una sau mai multe exemplificări. Tot Frege notase că în a. o. se face confuzia între un concept de nivelul doi şi un concept de nivelul unu, ca o notă sau o trăsătură a acestuia din urmă Mai simplu spus, existenţa conceptului (= a ideii de Dumenezeu) nu e tot una cu existenţa a ceea ce „cade sub ideea de Dumnezeu".

**ARGUMENTUL ÎNDOIELII,** raţionament formulat de către Descartes în vederea aşezării cunoaşterii pe baze sigure Vrînd să demonstreze că „există ceva cert" el pleacă de la presupunerea opusă că „nimic nu e cert" (= mă îndoiesc de orice), deci procedează indirect. Totuşi Descartes nu conchide că presupunerea este contradictorie şi că deci însăşi această presupunere este îndoielnică (= nu este certă), ci constată *că cel puţin existenţa îndoielii este certă* (prin însuşi faptul că *mă îndoiesc*) Acest adevăr este prima sa intuiţie, căci, deşi începe să gîndească „prin opusă" (ca în raţionamentul prin absurd) nu conchide formal, ci sesizează, prin intuiţie, existenţa îndoielii Pe de altă parte, îndoiala este, prin definiţie, cugetare, încît el poate conchide analitic „există îndoiala, există cugetarea". Avem o suită de entimeme. 1. Mă îndoiesc, deci îndoiala există (cert), 2. Dacă îndoiala există, cugetarea există; 3. Dacă cugetarea există, eu exist; 4. Dacă eu exist, ceva infinit există. Pe baza *argumentului ontologic* (v.) Descartes încearcă să identifice conceptul de fiinţă perfectă (şi infinită) cu existenţa reală a lui Dumnezeu. Raţionamentele sale sînt condensate în următoarele formule latineşti:

1. *Dubito, ergo cogit*, 2. *Cogito, ergo sum*; 3. *Sum, ergo Deus est* Fiecare dintre aceste formule este o entimemă dintre care ultima, care pre-

supune argumentul ontologic, este greşită. Raţionamentele dezvoltate se bazează şi pe relaţia de analiticitate (în sens de „dat prin definiţie") ceea ce justifică actul intuiţiei.

**ARGUMENTUM AD BACUMLUM** (lat. „argumentul bastonului", în sensul de a sili prin forţă pe cineva să accepte o idee). Încercare de a argumenta prin constrîngere (evident, nu constrîngere logică, raţională).

**ARGUMENTUM AD HOMINEM** (lat. „argument la persoană"), argumentare falsă în care pentru a justifica sau respinge o idee se face referire la calităţile persoanei, la atitudinea ei anterioară sau la preocupările ei, fără legătură logică cu ideea pusă în discuţie. În caz particular se încearcă discreditarea ideii prin discreditarea persoanei. De ex., „*X* nu are dreptate deoarece este un prost", „*X* nu poate să spună adevărul deoarece pînă acum a susţinut altceva", „*X* nu poate fi crezut deoarece toată viaţa şi-a petrecut-o în desfrîu", „*X* nu poate să spună adevărul în condiţiile în care se află", „*X* are dreptate deoarece este un om cinstit". Un caz înrudit cu **a. ad h.** este *argumentul autorităţii*: „*X* are dreptate deoarece este o personalitate", „Adevărul este de partea lui *X* deoarece este un mare specialist". Împotriva acestui fel de „argumentare" trebuie să adoptăm principiul: *adevărul sau falsul unei propoziţii este cercetat independent de calităţile sau relaţiile persoanei care o asertează, numai în raport cu faptele cu care propoziţia are legătură logică.*

**ARGUMENTUM AD IGNORANTIAM,** (lat. „argument relativ la ignoranţă"), argumentare bazată pe ignoranţa interlocutorului, ceea ce revine la a lua ca argument pentru o propoziţie imposibilitatea de a dovedi opusa propoziţiei discutate. Forma acestei false argumentări pare a fi:

Nu este imposibil ca să fie aşa
Ceea ce nu este imposibil este posibil
————————————————
Deci este posibil să fie aşa

Se confundă „imposibilitatea de a dovedi" cu „neadevărul", pe de o parte, iar pe de altă parte, „posibilitatea logică" (abstractă) cu „posibilitatea reală" *(ori chiar cu realitatea)*.
Nu putem conchide nici măcar cu privire la posibilitatea adevărului din faptul că opusa n-a fost dovedită. Cu alte cuvinte schema „dacă nu s-a dovedit $p$ atunci este posibil $\bar{p}$" este o schemă falsă.

**ARGUMENTUM AD MISERICORDIAM** (lat „argument relativ la milă"), argumentare falsă în care se face apel la sentimentele de milă sau simpatie în favoarea cuiva pentru a-i dovedi, de ex., nevinovăţia.

**ARGUMENTUM AD POPULUM** (lat „argument relativ la popor") se adresează sentimentelor, pasiunilor sau prejudecăţilor poporului pentru a justifica o idee Un caz particular este *argumentul majorităţii* cînd, pentru a-şi susţine ideea, cineva se referă la acordul majorităţii (ca şi cum adevărul ar putea fi pus la vot).

**ARGUMENTUM AD VERECUNDIAM** (lat. „argument relativ la modestie"), formă falsă de argumentare prin apelul la respectul datorat autorităţii cuiva sau la utilizarea îndelungată a ideii. Ca argument al autorităţii este o formă de *argumentare ad hominem*. În ce priveşte „uzajul îndelungat" se spune adesea: „cum putem respinge o idee pe care lumea a acceptat-o mii de ani?" Pe scurt, se cere să fim modeşti, în asemenea situaţii. Schema „ceea ce a fost multă vreme socotit ca ade-

vărat este adevărat' nu are consistenţă logică. Exprimă o poziţie dogmatică, conservatoare. Pe de altă parte, nu este de acceptat nici poziţia inversă. „ceva este îndoielnic pentru că ... n-a fost pus niciodată la îndoială".

**ARGUMENTUM EX SILENTIO** (lat. „argument prelevat din trecerea sub tăcere") — raţionament de tipul „Lipsa negării lui *A* în cazul în speţă echivalează cu afirmarea lui *A*".

**ARITMETIZARE 1.** Reducerea logică a matematicii la aritmetică (în speţă la aritmetica numerelor naturale). Procesul a fost efectuat în ultima parte a sec. 19 graţie unor matematicieni ca Weierstras (1815—1897), Dedekind (1831—1916), Méray (1835—1911), Cantor (1845—1918), Peano (1858—1933) ş.a. Cea mai importantă realizare, în acest sens, a fost reducerea teoriei numerelor reale la teoria numerelor naturale, **2.** Traducerea în limbajul cifrelor a simbolurilor şi expresiilor matematicii şi logicii. Realizarea este datorată lui Kurt Godel (de aci „aritmetizare godeliană") Gödel a introdus reguli de corespondenţă univocă între simbolurile sistemului formal *(Principia Mathematica)* şi o mulţime de cifre, apoi reguli de corespondenţă între secvenţe finite de simboluri elementare şi cifre compuse prin anumite operaţii aritmetice. Astfel, pentru simbolurile elementare 0 (zero), *f* (succesor), ~ (negaţie) ∨ (disjuncţie), – (cuantor universal), (,) (paranteze) el asociază cifrele impare de la 1 la 13 (în ordinea dată). Fiecărei variabile $x_n$ (unde *n* reprezintă tipul variabilei) îi asociază numere prime $p > 13$ etc. **3.** Folosirea limbajului cifric în logică pe baza anumitor analogii între entităţile logice şi cele aritmetice. Procesul a fost iniţiat de către Leibniz. Astfel, putem adopta ca o convenţie să notăm adevărul cu 1 şi falsul cu 0 (se poate proceda şi invers). De aci vom introduce definiţiile **a.** pentru funcţiile logice $\bar{p} \equiv 1 - p$, $p \,\&\, q \equiv p \wedge q$; $p \vee q \equiv (p + q) - pq$, $p \rightarrow q \equiv (1 - p)q$. Sau pentru &, ∨, → avem respectiv: $p \,\&\, q \equiv \min (p, q)$, $p \vee q \equiv \max (p, q)$, $p \rightarrow q \equiv \begin{cases} 0, \text{ dacă } p > q; \\ 1, \text{ dacă } p \leqslant q; \end{cases}$ Folosirea cifrelor pentru valorile logice se face cu deosebit folos în cazul metodelor de *minimizare (v.)*

**ASEMĂNARE,** relaţie între două sau mai multe obiecte care au anumite proprietăţi comune în aşa fel că cel puţin dintr-un anumit punct de vedere ele pot fi practic confundabile (indiscernabile). Vom distinge două noţiuni de **a. 1.** Obiectele se aseamănă întrucît au proprietăţi comune (nu se precizează care), **2.** Obiectele sînt asemănătoare în raport cu o mulţime *dată* de proprietăţi. Prima este o relaţie de preechivalenţă (reflexivă şi simetrică), a doua este o relaţie de echivalenţă (reflexivă, simetrică şi tranzitivă). Notînd cu ≈ relaţia de **a.** vom scrie proprietăţile

(1) $x \approx x$ (*x* se aseamănă cu *x*)

(2) $x \approx y \Rightarrow y \approx x$

(3) $(x \approx y \,\&\, y \approx z) \Rightarrow x \approx z$

Prima relaţie satisface proprietăţile (1) şi (2) iar a doua pe toate trei. **A.** i se opune *deosebirea*. Dacă **a.** este totală („absolută") vom avea *identitate* (v.). **A.** admite grade de comparaţie. Vom putea spune „*x* este mai **a.** cu *y* decît cu *z*" sau „*x* se **a.** în acelaşi grad cu *y* şi cu *z*". Evident, **a.** (ca şi deosebirea) pot fi *relativizate*: „*x* se **a.** într-o privinţă cu *y*, dar se deosebeşte în alte privinţe". În caz ideal, dacă obiectele

nu se a. in nici o privință vom spune că sint „absolut deosebite". Astfel, numărul și triunghiul nu se a. in nici o privință (determinată). În realitate, cazurilor ideale indicate li se substituie noțiunile „practic indiscernabil" (identic) respectiv, „practic fără vreo asemănare". Obiectele sint distribuite in clase în funcție de gradul de a.

**A SENSU DIVISO AD SENSUM COMPOSITUM** (lat. „de la sensul distributiv la cel colectiv"), eroare de logică în conchidere. De ex.: De la *toți* în sens de fiecare, la *toți* în sens de toți la un loc: toți oamenii sînt slabi deci nu trebuie să se unească. Există și eroarea inversă: *a sensu composito ad sensum divisum* Astfel cînd spunem „toți putem să ridicăm această piatră prin urmare și tu poți ridica această piatră", conchiderea trece de la sensul colectiv al lui „toți" la cel distributiv (v. și *eroarea compoziției*).

**ASERȚIUNE.** 1. În sens slab afirmație sau negație, 2. În sens tare, afirmație sau negație însoțită de supoziția adevărului. Se spune „$2 \times 2 = 4$" „$2 \neq 5$" sînt a. Pentru a marca a. în sensul tare se utilizează uneori semnul $\vdash$ pus în fața expresiei. Pentru a distinge între simpla informare și asertare (în sens tare), Frege a utilizat termenii „Gedanke" (gînd) și respectiv „Urteil" (judecată). El a introdus și semnul pentru a. (în sens tare). Pentru al doilea sens se poate utiliza cuvîntul *asertare.* O confuzie vulgară pe care o fac începătorii cînd li se cer exemplificări este între a., afirmație și propoziție adevărată.

**ASIMETRIE** (presc *Asym*), termen care desemnează negația tare a proprietății de simetrie. La unii autori nu se distinge exact între asimetrie și anti-simetrie Se definește astfel:

$$Asym\,(R) = \overline{\exists} x\, y\, (x\, R\, y = y\, R\, x)$$

Altfel. $Asym\,(R) = \overline{\exists} x\, y\, Sym\,(R)$

Relația $<$ este evident asimetrică.

**ATRIBUT** (lat „attributum"), 1. Însușire proprie lucrului (de ex. *rațional* pentru *om*), 2. Ceea ce se enunță despre un subiect. De ex.. i se atribuie mamiferului faptul de a fi vertebrat. Uneori prin a. se înțelege predicatul judecății de formă *S* este *P*, alteori o însușire sau, in genere, o proprietate enunțată. În fine, prin a. se poate înțelege orice calitate atribuită subiectului. Neavînd un statut precis termenul este utilizat tot mai rar în logică. Uneori *judecățile generice (v )* au fost numite *judecăți atributive*.

**AUTOMORFISM.** *Endomorfismul (v )* care este *izomorfism (v.)*.

**AUTONIM,** predicat relativ la o expresie folosită pentru autodesemnare (autodenumire). Astfel, în expresia „omul este un animal rațional" termenul *om* este folosit pentru a desemna o entitate extralingvistică (o ființă vie), in timp ce în expresia „omul este un cuvînt format din patru litere" termenul *om* este folosit pentru a se autodenumi.

**AXIOMA,** (în înțelesul vechi al cuvîntului), propoziție evidentă prin sine care nu mai cere demonstrație; în înțelesul contemporan, o propoziție primă luată fără demonstrație, dar care nu este neapărat evidentă și care în alt sistem poate fi simplă teoremă. Tradițional se accepta uneori că există a. în *sens absolut* (= propoziție evidentă și indemonstrabilă) în timp ce din punctul de vedere al logicii actuale avem doar a. în *sens relativ* („axiomă în *S*" — unde *S* este un sistem axiomatic). Sens special: formulă rezultată din aplicarea *schemei de axiome* (v )

**AXIOMA REDUCTIBILITĂȚII,** axiomă formulată de B. Russell, conform cu care pentru orice propoziție nepredicativă putem formula una predicativă echivalentă (v. *teoria tipurilor*).

**AXIOMA SILOGISMULUI,** lege fundamentală a silogismului exprimată pe scurt, în latinește, prin *Dictum de omni et de nullo* (= a spune despre toți și despre niciunul). Exprimată în formă completă aceasta înseamnă „ceea ce se spune despre toți se spune și despre fiecare în parte, ceea ce se neagă despre toți se neagă și despre fiecare în parte". Analizată mai îndeaproape se observă că este o conjuncție de două axiome care corespund respectiv cu modul *Barbara* și resp *Celarent*. Uneori se numește a. s. și formula : $((A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow C)$.

**AXIOMATICA,** metodă de sistematizare a propozițiilor unui domeniu de informație. Presupune următoarele principii a) se postulează un număr finit de termeni (noțiuni) numiți *termeni primi (noțiuni prime)* și regulile de definiție a celorlalți termeni, numiți *termeni derivați (noțiuni derivate)*, b) se postulează un număr finit de propoziții prime numite *axiome* și regulile de deducție a celorlalte propoziții (numite *termene*). Ca rezultat obținem un *sistem axiomatic* Dacă e aplicată la *obiecte formale* atunci obținem un *sistem formal axiomatic*

**AXIOMATICA PROPOZIȚIILOR** (sistemul Hilbert-Ackermann), sistem al logicii funcțiilor de adevăr

Axiome :

(1) $(p \vee p) \rightarrow p$

(2) $p \rightarrow (p \vee q)$

(3) $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

(4) $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \vee p) \rightarrow (r \vee q))$

Semnul $\rightarrow$ este introdus prin definiție $p \rightarrow q \equiv \bar{p} \vee q$ De asemenea ceilalți operatori se definesc prin ( —, $\vee$) *Reguli*

(1) *Regula substituției.* Într-o formulă $A$ o variabilă propozițională $\alpha$ poate fi înlocuită cu orice formulă $B$ cu condiția ca $\alpha$ să fie înlocuită pretutindeni unde apare în $A$.

(2) *Regula detașării* (modus ponens). Autorii introduc apoi reguli derivate în raport cu fiecare axiomă și în raport cu unele teoreme

(3) *Regula: idempotenței disjuncției* $\dfrac{A \vee A}{A}$

(4) *Regula extinderii disjuncției* $\dfrac{A}{A \vee B}$

(5) *Regula comutativității disjuncției* $\dfrac{A \vee B}{B \vee A}$

(6) *Regula extinderii disjunctive a termenilor implicației*

$$\frac{A \rightarrow B}{(C \vee A) \rightarrow (C \vee B)}$$

Demonstrația acestor reguli se obține din axiome cu ajutorul regulilor (1) și (2)

*Exemple de teoreme* $T_1$ $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \rightarrow p) \rightarrow (r \rightarrow q))$. Se obţine din ax 4 prin regula (1) $(r/\bar{r})$ şi prin introducerea $\rightarrow$. În raport cu $T_1$ se demonstrează apoi regula *tranzitivităţii implicaţiei* : $\frac{A \rightarrow B,\ B \rightarrow C}{A \rightarrow C}$

$T_2$ $\bar{p} \vee p$. *Demonstraţie.* În ax. 2 operăm $q/p$ : $p \rightarrow (p \vee p)$. Aplicăm apoi regula (7)

$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow (p \vee p) \\ (p \vee p) \rightarrow p \quad \text{ax. (1)} \end{array}}{p \rightarrow p}$$

coatem implicaţia conform cu definiţia şi obţinem $T_2$.

$T_3$ $p \vee \bar{p}$ *Demonstraţie* Aplicăm la teorema $T_2$ regula (5) : $\frac{\bar{p} \vee p}{p \vee \bar{p}}$

$T_4$ · $p \rightarrow \bar{\bar{p}}$. *Demonstraţie.* În $T_3$ operăm $p/\bar{p}$ : $\bar{p} \vee \bar{\bar{p}}$. Introducem, prin definiţie, $\rightarrow$ şi obţinem $T_4$.

$T_5$. $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$. *Demonstraţie.* În $T_4$ operăm $p/\bar{p}$ şi obţinem. $\bar{p} \rightarrow \bar{\bar{\bar{p}}}$. Introducem $q$ prin regula (6) :

$$\frac{\bar{p} \rightarrow \bar{\bar{\bar{p}}}}{(q \vee \bar{p}) \rightarrow (q \vee \bar{\bar{\bar{p}}})}$$

Operăm apoi $q/p$ şi obţinem · $(p \vee \bar{p}) \rightarrow (p \vee \bar{\bar{\bar{p}}})$. Din aceasta şi din $p \vee \bar{p}$ $(T_3)$ obţinem prin modus ponens : $p \vee \bar{\bar{\bar{p}}}$. Prin regula derivată (5) obţinem din aceasta $\bar{\bar{\bar{p}}} \vee p$. Introducem implicaţia şi rezultă $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$ (Q.E.D.)

$T_6$ $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$. *Demonstraţie*

$p \rightarrow \bar{\bar{p}}$ $(p/q)$

$q \rightarrow \bar{\bar{q}}$ introducem pe $p$ prin regula (6)

1) $\bar{p}q \rightarrow \bar{p}\bar{\bar{q}}$.

În ax. (3) operăm $p/\bar{p}$ şi $q/\bar{\bar{q}}$ :

2) $\bar{p}\bar{\bar{q}} \rightarrow \bar{\bar{q}}\bar{p}$ La 1) şi 2) aplicăm regula (7) . $\bar{p}q \rightarrow \bar{\bar{q}}\bar{p}$, apoi introducem implicaţia $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$ Q.E.D. Există multe alte sisteme axiomatice ale logicii propoziţiilor, de exemplu, sistemul lui Frege (cu $\rightarrow$, —), sistemul lui Russell (din care provine prin simplificare sistemul lui Hilbert şi Ackermann), sistemul lui A. Church (cu $\rightarrow$, $f$/fals/), sistemul lui Nicod (cu /).

**AXIOMELE LUI PEANO**, propoziţii fundamentale formulate de matematicianul italian Peano pentru aritmetica numerelor naturale cunoscute sub numele de **a.** lui Peano : **1)** 1 este număr natural (uneori în loc de 1 a luat

pe 0); 2) succesorul oricărui număr natural este un număr natural, 3) nu există două numere naturale cu acelaşi succesor, 4) 1 nu este succesorul niciunui număr natural (în alte cazuri e luat 0) ;5) dacă 1 (resp. 0) are o proprietate şi dacă din faptul că un *n* are această proprietate rezultă că succesorul său are această proprietate, atunci orice număr natural are proprietatea respectivă. Ultima propoziţie este în fond *principiul inducţiei matematice* (v.). Demn de reţinut este că Peano utilizează numai trei concepte aritmetice prime. *număr natural*, *zero* (sau *unu*) şi *succesor*. S-ar putea spune că aceste concepte sînt definite *implicit* prin axiome, dar deja posibilitatea de a înlocui pe *unu* cu *zero* arată că lucrurile nu stau aşa. Mai mult, există şi alte interpretări care pot satisface axiomele, (de ex. alte progresii). Prin urmare, în acest fel se poate pierde legătura cu conceptele obişnuite *număr natural*, *unu* şi *succesor*. Sistemul se extinde prin extinderea noţiunii de *proprietate*, după cum a arătat Skolem el este *monomorf* (v.) numai dacă termenii de *mulţime* şi *funcţie propoziţională* sînt luate independent de orice *principii de generare*. Pentru a evita paradoxul lui Cantor în această generalizare trebuie să punem în locul axiomei (5) o mulţime de axiome din care fiecare se referă la o *proprietate determinată*. Dacă introducem un şir infinit numărabil de axiome sistemul, în totalitate, este *polimorf* (necategoric).

**AXIOMELE MULŢIMILOR** (sistemul ZF), axiome formulate de Zermelo şi Fraenkel.

1. *Axioma extensionalităţii*. Dacă două mulţimi au aceleaşi elemente sînt identice,

2. *Axioma perechii*. Din două mulţimi $X$ şi $Y$ putem forma o mulţime $Z$ care are ca elemente exact pe $X$ şi $Y$,

3. *Axioma detaşării* (axioma formării submulţimilor). Pentru orice mulţime $A$ şi orice predicat monadic $P$ (definit pentru orice element $x$ al lui $A$) există o mulţime complet determinată care conţine exact acele elemente ale lui $A$ care satisfac predicatul $P$.
Fraenkel spunea că aceasta este „cea mai caracteristică particularitate a sistemului lui Zermelo",

4. *Axioma mulţimii sumă sau a reuniunii*. Pentru orice mulţime $X$ există o mulţime $Y$ identică cu suma (reuniunea) elementelor lui $X$.

5. *Axioma mulţimii potenţiale*. Pentru orice mulţime $X$ există o mulţime $Y$ care conţine toate submulţimile lui $X$;

6. *Axioma alegerii*. Pentru orice mulţime nevidă $X$ formată din mulţimi care se exclud între ele există o mulţime $Y$ care conţine un singur element comun cu fiecare asemenea mulţime,

7. *Axioma infinitului*. Există cel puţin o mulţime $Z$ care posedă însuşirile:

a) $0 \in Z$
b) dacă $x \in Z$ atunci $\{x\} \in Z$.

8. *Axioma substituţiei*. Dacă $X$ este o mulţime atunci înlocuind pe fiecare element al lui $X$ cu o mulţime obţinem o nouă mulţime (biunivocă cu $X$).

9. *Axioma fundării*. Orice mulţime $X$ nevidă conţine un astfel de element $y$ cu care nu are nici un element comun. Aceasta este *axioma limitării* destinată să elimine orice mulţime care nu satisface axiomele 1—7.
O amplă discuţie metateoretică cu alte diferite formulări (echipotente, mai tari sau mai slabe) este conţinută în lucrarea *Bazele teoriei mulţimilor* de Fraenkel şi Bar-Hillel.

# B

**BARBARA**, denumire mnemotehnică pentru primul mod al figurii I a silogismului simplu categoric Are următoarea schemă

Toţi $M-P$
Toţi $S-M$
――――――――
Toţi $S-P$

Exemplu .

Toate mamiferele sînt vertebrate
Toate caninele sînt mamifere
――――――――――――――――
Toate caninele sînt vertebrate

**BAROCO**, mod al figurii a *II*-a. Are schema următoare

*A* Toţi *P* sînt *M*
*O* Unii *S* nu sînt *M*
――――――――――――
*O* Unii *S* nu sînt *P*

Formă stilizată a lui **Ba.** · *Unii S nu sînt P fiindcă toţi P sînt M, or unii S nu sînt M.*

Exemplu

Toţi oamenii cinstiţi sînt drepţi
Unii magistraţi nu sînt drepţi
――――――――――――――――
Unii magistraţi nu sînt cinstiţi.

Forma stilizată · Unii magistraţi nu sînt cinstiţi, fiindcă toţi oamenii cinstiţi sînt drepţi, or unii magistraţi nu sînt drepţi.

Sau Unii magistraţi nu sînt cinstiţi, fiindcă nu sînt drepţi, or toţi oamenii cinstiţi sînt drepţi.

Sau Toţi oamenii cinstiţi sînt drepţi, or unii magistraţi nu sînt cinstiţi, fiindcă nu sînt drepţi.

**BAZĂ OPERAŢIONALĂ**, sistem de operatori logici prin care definim alţi operatori logici. Operatorii prin care definim se vor numi *operatori de bază*. Mulţimea operatorilor de bază este completă în raport cu totalitatea operatorilor consideraţi numai dacă baza este suficientă pentru a defini tot restul operatorilor. Pentru logica propoziţiilor cea mai cunoscută şi utilizată bază este (—, &, ∨). Alte baze sînt (/), (↙), (—, →), (—, &, ⊕). Unele baze sînt *ireductibile* (adică nu conţin o submulţime strictă care să fie la rîndul său completă), altele *reductibile*. Baza (—, &, ∨) este reductibilă, ea conţine două baze ireductibile (—, &), (—, ∨).

Toate bazele indicate sint complete pentru logica propoziţiilor Bazele $(-, \equiv)$, $(-, \oplus)$ nu sint complete În continuare dăm cîteva definiţii în diferite baze:

(1) $p \rightarrow q \equiv \overline{\bar{p} \vee q}$

(2) $p \rightarrow q \equiv p \,\&\, \bar{q}$

(3) $\bar{p} \equiv p / p$

(4) $\bar{p} \equiv p \swarrow q$

(5) $p \vee q \equiv (p/p)/(q/q)$

(6) $p \,\&\, q \equiv (p \swarrow p) \swarrow (q \swarrow q)$

(7) $p \rightarrow q \equiv p/(q/q)$

(8) $p \,\&\, q \equiv \overline{p \rightarrow \bar{q}}$

(9) $p \vee q \equiv \bar{p} \rightarrow q$

**BEGRIFSSCHRIFT** (germ *Scriere conceptuală*), operă capitală în istoria logicii, elaborată de G. Frege şi publicată în 1879. Frege uneşte logica cu aritmetica pe baza concepţiei logiciste (v. *logicism*) al cărei întemeietor este, elaborează un simbolism specific logicii (prea greoi pentru a fi fost preluat), axiomatizează calculul propoziţiilor şi dezvoltă logica predicatelor. Este întemeietorul *logicii matematice* (v.) în înţelesul restrîns al cuvîntului. Denumirea *Begrifsschrift* este prescurtată, dar în istoria logicii opera este invocată cu acest nume

Deschide o nouă etapă în istoria logicii (etapa logicii axiomatice şi a fundamentării logice a matematicii) deosebită de etapa anterioară a logicii algebrice

**BIUNIVOCITATE,** proprietate a unor relaţii definită prin aceea că relaţiile presupun o corespondenţă biunivocă între domeniul şi codomeniul lor. Altfel spus orice relaţie biunivocă implică o corespondenţă biunivocă. Astfel, relaţia de „căsătorie legală în R.S.R." este o relaţie de biunivocitate fiecărui soţ i se asociază o singură soţie şi fiecărei soţii un singur soţ. Dimpotrivă, în societăţile în care este admisă poligamia relaţia de căsătorie nu este biunivocă. (v. *echivalenta mulţimilor*)

**BOCARDO,** mod al figurii a III-a. Are schema următoare:

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| *O* | Unii | *M* | nu sint | *P* |
| *A* | Toţi | *M* | sint | *S* |
| *O* | Unii | *S* | nu sint | *E* |

Formă stilizată: *Unii S nu sînt P, fiindcă unii M nu sînt P, deşi toţi M sînt S*

Exemplu

Unii oameni inteligenţi nu sint înţelepţi
Toţi oamenii inteligenţi rezolvă bine probleme intr-un domeniu

Unii din cei ce rezolvă bine probleme intr-un domeniu nu sint înţelepţi.

Formă stilizată. Unii din cei ce rezolvă bine probleme intr-un domeniu nu sînt înţelepţi, fiindcă unii oameni inteligenţi nu sînt înţelepţi deşi rezolvă bine probleme intr-un domeniu

**BRAMANTIP**, mod al figurii a IV-a Are schema următoare ·

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A | Toţi | P | sînt | M |
| A | Toţi | M | sînt | S |
| I | Unii | S | sint | P |

Se observă o anumită artificialitate în acest silogism Conform cu axioma silogismului concluzia firească ar fi : Toţi P sînt S. În locul acesteia (datorită dispunerii termenilor) avem conversa acestei judecăţi · Unii S sînt P.

**BRICIUL LUI OCKHAM**, denumirea unui principiu atribuit lui Ockham şi destinat să combată distincţiile inutile; altfel spus multiplicarea inutilă a entităţilor în filosofia medievală. Are formularea următoare : *Entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem* („entităţile nu trebuie înmulţite peste necesitate").

# C

**CALCUL EXTINS AL PROPOZIŢIILOR,** calcul construit de B. Russell sub denumirea de *teorie a implicaţiei* (1906) apoi de Lukasiewicz şi Tarski sub denumirea de *calcul extins al propoziţiilor*. El constă în introducerea de cuantori pentru variabile propoziţionale. Russel plasează cuantificarea nu lingă variabilă ci lingă operatorul implicaţiei: $p \supset_{(q)} q$ (citeşte „$p$ implică pentru orice $q$ pe $q$") Inspirat de Peirce, Russel defineşte negaţia $\sim p$ prin $p \supset_r r$ (1903) şi respinge definiţia negaţiei prin $p \supset (s)\, s$ (1906). Tot el defineşte conjuncţia $p \cdot q$ prin $p \supset (q \supset r) \supset (r)\, r$ (1903, 1906) Se pare că Russell a fost stimulat de analiza propoziţiei „nu orice este adevărat" pe care a simbolizat-o prin $\sim (p)\; p$. Church, la rindul său, pleacă de la propoziţia, evident falsă, „orice propoziţie este adevărată" simbolic $(s)\; s$ — şi defineşte prin ea falsul (constanta **f** în sistemul său), $\mathbf{f} = \mathrm{df}(s)s$ (in loc de ' = df"el utilizează semnul „$\rightarrow$"). Limitind interpretarea simbolurilor la bivalenţă „$(s)s$" se citeşte „orice $s$ ia valoarea **v**", ceea ce nu e cazul şi deci (prin contraexemplu) $(s)\; s = \mathbf{f}$. Negaţia este definită in continuare prin $\sim p = \mathrm{df}\, p \supset \mathbf{f}$. Adevărul **v** e definit prin $(\exists(s)s$ (adică „există propoziţii adevărate" sau mai restrins „există $s$ care ia valoarea **v**"). Se înţelege că pornind de la $\mathbf{v} = \mathrm{df} \sim \mathbf{f}$ putem introduce definiţiile

$$\mathbf{v} = \mathrm{df} \sim (s)s$$
$$\mathbf{f} = \mathrm{df} \sim (\exists s)s$$

Rezultă că $\sim (s)s = (\exists s) \sim s = (\exists s)s$. În alt context Church defineşte falsul in felul următor. $\mathbf{f} = \mathrm{df} \sim (r \supset r)$. În general, ideea constă in substituirea falsului cu o formulă logic falsă şi introducerea negaţiei in raport cu aceasta. Analog pentru adevăr se poate introduce o formulă logic adevărată. **C. e. al p.** este echivalent cu calculul necuantificat. Formulele sint adevărate, tautologice sau false logic

**CALCUL LOGIC. 1.** Algoritm logic, **2.** Sistem logic axiomatic formal Se vorbeşte astfel despre *calculul matriceal*, *calculul formelor normale* (aceştia sint algoritmi, resp algoritm semantic şi algoritm sintactic), *calculul propoziţiilor*, *calculul predicatelor* ş.a. (acestea sint sisteme axiomatic formale).

**CALCUL MATRICEAL,** calcul pentru rezolvarea unor probleme din Tl A (problema deciziei, problema formelor normale perfecte ş a ) bazat pe matricele funcţiilor de adevăr.

**CALCUL NATURAL,** sistem de logică bazat numai pe reguli (scheme) de deducţie A fost construit aproape concomitent de G. Gentzen şi S. Jaskowsky Există două feluri de reguli *de introducere şi de eliminare a operatorilor*. La Gentzen există o *deviere* in sensul că admite o schemă de axiome, alţi logicieni (ex Quine) o elimină. Se notează operatorii pentru denumirea regulilor cu simbolurile lui Lukasiewici indicate cu *i* (pentru introducere) şi *e* (pentru eliminare), de ex , $K_i$ (introducerea conjuncţiei)

şi $K_e$ (eliminarea conjuncţiei). Fiecare regulă pleacă de la *supoziţii* şi arată ce se poate conchide din ele.

$$(K_i)\ \frac{A, B}{A \& B},\quad (K_e)\ \frac{A \& B}{A}$$

El formulează două calcule Lj (intuiţionist) şi LK (clasic). Vom vorbi pur şi simplu de „calculul lui Gentzen". S. Kanger dă o variantă numită „calculul secvenţelor", o altă simplificată aparţine lui Quine. În fine, „metoda tabelelor semantice" elaborată de E. W. Beth corespunde în plan semantic cu calculul lui Gentzen. În ce priveşte calculul lui Jaskowski îl vom numi simplu „calculul supoziţiilor". Gentzen afirmă că axiomatica Russell-Hilbert „este foarte departe de acele metode de raţionare care se aplică în demonstraţiile matematice curente", tocmai de aci denumirea de „natural" pe care o dă calculului său. Într-un anumit sens calculul se apropie de logica tradiţională care foloseşte nu „teze", ci „scheme de deducţie" El spune că „deducţiile naturale pornesc nu din axiome logice ci din presupuneri". Gentzen demonstrează o teoremă fundamentală conform cu care „orice demonstraţie pur logică poate fi redusă la o formă normală determinată, deşi nu univocă". Următoarele două exemple date de Gentzen sugerează esenţa c.n.

1. Avem de demonstrat $(A \vee (B \& C)) \rightarrow ((A \vee B) \& (A \vee C))$. Raţionăm astfel. fie e adevărat „$A$ sau $B$ & $C$". Avem două cazuri: 1) E adevărat $A$ ;2) E adevărat $B \& C$. Din cazul (1) decurge atît $A \vee B$ cît şi $A \vee C$ şi prin urmare $(A \vee B) \& (A \vee C)$.

Din cazul (2) decurge atît $B$ cît şi $C$. Din $B$ decurge $A \vee B$, iar din $C$ decurge $A \vee C$ şi, deci, din ambele decurge $(A \vee B) \& (A \vee C)$. Dar formula $(A \vee B) \& (A \vee V)$ decurge în acest fel atît din cazul (1) cît şi din (2) şi prin urmare decurge indiferent din care, adică din $A \vee (B \& C)$.
Se observă că aci s-au aplicat regulile următoare:

$$\frac{A}{A \vee B},\quad \frac{A}{A \vee C},\quad \frac{A \vee B,\ A \vee C}{(A \vee B) \& (A \vee C)}$$

$$\frac{B \& C}{B},\quad \frac{B \& C}{C}\quad \frac{B}{A \vee B}\quad \frac{C}{A \vee C}.$$

O regulă mai cuprinzătoare este următoarea

$$\frac{\Gamma \vee A,\quad \Gamma \vdash B,\quad A \vdash B}{\Gamma \vee A \vdash B}$$

Un loc aparte ocupă regula

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \rightarrow A}$$

2. Avem de demonstrat $\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x\, F(x, y)$. Se raţionează astfel: există $x$ astfel că pentru orice $y$ are loc $F(x, y)$. Fie $a$ un astfel de $x$ Ca urmare pentru orice $y$ are loc $F(a, y)$. Fie apoi $b$ un obiect oarecare De aci $F(a, b)$ Prin urmare, există $x$, anume $a$ astfel că are loc $F(x, b)$.

Cum $b$ este *oarecare*, această formulă are loc pentru toate obiectele, adică pentru orice $y$ există $x$ astfel că $\forall y \exists x\, F(x, y)$. Q E D Aci se aplică regulile

$$\frac{\exists x\, \forall y\, F(x, y)}{\forall y\, F(a, y)} \quad \frac{\forall y\, F(a, y)}{F(a, y)} \quad \frac{F(a, y)}{\exists x\, F(x, y)} \quad \frac{\exists x\, F(x, y)}{\forall y\, \exists x\, F(x, y)}$$

Gentzen a formulat sistemul de reguli de introducere şi eliminare şi a aplicat calculul la aritmetică. (V şi *Calculul lui Gentzen*, *Calculul natural al lui Quine*, *Tabelele semantice ale lui Beth*, *Calculul lui Jaskowsky*)

**CALCUL NATURAL AL LUI QUINE**, tehnică a deducţiei naturale diferită întrucîtva de cea a lui Gentzen şi Jaskowsky. Quine simplifică regulile în ce priveşte eliminarea existenţialului (Gentzen), introducerea şi eliminarea existenţialului (Jaskowsky) Quine se ocupă, în special, de logica predicatelor, în ce priveşte logica propoziţiilor nu există modificări. Deducţia constă din *linii* (formule) fiecare linie fiind un *pas* în proces. Liniile sînt numerotate la stînga cu 1, 2, .. $n$ Fiecare număr e însoţit de asterisc cînd formula rezultată este supoziţie sau implicată de linii anterioare, cînd formula e universal adevărată se omite asteriscul. Se poate trece de la o linie cu asterisc la una fără dacă prima este incorporată ca antecedent al unei implicaţii faţă de a doua În dreapta se indică numărul liniilor din care linia dată provine În caz că avem o linie fără asterisc care provine din una cu asterisc, scriem numărul cu asterisc

Exemple

1) *(1) $\forall x\, Fx$ (supoziţie)
*(2) · $Fy$ (1) ($\forall e$)
*(3) $\exists x\, Fx$ (2) ($\exists i$)

2) *(1) $\forall x\, (Gx \,\&\, \overline{Gx})$ (supoziţie)
*(2) · $Gy \,\&\, \overline{G}y$ (1) ($\forall e$)
(3) $\forall x\, (Gx \,\&\, \overline{G}x) \rightarrow (Gy \,\&\, \overline{G}y)$ *(2)
(4) · $\overline{\forall x}\, (Gx \,\&\, \overline{G}x)$ (3)

(Linia 4 se justifică prin faptul că dacă ceva implică contradicţia atunci îşi implică propria negaţie) În unele cazuri numerele din stînga sînt afectate de două asteriscuri, este vorba de introducerea unor supoziţii suplimentare şi de formulele care decurg din ele

3) *(1) · $Fy \rightarrow p$
**(2) · $\forall x\, Fx$
**(3) * $Fy$ (2)
**(4) · $p$ (1) (3)
*(5) · $\forall x\, Fx \rightarrow p$ *(4)

Deducţia nu arată că (5) este universal adevărată, ci că (1) implică (5) cu ajutorul altor formule „provizorii".
Se poate însă adăuga linia

(6) $(Fy \rightarrow p) \rightarrow \forall x\, Fx \rightarrow p$ *(5)

Quine formulează următoarele reguli

I. *Regula premiselor* (P) Orice schemă poate fi pusă la orice pas al deducţiei cu prevederea că în acest fel vom iniţia o coloană nouă (interioară) de asteriscuri.

II. *Regula exemplificării universale* (U I) Oricărei linii îi putem subjuncta o nouă linie care este schemă ce implică linia dată prin exemplificare universală. Adică aplicăm $\frac{\forall x Fx}{Fy}$

III. *Regula generalizării existenţiale* (E G). Oricărei linii î putem subjuncta o nouă linie care este o schemă implicată de linia dată sau conjuncţia liniilor date. În special se aplică schema. $\frac{Fy}{\exists x\, Fx}$

IV *Regula inferenţei funcţionale* (T F.). Oricărei linii sau set de linii îi putem subjuncta orice schemă care este implicată (funcţional) de linia dată sau de conjuncţia liniilor date

V. *Regula condiţionalizării* (Cd). Oricărei linii cu asterisc, *(*m*), îi putem subjuncta condiţionalul al cărui consecvent este acelaşi cu (*m*) şi al cărui antecedent este acelaşi cu ultima premisă a lui (*m*)

VI *Regula generalizării universale* (U G) $\frac{Fy}{\forall x\, Fx}$.

VII *Regula exemplificării existenţiale* (E I): $\frac{\exists x\, Fx}{Fy}$. Regulile VI şi VII se aplică cu restricţii *(v. calculul lui Gentzen)*. Quine notează variabilele limitate în dreapta după numere. Scrierea variabilei denotă că nu putem pretinde la introducerea implicaţiei la etapa respectivă. *Exemplu.*

*(1) $\exists y\, \forall x\, F(x, y)$,

*(2) $\forall x\, F(x, z)$ (1) $z$ (E I),

*(3) $F(w, z)$ (2) (U I),

*(4) $\exists y\, F(w, z)$ (3) (E G);

*(5) $\forall x\, \exists y\, F(x, y)$ (4) $w$ (U G)

Condiţionalul

(6) $\exists y\, \forall x\, F(x, y) \rightarrow \forall x\, F(x, z)$ nu este universal adevărat, însă

(7) $\exists z\, [\exists y\, \forall x\, F(x, y) \rightarrow \forall x\, F(x, z)]$ este universal adevărată.

Variabila w de la (5) arată că

(8) $\exists y\, F(w, y) \rightarrow \forall x\, \exists y\, F(x, y)$ nu este universal adevărată, dar

(9) $\exists w\, [\exists y\, F(w, y) \rightarrow \forall y \exists y\, F(x, y)]$ este universal adevărată. La rîndul său

(10) $\exists y\, [\forall x\, F(x, y) \rightarrow \forall x\, \exists y\, F(x, y)]$ este universal adevărată.

Quine utilizează o terminologie proprie care nu este prea fericit aleasă dacă ţinem să nu multiplicăm inutil limbajul; o reproducem totuşi pentru informare Pe de altă parte, metoda sa presupune şi unele noţiuni noi. O linie care urmează după altele astfel că premisele ei se află printre cele precedente se numeşte *subjunctă* la respectivele linii De ex.: linia (3) este subjunctă lui (2), iar linia (4) lui (1) şi (3). La rîndul său linia (5) este *subjunctă cu asterisc* lui *(4), iar (6) este *subjunctă cu asterisc* lui *(5). Dacă o linie (*k*) este subjunctă unei linii (*h*) astfel că (*h*) → (*k*) (prin E I, U I, E G, U G) (h) → (k) se va numi *pasul condiţional* al lui (*h*). În exemplul de mai sus (6) este pasul condiţional al lui (2). Paşii condiţionali (2), (3), (4), (5) împreună implică pe (10), dar apare *accidentul* că paşii săi condiţionali nu sînt toţi universal — adevăraţi, respectiv (2) şi (5)

nu sînt universal adevărați Restricțiile la regulile indicate sînt · (a) Nici o variabilă nu poate fi *semnalată* (scrisă la dreapta) de două ori într-o deducție. (b). Trebuie să putem stabili o ordine a variabilelor în deducție $v_1, \dots v_n$ astfel că pentru fiecare i de la 1 la $n - 1$, $v_i$ nu este liber în nici o linie în care $v_{i+1}, \dots v_n$ este cu asterisc Tehnic condiția (b) poate fi formulată astfel · ordonați literele astfel încît variabila semnalată să fie ultima dintre variabilele care aparțin liniei respective. Demonstrăm formula $\exists x\ (p \vee Fx) \equiv p \vee \exists x\ Fx$ Fiind echivalență se descompune în două implicații ( = condiționale) pe care le demonstrăm pe rînd.

| I | II |
|---|---|
| *(1) $\exists x\ (p \vee Fx)$ | *(1) $p \vee \exists x\ Fx$ |
| *(2) $p \vee Fy$ (1) $y$ | **(2) $\exists x\ Fx$ |
| **(3) $Fy$ | **(3) $Fy$ (2) $y$ |
| **(4) $\exists x\ Fx$ (3) | *(4) $\exists x\ Fx \rightarrow Fy$ *(3) |
| *(5) $Fy \rightarrow \exists x\ Fx$ *(4) | *(5) $p \vee Fy$ (1) (4) |
| *(6) $p \vee \exists x\ Fx$ (2) (5) | *(6) $\exists x\ (p \vee Fx)$ (5) |

**CALCULE PROPOZIȚIONALE PARȚIALE,** calcule propoziționale bazate pe o mulțime incompletă de operatori. Astfel de calcule sînt *calculul implicației* (bazat pe $\rightarrow$), *calculul echivalenței* (bazat pe $=$), *calculul pozitiv* (Hilbert), *calculul cu echivalență* și *negație*, *calculul intuiționist* (Heyting) ș.a Din aceste calcule vor lipsi, evident, o parte din teoremele calculului complet al propozițiilor Cu alte cuvinte ele sînt *incomplete* (v. *completitudine*).

**CALCULUL LUI GENTZEN,** primul calcul natural (v.) *Lista de semne* (parțial modificată) $a, b, c, \dots$ variabile libere, $x, y, z, \dots$ variabile legate, $A, B, C, \dots$ expresii propoziționale oarecare, $\top$ (adevăr), $\bot$ (fals), $\prec$ (simbol despărțitor), operatorii logici. *Formula* se definește inductiv Se definesc încă „gradul formulei" (= lungimea formulei), „semnul exterior al formulei" (= operatorul principal), „subformula" (= orice rezultat al unei etape în construcția formulei). *Secvență*. Este o succesiune de tipul $A_1, \dots, A_m \prec B_1, \dots, B_n$ (unde $A_i$, $B_j$ sînt formule oarecare, iar $\prec$ semn despărțitor). $\{A_i\}$ formează antecedentul, iar $\{B_j\}$ succedentul secvenței O secvență constă din *S — formule*. Ambele pot fi vide și atunci secvența se notează cu $\bot$. Intuitiv secvența înseamnă: $(A_1 \,\&\, \dots \,\&\, A_m) \rightarrow (B_1 \vee \dots \vee B_n)$ Șirul $A_1, \dots A_m$ (resp. $B_1, \dots, B_m$) trebuie înțeles astfel: $((A_1 \,\&\, A_2) \,\&\, A_3) \,\&\, \dots \,\&\, A_m$, (analog pentru $\{B_j\}$) Dacă antecedentul e vid, atunci se înțelege că avem $B_1 \vee B_2 \vee \dots \vee B_n$ Dacă succedentul este vid atunci avem. $\overline{(A_1 \,\&\, \dots \,\&\, A_m)}$ sau $(A_1 \,\&\, \dots \,\&\, A_m) \rightarrow \bot$.

Pentru fiecare formulă există o secvență echivalentă. Este admisă o secvență inițială de forma $D \prec D$. Se introduc *figuri de deducție* și *figuri de demonstrație*. Ele constau din „formule" sau din „secvențe". Pentru început se operează cu formule. *Figura de deducție* are forma.

$$\frac{A_1, \dots, A_n}{B} \quad (n \geqslant 1)$$

În funcție de natura calculului se introduc figuri determinate *Figura de demonstrație* constă dintr-un număr (finit) de formule (cel puțin una) care formează *figuri de deducție* în care formulele se succed fără a o forma „cerc" (= primul membru urmează după ultimul). Deducțiile au formă

de „arbore" dacă formulele sînt premise pentru nu mai mult de o figură de deducţie. Formulele din care constă deducţia se numesc *H — formule*. Două *H-formule* sînt identice, dacă sînt formule identice şi ocupă acelaşi loc în demonstraţie. Figurile de deducţie care intră în demonstraţie se vor numi H-figuri de deducţie. H-formulele dintr-o demonstraţie formează un *lanţ*. Prima formulă este *supoziţie*, iar ultima *concluzie* (sau „deducţia formulei"). Figurile de deducţie pe care le vom numi *reguli de deducţie* (cum s-a statornicit ulterior) sînt următoarele:

(1) $(K_i)\ \dfrac{A,\ B}{A \,\&\, B}$ $(K_{e1})\ \dfrac{A \,\&\, B}{A}$ $(K_{e2})\ \dfrac{A \,\&\, B}{B}$

(2) $(A_{i1})\ \dfrac{A}{A \vee B}$ $(A_{i2})\ \dfrac{B}{A \vee B}$ $(A_e)\ \dfrac{A \vee B,\ A \vdash C,\ B \vdash C}{C}$

Semnul $\vdash$ nu există la Gentzen. O altă formulare a regulii $(A_e)$ este $\dfrac{\bar{A},\ A \vee B}{B}$

(3) $(C_i)\ \dfrac{B}{A \rightarrow B}$ $(C_e)\ \dfrac{A,\ A \rightarrow B}{B}$

Altă formulare pentru $(C_i)$ este similară *teoremei deducţiei* (*v.*):

$$\frac{\Gamma,\ A \vdash B}{\Gamma \vdash A \rightarrow B}$$ (unde $\Gamma$ poate fi şi mulţime vidă)

(4) $(N_i)\ \dfrac{\begin{matrix}[A]\\ \bot\end{matrix}}{\bar{A}}$ $(N_e)\ \dfrac{A,\ \bar{A}}{\bot},\ \dfrac{\bot}{D}$ (regula „din fals se deduce orice")

Pentru negaţie pot fi date şi alte reguli:

(5) $(N_i)\ \dfrac{A}{\bar{\bar{A}}}$ $(N_e)\ \dfrac{\bar{\bar{A}}}{A}$ sau $(N_i)\ \dfrac{A \rightarrow B}{\bar{B} \rightarrow \bar{A}}$, $(N_e)\ \dfrac{\bar{B} \rightarrow \bar{A}}{A \rightarrow B}$

Aceste reguli sînt o complectare nu un simplu substitut pentru regulile (4) Ele nu apar în varianta Gentzen.

(6) $(\forall_i)\ \dfrac{A(t)^*}{\forall x A(x)}$, $(\forall_e)\ \dfrac{\forall x A(x)}{A(t)}$

(7) $(\exists_i)\ \dfrac{A(t)}{\exists x A(x)}$ $(\exists_e)\ \dfrac{\exists x A(x),\ C}{C}$ (sau $\dfrac{\exists x A(x)^*}{A(t)}$)

Pentru regulile cu asterisc se impune observaţia că $t$ este un termen arbitrar din cei ce pot fi substituiţi lui $x$. Litera $t$ precede toate variabilele libere din $A(x)$, el desemnînd variabilă individuală, o constantă individuală sau un termen individual compus. Utilizarea lui $t$ este *limitată*, odată utilizată ea nu mai participă la procesul deducţiei. Exemple de astfel de deducţii avem în algebră:

$$\frac{a \times a = a^2}{\forall x(x \times x = x^2)}$$

Pentru cuantorul existențial, ($\exists_e$) înseamnă exemplificare (generală sau individuală)

$$\frac{\exists x(\sqrt{x^2} = x)}{\sqrt{a^2} = a}$$

$$\frac{\exists x(\sqrt{x^2} = x)}{\sqrt{4} = 2}$$

Dacă suprimăm regulile (5) $\frac{A}{\overline{\overline{A}}}$ și $\frac{\overline{\overline{A}}}{A}$ calculul rămîne *intuiționist*.

Gentzen a propus pentru trecerea de la calculul intuiționist la cel clasic soluția de a lua printre „supoziții pe aceea a terțului exclus $A \vee \bar{A}$". Aceasta este deja o *deviere* căci $A \vee \bar{A}$ este schemă de axiomă. Admiterea în locul acesteia a regulii ($N_e$) $\frac{\overline{\overline{A}}}{A}$ trebuie însoțită de o regulă corespunzătoare de introducere a negației, care la Gentzen nu există $\left(\text{anume } \frac{A}{\overline{\overline{A}}}\right)$.

*Sensul figurilor este următorul:* (1) Din presupunerile $A$, $B$ rezultă $A \,\&\, B$, din presupunerea $A \,\&\, B$ rezultă $A$, rezultă $B$. (2) Din presupunerea $A$ rezultă $A \vee B$ etc. ; dacă din ambele cazuri luate în parte rezultă același lucru, atunci din disjuncția lor rezultă de asemenea lucrul respectiv. (3) Dacă $B$ este demonstrat (cu supoziția lui $A$) atunci $A \rightarrow B$ fără vreo supoziție; dacă din presupunerile $\Gamma$ și $A$ se deduce $B$ atunci $A \rightarrow B$ se deduce din $\Gamma$; regula de eliminare este *modus ponens* (*v.*). (4) $\perp$ înseamnă „fals", din el decurge $\bar{A}$ ; $A$, $\bar{A}$ este „contradicție", deci $\perp$. (5) Nu necesită explicații. (6) Dacă $A(t)$ este demonstrată pentru un $t$ oarecare este universal adevărată și deci $\forall x\ A(x)$ este demonstrată. (7) Fie $\exists x\ A(x)$ și $a$ un obiect pentru care are loc $A$, deci $A(a)$ ($a$ nu aparține lui $\exists x\ A(x)$). Dacă prin această supoziție demonstrăm $C$ (care nu conține pe $a$ și nu depinde de formule care țin de $a$) atunci $C$ e demonstrat independent de $A(a)$.

*Exemple de demonstrații:*

(1) $(A \vee B) \rightarrow (B \vee A)$

$A \vee B$ (supoziție)

$[A]$, $[B]$ (presupunere de cazuri)

$$\frac{}{B \vee A,\ B \vee A}\ (A_i)$$

$$\frac{\dfrac{A \vee B,\ A \vdash B \vee A,\ B \vdash B \vee A}{B \vee A}\ (A_e)}{(A \vee B) \rightarrow (B \vee A)}\ (C_i)$$

Q.E.D.

(2) $\exists x \forall y\, F(x, y) \rightarrow \forall y \exists x\, F(x, y)$

$\exists x \forall y F(x, y)$ (supoziție)

$\forall y\, F(x, y)$ ($\exists e$, $x$ e limitat)

$F(x, y)$ ($\forall e$)

$\exists x,\ F(x, y)$ ($\exists$i)

$\forall y \exists x\, F(x, y)$ ($\forall$i)

Se observă că întrucît are loc deducția ultimei formule din prima se poate aplica introducerea implicației $\frac{\Gamma,\ A \vdash B}{A \rightarrow B}$

deci:
$\exists x \forall y F(x, y) \rightarrow (\forall y \exists x\, F(x, y)$
QED.

**CALCULUL PREDICATELOR**, calculul algoritmic sau axiomatic corespunzător *logicii predicatelor* (*v.*). Se mai numește și „calcul funcțional". Se divide după criteriile corespunzătoare din logica predicatelor. calculul îngust (= de ordinul unu) și calculul extins (= de ordin $n \geqslant 2$), calculul monadic și calculul $n$-adic, calculul pur și calculul aplicat (ex. calculul cu identitate).

**CALCULUL PROPOZIȚIILOR**, calculul algoritmic sau axiomatic corespunzător *logicii propozițiilor* (*v.*). Uneori e folosit ca sinonim cu „logica propozițiilor" sau numai cu „teoria funcțiilor de adevăr".

**CAMENES**, mod al figurii a IV-a. Are schema următoare·

*A* Toți *P* sînt *M*
*E* Nici un *M* nu e *S*

---

*E* Nici un *S* nu e *P*

Concluzia se obține în mod firesc prin intermediul conversiunii. Conchidem (ca in *Celarent*) Nici un *P* nu e *S*, apoi prin conversiune concluzia Nici un *S* nu e *P*.

**CAMESTRES**, mod al figurii a II-a. Are schema următoare.

*A* Toți *P* sînt *M*
*E* Nici un *S* nu e *M*

---

*E* Nici un *S* nu e *P*

Formă stilizată *nici un S nu e P, fiindcă nici un S nu e M, or toți P sînt M*. O altă formă stilizată se obține astfel *Nici un S nu este P, fiindcă toți P sînt M, or nici un S nu este M*.

Exemplu

Toți oamenii cinstiți sint drepți
Nici un om care răsplătește la fel și pe leneș și pe cel muncitor nu este drept

---

Nici un om care răsplătește la fel și pe leneș
și pe cel muncitor nu e cinstit.

Forma stilizată. Cine răsplătește la fel și pe leneș și pe cel muncitor nu e cinstit, fiindcă în acest fel nu este drept, or omul cinstit este drept. A doua formă stilizată Cel ce răsplătește la fel și pe leneș și pe cel muncitor nu este cinstit, fiindcă omul cinstit este drept, or cel ce răsplătește la fel și pe leneș și pe muncitor nu este drept.

**CATEGORIA 1.** În logică, noțiune care nu poate fi subordonată altei noțiuni Astfel sînt categoriile ontologice· spațiu, timp, esență, fenomen etc. În gnoseologie, c. desemnează orice noțiune fundamentală a

unui domeniu de cunoaştere. De ex. *mulţime* şi *număr* în matematică. 2. (În sens matematic) Clasă $C$ înzestrată cu o operaţie $*$ (nu e definită obligatoriu peste tot) şi sînt satisfăcute condiţiile: a) dacă există $(h * g) * f$, există şi $f * (g * f)$ şi reciproc, b) dacă există $h * g$, $g * f$, există şi $h * (g * f)$, c) $h * (g * f) = (h * g) * f$, d) $\forall f \in C$ există un element nentru compozabil de la dreapta la stînga, $\alpha(f)$ şi unul de la stînga la dreapta, $\beta(f)$. Fie $R(K)$ clasa relaţiilor între mulţimile unei clase $K$. Atunci $\langle R(K), \times \rangle$ este o c. (unde „$\times$" este produsul relaţiilor): a) dacă există produsul $(R \times Q) \times S$ există şi produsul $R \times (Q \times S)$ (*v. produsul relaţiilor*), b) dacă există produsele $R \times Q$, $Q \times S$ există şi produsul $R \times \times (Q \times S)$ c) $\forall R(R \in R(K))$ şi $A\ R\ B$ există relaţia „egal cu" în $A$ şi resp. „egal cu" în $B$ (elemente neutre). (De ex., $A \subset B$ & $B = C . \equiv . A \subset \subset B$)

**CATEGORIC**, termen sinonim, în metoda axiomatică, cu *monomorf*. De aci, proprietatea de *categoricitate (v. monomorfism)*.

**CATEGORICITATE STRICTĂ**, proprietate a unui sistem categoric de a avea un singur izomorfism pentru oricare două modele. *(v. categorie)*

**CATEGORIE SEMANTICĂ**, termen introdus de Tarski pentru caracterizarea expresiilor limbajelor formalizate. O definim inductiv. 1. Simbolurile care au acelaşi domeniu de interpretare aparţin aceleiaşi c. s. 2. Expresiile pentru operaţii care au domeniile identice, codomeniile identice şi numărul de argumente identice aparţin aceleiaşi c. s. 3. Funcţiile propoziţionale care au domenii identice, codomenii identice şi număr de argumente identice sînt de aceeaşi c. s. De ex.: variabilele individuale aparţin aceleiaşi c. s.; variabilele propoziţionale aparţin aceleiaşi c. s., operaţiile binare aparţin aceleiaşi c. s. Astfel $(x + y$, $x \times y)$, sînt de aceeaşi categorie semantică, funcţiile diadice $F(x, y)$, $G(x, y)$ aparţin aceleiaşi c. s.

**CAUZALITATE** (conexiune cauzală), relaţie între fenomene (evenimente) caracterizată prin aceea că un fenomen (numit *cauză*) *produce* un alt fenomen (numit *efect*). De exemplu, putem lua legea fizică a producerii *dilatării* metalelor prin *încălzire*. Încălzirea este cauza dilatării, iar dilatarea este efectul încălzirii Simbolizăm relaţia de cauzalitate astfel: $C(x, y)$ („$x$ este cauza lui $y$"). O problemă mult discutată în teoria cauzalităţii este aceea a *raportului în timp* între cauză şi efect. Este cauza *simultană* cu efectul sau există o *succesiune* în timp de la cauză la efect? Se constată că fenomenul-cauză este însoţit de un complex de împrejurări. Vom numi acest ansamblu de împrejurări care conţine cauza *complex cauzal*. Fie să notăm cu $C[c]$ complexul cauzal. Există nenumărate astfel de complexe în legătură cu o cauză dată: $C_1[c]$, $C_2[c]$, , $C_n[c]$, ... Indiferent de alte considerente se constată că a) fenomenul cauză se manifestă *experimental* (este înregistrat) *înainte* de manifestarea fenomenului efect; b) pentru a produce fenomenul efect trebuie să înceapă a se produce fenomenul cauză; c) cel puţin unele însuşiri ale fenomenului cauză se pot manifesta independent de fenomenul efect. În exemplul nostru: încălzirea este receptată experimental înainte ca să fie receptată dilatarea, pentru a produce dilatarea producem încălzirea (de ex., facem focul), fenomenul încălzirii se poate manifesta şi independent de dilatare prin alte proprietăţi (de ex , poate produce aprinderea unei substanţe). Complexele cauzale preced fenomenul în acelaşi sens în care-l precede cauza. Ca urmare, putem accepta ca pe o *schematizare* utilă logic principiul: (1) cauza precede efectul. Un prin-

cipiu care decurge analitic din definiția relației de c. este. (2) relația dintre cauză și efect este asimetrică (= ireversibilă). Alte principii sînt (3) cauza nu acționează niciodată în formă pură ci într-un complex cauzal, (4) cauza nu este identică cu efectul (ireflexivitatea c.); (5) orice fenomen are o cauză *(ex nihilo nihil)*; (6) orice interacțiune are efect, (7) dacă *A* este cauza lui *B* și *B* este cauza lui *C* atunci *A* este cauza lui *C* (tranzitivitatea cauzalității); (8) este imposibil să fie cauza și să nu fie efectul, (9) dacă variază cauza variază și efectul, (10) dacă nu este efectul nu este nici cauza. Principiul (1) nu trebuie înțeles în sensul că cele două fenomene n-ar *coexista*, ci în sensul că intervalul de timp al fenomenului efect este în intersecție cu intervalul de tip al fenomenului cauză ceea ce se poate reprezenta astfel




Cauza se manifestă observabil *(în principiu)* înainte de a se manifesta efectul, iar efectul se poate manifesta un timp și după stingerea cauzei. Se poate ca experimental fenomenul cauză să intre în sfera observației înainte de a se manifesta efectul, se poate, dimpotrivă ca noi să le observăm simultan pe ambele, de aceea spunem că fenomenul cauză „se manifestă observabil (în principiu)" înaintea efectului. Distincția este importantă pentru raționamentele inductive. În legătură cu (7) este de observat că *A* este cauza lui *C* *numai* dacă *B* singur (nu în combinație cu alte fenomene) este cauza lui *C*. Principiul (10) nu este afectat de ipoteza *unicității* sau *multiplicității* cauzelor unui fenomen Teoretic se pare că fenomenul are o singură cauză (de ex. încălzirea pentru dilatare), empiric însă există atîtea cauze cîte modalități concrete de manifestare are cauza teoretică. Cel mai adesea este greu să descoperim *cauza pură* și de aceea ne mulțumim cu *cauze empirice*. De aci spunem că fenomenul poate avea mai multe cauze Pentru înțelegerea deplină a noțiunii de c. trebuie să avem în vedere și conceptul de *cauză concurentă*. *O cauză A este concurentă cu altă cauză B dacă ea anulează, diminuează sau schimbă în vreun fel efectul celei de-a doua (B).* Principiile indicate stau la baza raționamentelor, a *metodelor inducției cauzale* (v.).

**CELARENT,** denumirea mnemotehnică a celui de-al doilea mod al figurii I a silogismului simplu categoric. Are următoarea schemă:

Nici un *M* nu e *P*
Toți *S* sînt *M*
―――――――――
Nici un *S* nu e *P*

Exemplu:

Nici o reptilă nu este mamifer,
Toți șerpii sînt reptile
―――――――――
Nici un șarpe nu este mamifer

**CERC VICIOS** 1. (În definiție, lat. *circulus vitiosus*), eroare logică constînd în faptul că definitorul (definens) presupune definitul. Are două forme: a) *idem per idem* și b) definitorul presupune în mod mediat definitul, în propria sa definiție. Simbolic se reduc la schemele $A = df A^*$ (unde $A^*$ diferă doar verbal de *A*) și $A = df B$ și $B = df A^*$ (unde $A^*$

este sau un sinonim al lui *A* sau ceva definit prin *A*). **2.** (În argumentare, lat. *circulus în probando*). Caz particular al erorii logice numită *petitio principii* (v.). Constă în faptul că propozițiile sînt *demonstrate* unele prin altele în mod reciproc. Putem avea următoarele situații a) $A \vdash A^*$ (unde $A^*$ este echivalentă logic cu *A*) așa cum s-a întîmplat în cazul încercărilor de a demonstra postulatul V al lui Euclid. b) $A \vdash B$, $B \vdash C$ și $C \vdash A$, c) $A, B \vdash C$, $A, C \vdash B$. **3.** (În teoria tipurilor). Russell a identificat *definițiile nepredicative* (v.) cu un fel de definiții în **c. v.**

**CESARE,** mod al figurii a II-a. Are schema următoare

*E* Nici un P nu e M
*A* Toți S sînt M
---
*E* Nici un S nu e P.

Forma stilizată · nici un S nu e P, fiindcă toți S sînt M și nici un P nu e M.

Exemplu

Nici un pește nu e reptilă
Toți șerpii sînt reptile
---
Nici un șarpe nu este pește.

Forma stilizată *Nici un șarpe nu este pește, deoarece toți șerpii sînt reptile și nici un pește nu este reptilă*. Poate fi utilizat, de ex., împotriva aparenței că țiparul este șarpe și pește în același timp.

**CHARACTERISTICA UNIVERSALIS** (lat.), simbolism universal (v. *Logica lui Leibniz*).

**CHELUL,** paradox atribuit lui Eubulid și identic în esență cu paradoxul *grămezii* (v.) „Poți spune că un om este chel dacă are numai un fir de păr? Da. Poți spune că un om este chel dacă are numai două fire de păr? Da. etc. Atunci unde vei trage linia de despărțire?"

**CIRCULUS IN PROBANDO** (sau **IN DEMONSTRANDO**) (lat „cerc în demonstrație"), eroare în demonstrație, premisele presupun indirect concluzia (v. *cerc vicios*)

**CIRCULUS VITIOSUS** (lat. „cerc vicios"), eroare în *definiție* (v.) sau în demonstrație (v. *Circulus in probando*).

**CLASĂ,** în mod obișnuit **c.** este sinonim cu *mulțime*, există însă contexte în care ele diferă. Mai întîi, cuvîntul **c.** este utilizat într-un sens mai concret de mulțime de obiecte determinată de anumite *proprietăți naturale* (de ex., clasă de plante, clasă de animale, clasă socială). Mulțimile reale (definite în mod natural prin anumite proprietăți esențiale) sînt numite frecvent **c.** În al doilea rînd, logica preferă cuvîntul **c.**, cuvîntului *mulțime* (de ex., logica claselor sau extensiunea este clasa de obiecte la care se aplică un concept În al treilea rînd, chiar în teoria mulțimilor termenul **c.** este rezervat, în contextul anumitor concepții (vezi Bernays), pentru mulțimile care nu mai pot fi element al altor mulțimi. Astfel, **c.** indivizilor (= universul indivizilor) nu este mulțime în sens obișnuit Acestea sînt stări lingvistice de fapt, esențial este, ca și în alte cazuri, ca atunci cînd utilizăm cuvîntul **c.** să precizăm dacă-l considerăm sinonim cu *mulțime* sau îl luăm într-o altă accepțiune. Pentru a preveni anumite confuzii este important să reținem punctele de vedere din care este considerată o **c.** a) **c.** ca pluralitate (ca mulțime de elemente considerate independent

unul de altul), b) c. ca unu (altfel spus ca totalitate); c) c. ca sistem (ca mulțime ale cărui elemente se află în interdependență). Se mai spune că în cazul a) c. este considerată *distributiv* (orice proprietate asociată clasei revine fiecărui element în parte), în cazul b) c. este considerată *colectiv* (proprietatea c. ca unu nu aparține neapărat și fiecărui element în parte), iar în cazul c) c. este luată ca *integralitate* (în care relația parte/întreg este determinantă). Astfel, în contextul „Napoleon aparține clasei împăraților francezi", c. împăraților francezi este luată *distributiv*, ca *pluralitate*, în contextul „clasa împăraților francezi are puține elemente", aceeași c. este luată ca *unu*, iar în contextul „partidul este organizat pe principiul centralismului democratic", termenul *partid* desemnează o c. ca sistem. C. ca sistem se deosebesc după gradul de integralitate. Dealtfel, oricărei c. îi putem atribui un grad de integralitate. Cînd elementele c. sînt independente vom spune că ele au gradul de integralitate zero, iar cînd ele nu pot exista în afara c. ca sistem spunem că avem grad maxim de integralitate. Indivizii organici sînt exemple de întregi în cel mai înalt grad (v. și *mulțimea vagă*).

**CLASĂ DE CONSECINȚE IMEDIATE,** mulțime de consecințe $C(X)$ dintr-o mulțime de formule $X$, în raport cu un sistem dat de reguli de deducție $R$ (cu excepția regulii de substituție). Se spune că $C(X)$ este „clasa consecințelor imediate ale lui $X$". O formulă $A$ este consecință imediată, din $X$, simbolic $A \in C(X)$ — dacă și numai dacă există o secvență $D$ de formule care este o deducție prin R a lui $A$ din $X$. Considerînd deducția în sens slab (ca relație reflexivă și tranzitivă) avem următoarele formule (după Tarski): (1) $X \subset C(X)$ (reflexivitatea), (2) $X \subset Y \Rightarrow C(X) \subset C(Y)$ (consecințele submulțimii $X$ sînt consecințele mulțimii $Y$), (3) $C(C(X)) \subset C(X)$ (tranzitivitatea), (4) $A \in C(X) \Rightarrow \exists B_1, \ldots B_k(B_1, \ldots, B_l \in X \,\&\, A \in C(\{B_1, \ldots, B_l\})$ (a fi consecință din $X$ înseamnă a avea premisele în $X$); (5) $A \in C(X) \,\&\, (A \Rightarrow B) \in \in C(X) \Rightarrow B \in C(X))$ (modus ponens). Noțiunea de consecință se poate extinde în așa fel încît să cuprindă și axiomele logice ($Ax$) — simbolic $(X \cup Ax)$: $A \in C(X) \Leftrightarrow A \in C(X \cup A_x)$.

**CLASĂ DE REDUCȚIE,** clasă de formule logice la care pot fi reduse, printr-o procedură efectivă la alte formule astfel că pentru orice formulă reductibilă dacă ea este realizabilă (resp. universal-valabilă) atunci formula redusă corespunzătoare este realizabilă (resp. universal-valabilă). De ex. clasa formelor normale prenexe, clasa formelor normale Skolem.

**CLASĂ UNIVERSALĂ,** clasă care cuprinde totalitatea entităților de aceeași categorie. De ex., clasa indivizilor, clasa însușirilor de indivizi, clasa relațiilor de indivizi. Clasa indivizilor se definește prin $\hat{x}(x = x)$. Conform cu distincția lui Bernays și von Neumann c. u. nu este *mulțime*. Ea nu poate fi inclusă în vreo mulțime și nu poate fi element al unei mulțimi, de asemenea, ea nu este reflexivă în raport cu incluziunea mulțimilor.

**CLASIFICARE,** operație prin care obiectele dintr-o mulțime dată (dintr-un *univers*) sînt distribuite în clase în funcție de asemănări (și, respectiv, de deosebirile dintre ele). Compararea obiectelor se face dintr-un anumit punct de vedere (= unghi de vedere) numit *criteriu*. De ex., comparăm oamenii după culoare și-i clasificăm în albi, galbeni, negri. În acest caz, oamenii au fost repartizați în trei clase, iar criteriul după care au fost repartizați este cel al culorii. Din punctul de vedere al *teoriei tipurilor (v.)* alb, galben, negru sînt proprietăți de tipul unu (predicate de tipul unu), în timp ce culoare este predicat de tipul doi. Alte exemple de c.

în biologie, a elementelor chimice, a operelor de artă. C. poate fi *naturală* (ea descrie clasele aşa cum sînt în realitate) sau *artificială* (clasele sînt formate după anumite criterii convenţionale, în funcţie de utilitate). C. poate fi apoi *teoretică* sau *empirică*. În cea teoretică avem nu numai clase reale ci şi clase posibile, în timp ce în cea empirică avem doar clase reale. C. poate fi apoi făcută după unul sau mai multe criterii În funcţie de natura obiectelor c. poate fi exactă sau inexactă. O c. exactă presupune că pentru orice obiect din universul supus c. noi putem spune exact cărei clase aparţine. O problemă care se pune în legătură cu c. este dacă ea se aplică obiectelor sau noţiunilor. Se înţelege, noi ne străduim să determinăm clase reale (sau cel puţin posibile) şi în acest sens fiecărei clase reale (sau posibile) îi asociem o noţiune. În acest fel la sistemul de clase reale (sau şi posibile) asociem un sistem de noţiuni (sistem de c.). Sistemul de noţiuni redă (cu anumite simplificări), sistemul de clase reale (sau şi posibile). În niciun caz însă nu trebuie să se confunde c. obiectelor cu c. noţiunilor. În caz particular, oamenii sînt albi galbeni, negri şi nu noţiunile corespunzătoare. Ca operaţie logică c. implică atît aspecte *inductive* cît şi aspecte *formale* (uneori *combinatorice*) În mod tradiţional, se porneşte de la tipul *ideal* de c.. Această c. are la bază următoarele supoziţii idealizatoare *(idealizări)*: (1) pentru orice obiect din universul supus c. obiectul satisface terţul exclus în raport cu proprietăţile invocate, $(\forall x\ (P(x) \vee \bar{P}(x))$; (2) c. este completă: fiecare obiect din universul de c. face parte dintr-una din clasele indicate, (3) clasele se exclud între ele; (4) suma claselor este identică cu universul. Evident, confruntînd aceste cerinţe cu realitatea constatăm adesea abateri. În (1) sîntem confruntaţi cu „mulţimile vagi"; în (2) sîntem confruntaţi cu mulţimile infinite (sau practic infinite); în (3) sîntem confruntaţi cu cazurile *nedefinite* (sau *intermediare*); în (4) apare din nou problema infinitului.

**CLASIFICAREA DIHOTOMICĂ,** clasificarea obiectelor dintr-o mulţime în două clase. De ex., numerele naturale se clasifică în *pare* şi *impare* De regulă, c. d. se face după o proprietate şi generează o clasă pozitivă şi una negativă (complementară). Se poate spune că orice proprietate generează, în raport cu clasa la care se aplică, o c. d. $(K, \bar{K})$.

**CLASIFICAREA JUDECĂŢILOR MODALE,** clasificare după calitatea *modusului (v. modus)* şi a *dictumului (v. dictum)*. Notînd modusul şi dictumul afirmative respectiv cu $M$ şi $D$, iar pe cele negative cu $\bar{M}$ şi $\bar{D}$ vom avea următoarele situaţii: $M\ D$, $M\ \bar{D}$, $\bar{M}\ D$, $\bar{M}\ \bar{D}$. Ele sînt simbolizate respectiv cu literele $A$, $E$, $I$, $U$. Exemplificăm pentru judecăţile de posibilitate. $A$: Este posibil $p$, $E$: Este posibil $\bar{p}$, I Nu este posibil $p$ şi U: Nu este posibil $\bar{p}$. Pentru necesar: $A$ Este necesar $p$, E: Este necesar $\bar{p}$, I. Nu este necesar $p$, U· Nu este necesar $\bar{p}$. (v. *Echipolenţa modalelor*)

**CLASIFICAREA KANTIANĂ A JUDECĂŢILOR,** clasificare dată de Kant în *Critica raţiunii pure*:

| I | II | III | IV |
|---|---|---|---|
| *Cantitate* | *Calitate* | *Relaţie* | *Modalitate* |
| Universale | Afirmative | Categorice | Problematice |
| Particulare | Negative | Ipotetice | Asertorice |
| Singulare | Infinite | Disjunctive | Apodictice |

Tabelul lui Kant a fost folosit pentru speculații filosofice, între alții de către Hegel. Kant însuși acorda o importanță deosebită clasificării trihotomice.

**CLASIFICAREA NOȚIUNILOR,** clasificare după diferite criterii a noțiunilor: a) gradul de generalitate (singulare, generale, categorii); b) raportul cu obiectul reflectat (concrete, abstracte, ideale); c) pozitive, negative; d) vide, nevide. (v. *noțiuni singulare, noțiuni generale* etc.).

**CLASIFICAREA POLITOMICĂ POZITIVĂ,** clasificare a unei mulțimi de entități în *n* clase ($n > 2$) astfel că toate clasele sînt pozitive (nu există clase formate prin simplă complementaritate) Sistemul de clasificare din biologie este un exemplu de **c. p. p.**

**CODOMENIU** *v. domeniu, relație, funcție*

**COLIZIUNEA VARIABILELOR,** situație a variabilelor în teoriile cuantificate cînd apar într-o formulă fie atît cu intrări libere cît și legate, fie că una și aceeași intrare este legată de cuantori diferiți.

**COMPARAISON N'EST PAS RAISON** (fr.), comparația nu este rațiune (= nu este argument).

**COMPARAȚIE,** operație logică prin care stabilim notele comune și notele diferențiale unei mulțimi de noțiuni. Dacă **c.** se referă direct la obiecte, atunci vorbim de stabilirea însușirilor comune și a însușirilor diferențiale. Desigur nu întotdeauna avem de a face direct cu obiectele așa încît **c.** se desfășoară fie la nivelul observației empirice, fie la nivelul noțiunilor. Pe baza însușirilor (resp. notelor) *comune* se produce abstractizarea și resp. generalizarea.

**COMPENDIOLUM UNIVERSAE LOGICIES INSTITUTIONIS,** mic compendiu de logică scris de Dimitrie Cantemir în jurul anului 1700. Primul manual de logică scris de un român. Domnitor al Moldovei, Dimitrie Cantemir a fost cel mai mare savant din estul Europei la începutul sec. 18, membru al Academiei din Berlin. Compendiul este format din trei cărți, fiecare carte constînd din tratate și fiecare tratat din capitole. Cartea I tratează despre definiția logicii, probleme filosofice ale logicii, diferite feluri de termeni, categoriile, cartea a II-a conținea studiul categoriilor (substanța, calitatea, cantitatea, relația, acțiunea, pătimirea, locul și timpul, așezarea și starea) și abordează cele cinci predicabile (gen, specie, diferență, accident și propriu); iar cartea a III-a studiază silogismul (demonstrativ, probabil și sofistic). Logica este concepută de D. Cantemir de pe poziții raționaliste, ca „lumină naturală" cu care se poate „ajunge de la cele mici la cele mari, de la cele inferioare la cele superioare, de la cele de pe pămînt la cele din cer" ea este „cheia" științei. Logica studiază operațiile intelectului (conceperea, compunerea sau diviziunea și vorbirea intelectivă). Obiectul logicii este constituit din „toate entitățile întrucît cad sub concepte și formează subiectul metodelor științifice". El critică pe empiriști care descriu lucruri fără a le arăta cauza. Termenii sînt clasificați de el după diferite criterii . simpli și complecși, mintali și verbali, categorematici și sincategorematici, universali și particulari, transcendentali, analogi și univoci. Substanța deși se aplică individului (= substanța primă) nu este atribut. Atribute sînt proprietățile (abstracte). Astfel *om* nu este atribut *albul* este. Logica tratează generalul, stabilul din lucruri (nu schimbătorul). Termenii transcendentali *(Ființa, Unul, Actul, Potența, Adevărul* și *Falsul)* sînt deasupra categoriilor și deși nu au conținut, con vin oricărui conținut Vocile (predicabilele) sînt inferioare categoriilor. La

clasificarea judecăţilor, după modalitate, distinge între propoziţii necesare proprii (= definiţiile) şi necesare improprii. Clasificarea judecăţilor modale este după *materie*, nu după formă. Cantemir acceptă trei figuri ale silogismului precum şi modurile indirecte ale figurii I cu denumiri inspirate de şcoala bizantină (M. Psellos): *Gramasi, Cesara, Amisti, Pareso, Limenos*. Din exemplele date se vede că particulara este exemplificată cu individuala Reţinem exemplul pentru *Darii*:

Orice om este o esenţă
Petru este om

---

Petru este o esenţă

*Despre universale* Cantemir are o concepţie complexă, ele sînt „denumiri care arată un termen individual", sînt în parte nedeterminate şi transcendente, stabilite prin înţelegere comună, sînt în afara timpului şi nu se împlinesc decît primind determinările individului Din deosebirea judecăţilor în „determinate" (ex *Petru sau acest om este raţional*) şi cele nedeterminate *(omul este raţional)* rezultă că termenii individuali şi cei universali, se opun ca *determinat* şi respectiv *nedeterminat* El completează că termenul universal „este acela care înfăţişează multe lucruri şi li se aplică, astfel termenul *om* îl cuprinde pe Socrate şi pe Platon". Pe de altă parte cînd spune că *albeaţa* arată *albul* (care in acest fel este individual) concepţia sa se complică şi mai mult. Cantemir a simţit şubrezenia concepţiilor extreme şi pare a fi dorit să le evite (Bădărău, D., *Filozofia lui Dimitrie Cantemir*)

**COMPLEMENTARE,** operaţie prin care pornind de la o mulţime $X$ formăm o altă mulţime notată cu $\overline{X}$ (sau $C\,X$) numită *mulţime complementară* şi definită astfel. $\overline{X} = \{x / x \notin X\}$ Se presupune că $X$ este luat într-un univers $U$, astfel că $U = X + \overline{X}$ (unde $+$ este *excluderea* (v.)) Astfel dacă universul este cel al indivizilor organici, atunci *Non-Om* va desemna clasa fiinţelor organice care nu sînt oameni Prin c. dividem universul în două clase (= dihotomia) $X$, $\overline{X}$ C. are proprietatea de involuţie $\overline{\overline{X}} = X$ Intersecţia dintre $X$ şi $\overline{X}$ dă clasa vidă. $X \cap \overline{X} = \Phi$.

**COMPLETITUDINE,** proprietate a unui sistem axiomatic sau a unei baze operaţionale (completitudine funcţională) Există două feluri de definiţii *semantică* şi *sintactică* Se poate da o definiţie generală semantică dar definiţiile sintactice depind de natura sistemului Un sistem logic este semantic complet dacă şi numai dacă axiomele şi regulile sînt suficiente pentru a cuprinde în sistem orice propoziţie adevărată care poate fi formulată în limbajul sistemului. C. semantică a sistemelor formale capătă un caracter special prin introducerea *modelelor* (semantice). C. sintactică pentru sistemul formal *(calculul logic)* al teoriei funcţiilor de adevăr se defineşte în mai multe feluri Dacă sistemul ar consta numai din propoziţii închise, nu şi forme de propoziţii atunci c. s-ar defini astfel: sistemul este complet dacă şi numai dacă pentru orice propoziţie sau propoziţia este teoremă sau negaţia ei (termenul *teoremă* este luat în sens larg) Or în calculul dat există şi forme care nu sint propoziţii. 1) C. *în sensul lui Post*. Sistemul formal este complet dacă pentru orice formula $A$, sau $A$ este teoremă sau anexarea lui $A$ la sistem duce la contradicţie. Legînd c. de necontradicţie ea va fi relativizată după această noţiune *(v. necontradicţie)*. 2) Sistemul formal este *complet relativ la o transformare* care traduce fiecare formulă $A$ într-o

formulă $A'$, dacă pentru orice formulă $B$, sau $B$ este teoremă sau anexarea lui $B$ la sistemul de axiome duce la contradicție în raport cu transformarea dată. (Formula $A'$ este din punct de vedere semantic negația lui $A$). 3) Sistemul formal este *absolut complet* dacă pentru orice formulă $A$, sau $A$ este teoremă sau anexarea lui $A$ la axiome transformă sistemul în sistem *absolut contradictoriu (v. necontradicție absolută)*. Sistemul formal al TFA este complet în toate trei sensurile Calculul predicatelor de ordinul unu nu este complet în sensurile 2) și 3) **C.** în alt sens pentru acest calcul a fost dată de K Gödel *(v teorema lui Gödel despre completitudine)*. În legătură cu *teoria postulatelor* (*v* ) A. Church a dat două definiții ale c.. 1) Sistemul postulatelor este complet *relativ la demonstrabilitate* dacă sistemul este complet relativ la transformarea lui $A$ în $\bar{A}$ Nu în toate cazurile putem avea asemenea **c.** (v *teorema lui Godel despre incompletitudine)* 2) Sistemul postulatelor este *complet relativ la consecințe* dacă orice formulă ia pentru orice model valoarea **v** (adevăr) sau valoarea **f** (fals). Anumite corelații pot fi stabilite între *categoricitatea sistemului* și **c.** *(*Church, A. *Introduction to Mathematical Logic)*

**COMPREHENSIUNE** *v extensiune*

**CONCEPT, 1.** Termen sinonim cu *noțiune* (în logica tradițională) **2.** Termen sinonim cu *sens* (în semantica logică, introdus de Church)

**CONCEPTE DISPOZIȚIONALE,** concepte care redau comportamentul (= modul de a reacționa al) obiectelor in anumite condiții (de ex. solubil, elastic, casabil) Dacă zahărul este scufundat în apă atunci el se dizolvă, ceea ce înseamnă că el este dizolvabil în apă.

Problema logică a **c. d.** este aceea a trecerii de la *experimentul singular* (= punerea obiectului în anumite condiții) la *proprietatea generală* Cu alte cuvinte trebuie să avem garanția că efectul se explică exact prin condițiile indicate de noi și nu prin cine știe ce factori ascunși.

**CONCEPTE SINTACTICE,** concepte definite prin corelații pur formale, în opoziție cu *conceptele semantice* care sînt definite prin interpretare și modele semantice. De ex., definiția $p \to q = \bar{p} \vee q$ este o definiție sintactică a implicației materiale, definiția: $p$ implică semantic $q \Leftrightarrow$ orice model al lui $p$ este model al lui $q$ este o definiție semantică. Ca urmare, în primul caz avem o implicație sintactică, în al doilea o implicație semantică.

**CONCEPTUALISM** *v doctrina universalelor*

**CONCLUZIE,** propoziție (judecată) inferată din alte propoziții (judecăți) numite *premise* (v )

**CONDIȚIE NECESARĂ,** (sau *condiție sine qua non*), condiție fără de care ceva nu poate exista. În logica propozițiilor **c. n.** se exprimă prin $q \Rightarrow p$, unde $p$ este **c. n.** a lui $q$ iar $p$ este *condiția suficientă* (v ) a lui $p$. De ex., **c. n.** ca un triunghi să aibă 180° este ca el să se afle intr-un plan euclidian.

**CONDIȚIE SUFICIENTĂ,** condiție care odată ce este realizată altceva urmează cu necesitate Formal $p$ este condiția suficientă a lui $q$ dacă $p \Rightarrow q$. La rîndul său $q$ este *condiția necesară* (v.) a lui p Este posibil ca una și aceeași condiție să fie suficientă și necesară, ceea ce formal se reprezintă prin $p \Leftrightarrow q$ În acest caz, $p$ este **c. s.** și necesară pentru $q$ (și reciproc).

**CONFIRMARE.** Se spune despre o propoziție generală că este confirmată ori de cîte ori se indică un caz pentru care predicatul (relația) ei are loc. Fie $\forall x\ (P(x) \to Q(x))$. Dacă pentru $x_k$ are loc funcția $P(x) \to Q(x)$

atunci vom spune că $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ este confirmată de $x_k$. Realizarea lui $P(x) \rightarrow Q(x)$ de către $x_k$ se va numi confirmare a lui $\forall x\ (P(x) \rightarrow Q(x))$ de către $x_k$. (v. și *ipoteză*).

Confirmarea nu este încă demonstrație.

**CONJUNCȚIA RELAȚIILOR** (intersecția relațiilor), relație compusă $R\ Q$ (sau $x(R\ Q)\ y$) definită astfel: $x(R\ Q)y = x\ Ry\ \&\ x\ (Qy)$ (Definiția este limitată aci la relațiile binare). Exemplu. $x$ este frate cu $y$ și $x$ este mai în vîrstă ca $y$. C. r. este comutativă și asociativă

**CONJUNCȚIE,** termen prin care în logică, desemnăm: a) particula *și*, b) propozițiile de forma „$p$ și $q$", c) funcția de adevăr a c. d) operatorul c. (&) ș.a. În limbajul logic se simbolizează în diferite feluri: &, $\odot$ $\wedge$. $\cap$. Propoziția de formă conjunctivă exprimă c. unor stări de fapt între care se presupune că există o anumită legătură (nu neapărat necesară). Astfel, „plouă și îmi iau umbrela", „tună și fulgeră", „$2 \times 3 = 6$ și $6 - 3 = 3$" sînt propoziții conjunctive. O c. poate fi formată din două sau mai multe propoziții În mod abstract se introduc și c. *vide* (cu nici un membru), c. *unare* (cu un singur membru) și c. *infinite* (simbolizate de regulă prin $\prod\limits_{i=1}^{\infty} P_i$). C. cu $n$ membri sînt simbolizate $p_1\ \&\ p_2\ \&\ \ldots\ \&\ p_n$. Așa cum „propoziția în sens logic" nu se confundă cu „propoziția în sens gramatical" nici c. nu se confundă cu propoziția conjunctivă din gramatică. Propoziția conjunctivă, în sens gramatical, *nu impune* condiții de sens conjugării de propoziții, ele pot fi unite arbitrar. De ex., „$2 \times 2 = 4$ și afară plouă" este o c. admisă în gramatică, din punct de vedere logic ea este un *non-sens*. Adăugăm însă că este dificil de precizat care sînt *condițiile de sens* ale c. C. este asociativă: $(p_1\ \&\ p_2)\ \&\ p_3 \Leftrightarrow p_1\ \&\ (p_2\ \&\ p_3)$. În logica propozițiilor se admite că ea este și comutativă $(p_1\ \&\ p_2) \Leftrightarrow (p_2\ \&\ p_1)$, însă există exemple care se abat de la această lege. De ex, „*X* adormi și visă un balaur" inversată nu are sens: „*X* visă un balaur și adormi". În legătură cu raportul de valoare dintre membrii c. și c. avem următoarele legi: a) dacă „$p$ și $q$" este adevărată atunci „$p$" este adevărată și „$q$" este adevărată, simbolic:

$$V\ (\text{„}p\ \&\ q\text{"}) \Rightarrow V(\text{„}p\text{"})$$

$$V\ (\text{„}p\ \&\ q\text{"}) \Rightarrow V\ (\text{„}q\text{"})$$

$$V\ (\text{„}p\ \&\ q\text{"}) \Rightarrow V(\text{„}p\text{"})\ \&\ V(\text{„}q\text{"})$$

b) dacă „$p$ și $q$" este falsă atunci cel puțin una din două („$p$" sau „$q$") este falsă, simbolic:

$$F\ (\text{„}p\ \&\ q\text{"}) \Rightarrow F(\text{„}p\text{"}) \vee F(\text{„}q\text{"})$$

c) dacă cel puțin o componentă este falsă atunci c. nu poate fi adevărată, simbolic:

$$F\ (\text{„}p\text{"}) \Rightarrow \overline{V\ (\text{„}p\ \&\ q\text{"})}$$

$$F\ (\text{„}q\text{"}) \Rightarrow V\ (\text{„}p\ \&\ q\text{"})$$

Acestea sînt legi ale c. *intuitive* (= cu sens) și nu trebuie confundate cu legile funcției de adevăr, chiar dacă între cele două există o legătură strînsă.

Evident că pot fi formulate şi legi corespunzătoare pentru **c.** stărilor de fapt. Despre stările de fapt putem spune că „au loc" sau „nu au loc". Putem în conformitate cu terminologia lui Russell să distingem „stări de fapt atomare" şi „stări de fapt moleculare". Stările de fapt moleculare sînt agregate de stări atomare. Dacă notăm stările de fapt cu $\alpha$, $\beta$, $\gamma$, ... şi propoziţiile corespunzătoare cu $p[\alpha]$, $p[\beta]$, ... atunci putem scrie $p[\alpha] \equiv \alpha$ („a afirma $p[\alpha]$" înseamnă că $\alpha$ *are loc*); $p[\alpha] \equiv \bar{\alpha}$ („a nega $p[\alpha]$" înseamnă că $\alpha$ *nu are loc*")

$$p[\alpha \,\&\, \beta) \equiv \alpha \,\&\, \beta$$
$$p(\alpha \vee \beta) \equiv \alpha \vee \beta$$
$$V(„p[\alpha]") \equiv \underline{p[\alpha]} \equiv \alpha$$
$$F\ („p[\alpha]") \equiv p[\alpha] \equiv \bar{\alpha}$$

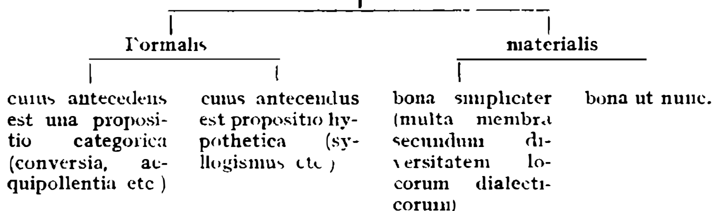
**C.** poate fi apoi folosită pentru proprietăţi: $P \,\&\, Q$ În limbajul natural un rol de **c.** îl are juxtapunerea $PQ$ (de ex., *animal raţional)*. Simbolic $PQ(x) = P(x) \,\&\, Q(x)$. Totuşi juxtapunerea deşi conţine conjuncţia nu se reduce de regulă la conjuncţie fiind mai degrabă o specificaţie (al doilea predicat specifică pe primul) Între indivizi conjuncţia poate fi folosită pentru „însumarea indivizilor" Ion este sportiv şi Gheorghe este sportiv şi Constantin este sportiv ≡ Ion şi Gheorghe şi Constantin sînt sportivi. În locul indivizilor putem însuma clase: Caninele sînt mamifere şi felinele sînt mamifere ≡ caninele şi felinele sînt mamifere În fine **c.** relaţiilor nu este decît un caz particular de **c.** a stărilor de fapt deci **c.** de *stări de fapt relaţionale* Un anumit rol joacă **c.** în silogistică în judecăţile de forma $S$ este $P_1$ şi $P_2$. Pentru cele universale avem legea $T$ $S$ sînt $P_1$ şi $P_2 \equiv T$ $S$ sînt $P_1$ şi $T S$ sînt $P_2$. O lege corespunzătoare pentru judecăţile particulare ca „Unii $S$ sînt $P_1$ şi $P_2 \equiv$ Unii $S$ sînt $P_1$ şi unii $S$ sînt $P_2$" nu are loc, căci este posibil ca unii $S$ să fie $P_1$ dar nu şi $P_2$, alţi $S$ să fie $P_2$ De ex., unele numere sînt pare şi unele (alte) numere sînt impare, dar nu există numere care să aibă simultan cele două proprietăţi

**CONOTAŢIE,** termen introdus de J S Mill în lucrarea *System of Logic* pentru a desemna *înţelesul* numelor generale, spre deosebire de *denotaţie* (indivizii la care se *aplică* termenul general). Dacă admite pentru numele individuale că sînt semne pentru indivizi (*denotă* indivizi), Mill nu este de acord că numele generale s-ar reduce la atît (că diferenţa faţă de cele individuale ar fi doar de *pluralitate*). În **c.** sînt implicate atribute ale lucrurilor. În acest fel Mill se delimita de *nominalişti*. **C.** are prioritate faţă de denotaţie Kneale consideră că denotaţia corespunde cu ceea ce medievalii înţelegeau prin *suppositio personalis*, iar **c.** cu *significatio* Pentru Mill rămîne totuşi deschisă problema *denotării* de către numele generale căci el desparte *referinţa* (numelor individuale) de *aplicare* (în cazul numelor generale). Prin introducerea **c.** Mill nu a scăpat de dificultatea că numele generale au o *multiplicitate* de denotaţii

**CONSECVENT** (În TFA), funcţie $\psi$ în raport cu o funcţie $\varphi$, satisface condiţia că pentru orice alegere de valori care dă valoarea *fals* pentru $\psi$, $\varphi$ ia valoarea fals (v. şi *implicant*).

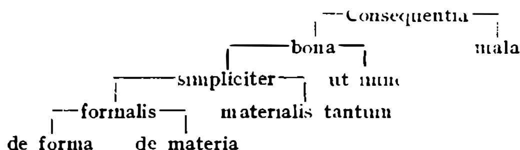
**CONSECVENT SIMPLU,** orice expresie $\psi$ este **c. s.** al unei expresii $\varphi$ dacă şi numai dacă: a) $\psi$ este consecvent al lui $\varphi$ (v. *consecvent*), b) $\psi$ are formă de sumă logică elementară (= disjuncţie primă) şi c) nici o parte strictă a acestei sume elementare nu este consecvent al expresiei $\varphi$.

**CONSEQUENTIA**, termen în logica romană și medievală al cărui înțeles este cu aproximație acela de *conchidere logică* (inferență, propoziție inferențială). Anumite fluctuații de înțeles vor reieși din tratarea concretă. Germenii teoriei despre c. apar încă în *Topica* lui Aristotel Termenul c. a fost introdus de Boețiu ca traducere a unor cuvinte grecești. Sensul este „decurgere din" Boețiu împarte conchiderile în c. *naturae* (fie cînd condiționala se creează din poziția termenilor, fie cînd condiționala este necesară, ca în cazul legăturii cauzale) și în c. *secundum accidens* (de ex „Cum ignis calidus sit, coelum rotundum est") Abelard ocupîndu-se de c. o înțelege altfel decît Boețiu, anume ca enunț despre conexiuni necesare *(necesitas consequtionis)* Ele sînt adevărate *ab aeterno* În unele inferențe premisele sînt suficiente pentru tragerea concluziei, în altele e nevoie de adăogiri *ex rerum natura* (de ex , *Si Socrates est homo, est animal)* Pentru Abelard conținutul unei c. *necessitas* constă în faptul că antecedentul conține *intrinsec* consecventul (de ex„ *Si est homo, est animal")* Dacă nu acesta este cazul atunci adevărul propoziției poate fi stabilit numai pe baza cunoașterii naturii particulare a termenilor (de ex. „*Si paternitas est, filiatio est*") Se pare că e vorba de inferența formală (ca în silogismul aristotelic) și inferența care depinde de natura faptelor, dar exemplele lui Abelard nu par potrivite. Pseudo-Scotus studiază și el c. Acestea sînt propoziții condiționale corespunzătoare silogismelor aristotelice, chiar cînd au mai mult de o premisă. El clasifică c. astfel (v *Kneale Dezvoltarea logicii*)




Cu excepția ultimului caz clasificarea se aseamănă cu a lui Abelard, ceea ce se poate vedea din definiții (căci terminologia diferă). Astfel c. *formalis* este sau un raționament perfect sau o propoziție condițională corespunzătoare În ce privește c. *materialis bona simpliciter* este sau inferență imperfectă sau propoziție condițională corespunzătoare adevărată în virtutea înțelesului termenilor (gratia terminorum) C. *materialis* poate fi redusă la una formală (perfectă) prin adăugarea unei premise suplimentare. Ex. *Homo currit, igitur animal currit* devine completă prin suplimentarea cu *Omnis homo est animal* (Raționamentul imperfect (entimematic) presupune o premisă neexprimată) Dacă avem „bona simpliciter" adăugăm o premisă *necesară* (ca în exemplul de mai sus), dacă avem una „bona ut nunc" (bună în prezent) adăugăm o premisă contingentă ca în exemplul „Socrates currit, igitur album curit" care e valabilă formal prin anexarea premisei „Socrates est Albus" Abelard distingea între adevăr în general și adevăr contingent (vera ut nunc) (= la un timp dat). Pseudo-Scotus adaugă ca noutate c. *materialis bona ut nunc* Expresia „bona ut nunc" se opune lui „bona simpliciter" ca adevărul contingent față de adevărul în general (necesar) Pseudo-

Scotus dă proprietăţile paradoxale legate de adevărul şi falsul pentru c. Reţinem termenii decurge *formaliter* (sau *gratia formae*) şi decurge *simpliciter* La Pseudo-Scotus *conchiderile materiale* sînt argumente imperfecte. Or „bona simpliciter" este perfect validă Dimpotrivă, c. *materialis bona ut nunc* este imperfectă, deoarece concluzia nu decurge exclusiv din premisele exprimate Introducerea acesteia presupune extinderea sensului pentru c. Pseudo Scotus indică trei moduri de a trata validitatea *conchiderii*, moduri pe care le combate prin contraexemple Concluzia sa că adevărul unui raţionament stă în *relaţia de conţinut a propoziţiilor* şi nu în *relaţia dintre valorile logice* este cea mai importantă (şi evident acceptabilă). Acelaşi lucru îl susţine şi Buridan Ockham în *Summa Totius Logice* se ocupă şi el de c. Pentru el conchiderile sînt *entimeme* Ele sînt *simplices* (adevărate fără raportare la un timp dat) şi *ut nunc* (adevărate relativ la timpul dat) Apoi, el distinge între *conchideri valabile per media intrinseca* şi *per media extrinseca* Prima conţine termenii *concluziei* De ex.: „Socrate nu aleargă, prin urmare, un om nu aleargă", este valabilă prin *medium* „Socrate este un om". A doua presupune o regulă generală. De ex. „Numai un om este un asin, aşa că orice asin este om" presupune · „O propoziţie afirmativă exclusivă este (logic) echivalentă cu o propoziţie universal afirmativă cu termeni inversaţi Silogismele sînt valabile per media extrinseca Deşi mai puţin evident şi cele prin *medium intrinsecum* sint astfel valabile Ele corespund cu distincţia imperfect-perfect *(v Abelard)*, dar Ockham uită că era vorba numai de entimeme. A treia distincţie este intre *conchiderile formale* (c. *formalis*) şi cele *materiale* (c. *materialis)* Ockham diferă de Pseudo Scotus deoarece include pe lingă *conchiderile* valabile *per media extrinseca* (în virtutea formei propoziţiilor) şi pe cele valabile direct *per medium intrinsecum* şi indirect *per medium extrinsecum (non) respiciens conditiones generales propositionum, scilicet veritatem, falsitatem, necessitatem, impossibilitatem* În ce priveşte c. *materialis* ea este valabilă *praecise ratione terminorum et non ratione alicuius medii extrinseci (non) respiciens praecise generales conditiones propositionum.* (Exemplele sînt paradoxale „Un om aleargă, aşa că Dumnezeu există", Un om este asin, aşa că Dumnezeu nu există ' Cele formale sînt de *conexiune necesară* (Abelard), iar cele *materiale* sint „paradoxale ' El dă apoi *proprietăţile* conchiderilor. Ralph Strode distinge numai intre *conchiderile formale* şi cele *materiale* Conchiderea formală conţine, in plus, faţă de cea materială o relaţie de sens (de înţelegere) De ex. „dacă cineva înţelege că tu eşti om, el înţelege că tu eşti animal". De aci, orice conchidere formală este şi materială, dar nu şi reciprocă Exemple de conchidere exclusiv materială *(materialis tantum)*. „Un om este un asin, aşa că un baston este aşezat in colţ" Strode „ignoră complet noţiunea de formă in sens pur logic şi introduce în locul ei noţiunea de înţeles" (Kneale) Un mod apropiat de tratare se găseşte la Ferrybridge Paul din Pergola a dat următorul tabel pentru c. (în el se ţine seama de observaţiile lui Ockham şi Strode)



Aci „formalis" e luat în sensul lui Strode. Multe din proprietățile de adevăr și regulile *concludentelor* studiate astăzi se găsesc în logica medievală. Unele sînt inspirate de Aristotel, Stoici și Boețiu altele sînt formulate de ei. Regulile lui de Morgan se găsesc la Ockham. Abelard formulează regulile modale $Np \rightarrow p$ și $p \rightarrow Pp$, Petrus Hispanus formulează regulile $\overline{Np} \equiv P\bar{p}$, $\overline{Pp} \equiv N\bar{p}$, Pseudo-Scotus formulează „paradoxele implicației" relativ la valorile logice, contradicție și modalități. Ockham condensează regulile într-o listă de 11 Remarcăm modul exact în care dă regula (2) „Adevărul *poate* decurge din fals" spre deosebire de modul eronat în care e dat de unii logicieni contemporani „adevărul decurge din fals" O formă frumoasă are tranzitivitatea implicației „Orice decurge din consecvent, decurge din antecedent". Dăm în formă simbolică regulile 8) și (9) pentru modalitate $(\overline{Np \rightarrow Cp})$, $(\overline{Pp \rightarrow Ip})$

Ultimele două reguli contravin „paradoxelor modalității". din imposibil nu decurge nimic, necesarul nu decurge din nimic altceva.

Ockham nu le consideră reguli formale. Aci derivării trebuie să i se acorde alt sens

**CONSEQUENTIA MIRABILIS,** denumire dată, în renaștere, raționamentului după care „orice propoziție care este implicată de propria sa negație este adevărată". Raționamentul își are originea la stoici și în forma sa cea mai explicită el apare astfel: „Dacă primul, atunci primul, dacă nu primul atunci primul, prin urmare, primul". Aristotel a folosit el însuși schema în lucrarea sa *Protrepticus*. Aristotel a vrut să demonstreze că „este necesar să studiem filosofia" și a raționat astfel· „Sau trebuie să filosofăm sau nu trebuie să filosofăm. Dacă trebuie, atunci trebuie. Dacă nu trebuie să filosofăm atunci de asemenea trebuie (pentru a justifica această concepție) Prin urmare, în orice caz trebuie să filosofăm". Platon utilizase și el o variantă în combaterea relativismului lui Protagoras Forma cea mai succintă $\frac{\bar{A} \vdash A}{A}$ sau $\frac{\bar{A} \rightarrow A}{A}$.

Îl putem simboliza astfel

$$\frac{\begin{array}{c} A \rightarrow A \\ \bar{A} \rightarrow A \\ A \vee \bar{A} \end{array}}{A}$$

**CONSISTENȚĂ,** proprietate a unor mulțimi de expresii (termeni, propoziții, formule), în speță mulțime de axiome. Pentru formule coincide cu *realizabilitate* (*v.*) Pentru sisteme de expresii coincide cu proprietatea de *necontradicție* (*v.*) Există un singur caz în care termenul *c.* este preferat termenului de *necontradicție* și anume în cazul *logicii pozitive* (*v.*)

**CONSTANTĂ,** (sau *semn constant*), semn a cărui semnificație este determinată, spre deosebire de *variabilă* (*v.*). De ex, semnele cifrice sînt constante („0", „1" „2" etc.) Determinarea semnificației se face prin utilizare, cum se procedează cel mai adesea în limbajul natural, sau prin definiție și utilizare ca în limbajele formalizate (și, în genere, în limbajele științelor) Semnele constante pot fi termeni sau operatori sau semne auxiliare (*v semn*). În unele limbaje logice există numai termeni variabili, constantele fiind operatorii și semnele auxiliare. *C. logice* sînt în acest

caz doar operatorii logici (—, &, ∨, →, ∀, ∃ etc.). Există şi sisteme logice în care se introduc c. *obiectuale*, de ex., Church introduce termenul f (fals) în sistemul său axiomatic pentru logica propoziţiilor. În aritmetica teoretică se introduce cel puţin o constantă numerică 0 (zero). Pe lîngă semnele c. obişnuite, aşa cum le-am prezentat mai sus, există încă semne c. determinate numai prin funcţia lor sintactică (formală). Acestea „ţin locul" de c. din punct de vedere semantic Astfel, sînt literele *a*, *b*, *c* în expresia matematică $ax + b = c$. Se presupune că *a*, *b*, *c* sînt numere date în opoziţie cu *x* care este necunoscut. Semne analoage sînt utilizate în teoria structurilor, cu deosebirea că ele „ţin locul de constantă", pentru orice valoare corespunzătoare din sistemele concrete care satisfac structura. Exemple de astfel de „constante" sînt semnele pentru elementele *neutre* în structurile algebrice, semnele pentru operaţii şi relaţii cum sînt respectiv *e*, *, = în formula $a * e = e * a = a$. În ciuda aparenţei, semnul „=" este şi el o astfel de c., el desemnînd o *relaţie de echivalenţă* şi nu egalitatea La rîndul său variabila „*a*" este deschisă diferitelor sisteme de semnificaţie. Formulele de acest gen nu sînt *legi*, în sensul strict al cuvîntului, ci *forme de legi* În fine, există şi un al treilea gen de c. anume c. cu *semnificaţie degenerată*. Caracteristica lor constă în faptul că ele sînt manipulate în conformitate cu regulile sintactice dintr-un limbaj L, dar au semnificaţii din alt limbaj L'. (Analog se comportă în acest caz variabilele corespunzătoare) Astfel stau lucrurile în cazul utilizării cifrelor pentru valorile logice (de ex „0" pentru fals şi „1" pentru adevăr) Semnele +, —, ×, <, =, ≤ se comportă în mod corespunzător.

**CONSTANTE LOGICE ÎN LIMBAJUL NATURAL,** cuvinte corespunzătoare operaţiilor sau relaţiilor logice Astfel, „nu", „şi", „sau", „dacă ... atunci", „dacă şi numai dacă", „pentru orice", „există (cel puţin un)", „toţi, „unii", „posibil", „contingent", „necesar". În majoritatea lor aceste cuvinte nu sînt definite univoc şi în funcţie de definiţia lor sistemul logic de gîndire poate lua o formă sau alta Considerînd constantele „nu", „şi", „sau", „dacă ... atunci", „dacă şi numai dacă" ele pot avea sensuri mai *largi* sau mai *restrînse*, se pot referi la *stări de fapt* (v.), la *propoziţii* (judecăţi), la *funcţii de adevăr*, la *relaţii logice de diferite grade de abstracţie*, la *compunerea de expresii logice* sau pot sluji la *citirea* de semne din simbolismul logic De ex., *sau* poate exprima *disjuncţia* (exclusivă ori neexclusivă), apoi *disjuncţia stărilor de fapt* sau *disjuncţia ca funcţie de adevăr*. El poate fi definit în raport cu rolul său sintactic de a forma propoziţii compuse („*p* sau *q*") sau pentru a citi simbolul ∨ („$p \vee q$"). Constantele logice (indicate) nu au chiar semnificaţie independentă, ci în contextul altor expresii (de ex., „*p* sau *q*"). Prin urmare este inutil să facem afirmaţii despre ele mainte de a le determina *contextul de utilizare (v.)*

**CONSTRUCTIVISM,** variantă a *intuiţionismului logico-matematic (v.)* elaborată în U.R S.S. de şcoala lui A. A. Markov. (În unele cazuri termenul este luat ca sinonim cu „intuiţionismul logico-matematic"). a) Pentru constructivişti este fundamentală noţiunea de *algoritm (v.)* b) Existenţa obiectului matematic = construcţie potenţial realizabilă. c) Markov respinge principiile idealiste ale intuiţionismului, dar introduce ideea că ştiinţa este „formă a activităţii sociale" (discutabilă în sensul că e scoasă din contextul filosofic materialist dialectic). d) Respingînd terţul exclus Markov admite pentru unele cazuri raţionamentul prin absurd
e) Adevărul este identificat cu *verificat ca adevărat*

**CONTEXT EXTENSIONAL**, termen introdus de R. Carnap pentru a marca un context raportat la intersubstituția unei componente cu alta. Este deosebit de *contextul intensional (v.)*. Definiția se dă în trei etape: a) Expresia $A_i$ este *extensională* relativ la *o anumită intrare* a lui $A_j$ în $A_i$ (din $S$) dacă și numai dacă intrarea respectivă este intersubstituibilă cu o expresie echivalentă cu $A_i$ (în $S$). b) Expresia $A_i$ este *extensională în* $S$ dacă și numai dacă $A_i$ este extensională relativ la o intrare oarecare a unui designator oarecare în $A_i$ (din $S$). c) Sistemul semantic $S$ este *extensional* dacă și numai dacă orice propoziție în $S$ este extensională. În cazul că respectivele condiții nu sînt satisfăcute vom vorbi de context *neextensional* (deosebit de cel *intensional*). Exemple: Orice expresie moleculară din logica funcțiilor de adevăr este extensională relativ la componentele sale (de ex. „$p \vee q$" relativ la „$p$" și „$q$"). Expresia $Np$ (unde $N$ este semn pentru *necesar*), este *neextensional* cu privire la $p$.

**CONTEXT INTENSIONAL**, termen introdus de R. Carnap pentru a desemna o expresie (un designator) sau un sistem în raport cu *L-intersubstituția (v.)* unei expresii care *intră* în expresia primă sau în sistemul considerat (v. *context*). Termenul intensional se opune lui *extensional* (v. *context extensional*) și este deosebit de *neextensional* (v. *context extensional*). Definiția c. i. se dă în trei etape: a) Expresia $A_i$ este *intensională relativ la o anumită intrare* a lui $A_j$ în $A_i$ (din $S$) dacă și numai dacă $A_i$ nu este extensional cu privire la intrarea respectivă a lui $A_j$ în $A_i$ și această *intrare* a lui $A_j$ în $A_i$ este $L$ - intersubstituibilă (vezi) cu oricare expresie *L-echivalentă (v.)* cu $A_j$ (în $S$). b) Expresia $A_i$ este *intensională în* $S$ dacă și numai dacă relativ la orice intrare a unui designator în $A_i$, $A_i$ este sau extensională sau intensională și este intensională relativ la cel puțin o intrare a unui designator. c) Sistemul semantic $S$ este *intensional* dacă și numai dacă orice propoziție în $S$ este sau extensională sau intensională și cel puțin una este intensională. Exemplu: „$N(p \vee \bar{p})$" este intensională cu privire la „$p \vee \bar{p}$" (Aci $N$ este semn pentru „necesar").

**CONTINGENT**, calificativ modal al stărilor de fapt sau al propozițiilor. Scheme: „este contingent $p$" sau „este contingent (să fie adevărat) $p$". Relativ la stările de fapt se definește prin: există condiții să fie $X$ și există condiții să nu fie $X$. Formal este definit fie ca *nenecesar* („nu este necesar să fie $p$"), fie ca *posibilitate bilaterală* („este posibil $p$ și este posibil non-$p$"). Se folosește și ca sinonim cu „întîmplător".

**CONTRADICTIO IN ADJECTO** (lat. „contradicție în ceea ce se adaugă"), contradicție în termeni, adică între termenii juxtapuși (ex. „pătrat rotund", „stat apolitic"). În vorbirea populară există expresii care sînt numai în mod aparent contradicții în termeni, de ex. „bun rău", „tare slab". Astfel de expresii sînt modalități de a exprima oarecum paradoxal superlativul.

**CONTRADICTIO IN SUBJECTO** (lat. „contradicție în subiect"), contradicție aflată în tema supusă discuției, eroare de logică. De ex., a discuta despre caracterul apolitic al statului este o contradicție în temă.

**CONTRADICȚIE DIALECTICĂ**, tendință de anihilare reciprocă a fenomenelor cu laturi contrarii. C. d. presupune: a) existența laturilor contrarii și b) dinamismul (procesul) de negare reciprocă. În procesul de anihilare sînt negate (suprimate) diferite determinații. Contradicția este antagonică dacă negarea merge pînă la proprietăți esențiale fenomenelor, altfel este neantagonică. Formal contradicția este indicată prin cuplurile

de contrarii care sînt antrenate în dinamism (de ex atracție — respingere, forță centrifugă — forță centripetă, burghezie — proletariat) În mod complet, contradicția este descrisă prin multiplele manifestări concrete pe care lupta dintre contrarii le ia Aceste contradicții țin de natura sistemului sau sînt vremelnice. Existența sistemului depinde de capacitatea lui de a menține echilibrul contrariilor, de a rezolva contradicțiile, de a limita acțiunea lor la un nivel care nu afectează natura sistemului Sistemul este restructurat trecîndu-se la unul de o *calitate* deosebită cînd contradicțiile nu mai pot fi rezolvate cu mijloacele de care dispune În societate, contradicțiile sînt raportate la acțiunea umană și ele iau forme «socio-dinamice» sau «psiho-dinamice» — anihilare de interese (individuale, de grup), de stări și poziții, de sentimente și convingeri. Problema care interesează logica este raportul între **c. d.** și cele logic-formale *(v. contradicție formală)*. Contradicțiile formale țin de forma cunoașterii dar și ele se înscriu în cupluri de contrarii și sînt generate de anumite condiții subiective sau obiective (= independente de voința individului). Sub raport dialectic, ele pot determina stări de tensiune în interiorul individului sau între indivizi. Logica formală nu se interesează de acest aspect, el ține de dialectica cunoașterii Ne interesează raportul dintre contradicția dialectică și cea formală la nivelul *reflectării*. Condiția fundamentală a oricărei reflectări este de a fi logic necontradictorie, de a respecta principiul necontradicției. Orice contradicție trebuie să fie reflectată necontradictoriu formal Teoria contradicțiilor trebuie să fie ea însăși formal necontradictorie Există propoziții care sînt aparent contradictorii formal. „orice corp este în același timp în mișcare și repaus (= nu este în mișcare)" Aceasta este însă o *propoziție deschisă (v.)*, eliptică și imediat ce o precizăm indicînd sub ce raport se află corpul în mișcare și sub ce raport se află în repaus, contradicția aparentă dispare

**CONTRADICȚIE FORMALĂ**, contradicția între două propoziții dintre care una este negația explicită sau implicită a celeilalte Astfel, propozițiile „$2 > 1$" și „$2 \ngtr 1$" sînt contradictorii în mod explicit, iar propozițiile „$2 > 1$" și „$2 \leqslant 1$" sînt contradictorii implicit Contradicția poate fi făcută explicită prin indicarea uneia din echivalențele:

$$2 > 1 \equiv \overline{2 \leqslant 1}$$

$$2 \leqslant 1 \equiv \overline{2 > 1}$$

În logica propozițiilor poate fi reprezentată simplu prin $p \,\&\, \bar{p}$ sau $p \equiv \bar{p}$. Orice negare a unei tautologii este contradicție Deoarece dintr-o **c. f** se pot deduce atît propoziții adevărate cît și false noi sîntem interesați în studiul **e. f.** în vederea eliminării lor din contextul în care apar. În funcție de complexitatea lor avem mai multe tipuri de **c. f.** a) contradicții simple (cum sînt cele indicate mai sus), b) contradicții provenite din nedeterminarea limbajului (de ex., aparenta contradicție între geometria euclidiană și geometriile neeuclidiene), c) autocontradicții (de ex., „toate propozițiile sînt false"), d) *antinomii, paradoxe* (v.). Mijloacele de a le elimina dintr-un context diferă în funcție de complexitatea lor. **C. f.** trebuie deosebită de o altă formă de opoziție formală — *contrarietatea (v )*. **C. f.** este implicată de contrarietate, dar reciproca nu este, în general, adevărată. De ex.: „Toți oamenii sînt sportivi" și „Nici un om nu e sportiv" implică contradicția „Unii oameni sînt sportivi" și „Nici un om nu e sportiv" sau contradicția „Unii oameni nu sînt spor-

tivi" și „Toți oamenii sînt sportivi". Nu putem trece însă de la „Unii oameni sînt sportivi" și „Nici un om nu e sportiv" la „Toți oamenii sînt sportivi" și „Nici un om nu e sportiv".

**CONTRAPOZIȚIE, 1.** Operație complexă bazată pe conversiune, obversiune și eventual dubla negație. **2.** Inferență logic validă bazată pe contrapoziție în sensul 1). În logica tradițională **c.** este sinonimă cu „inferența logic validă bazată pe contrapoziție". Există două feluri de **c.** valide pentru judecățile *A, E, I, O*: *parțială* și *totală*. Legile **c.** parțiale sînt următoarele:

(1) $TS - P \Leftrightarrow T\bar{P} + S$

(2) $TS + P \Leftrightarrow U\bar{P} - S$

(3) $US - P \Leftrightarrow U\bar{P} - S$

Nu există o inferență validă în legătură cu judecata particular afirmativă ($US - P$). Legile **c.** totale sînt următoarele:

(4) $TS - P \Leftrightarrow T\bar{P} - \bar{S}$

(5) $TS + P \Leftrightarrow U\bar{P} - \bar{S}$

(6) $US + P \Leftrightarrow U\bar{P} - \bar{S}$

Inferența (4) presupune următoarea succesiune de operații logic valide: $TS - P$ devine $TS + \bar{P}$ (obversiune), apoi $TS + \bar{P}$ devine $T\bar{P} + S$ (conversiune simplă), $T\bar{P} + S$ devine $T\bar{P} - \bar{S}$ (obversiune). Față de inferența (4) inferența (1) presupune numai două operații **C.** totală este cunoscută și în cazul propozițiilor de implicație și de echivalență $(p \Rightarrow q) \equiv (\bar{q} \Rightarrow \bar{p})$, $(p \Leftrightarrow q) \equiv (\bar{q} \Leftrightarrow \bar{p})$.

**CONTRARIETATE, 1.** Raport între noțiuni (*v. raporturile de conținut între noțiuni*). **2.** Raport între forme de propoziții. În sensul 2 se definește în doi pași: 1 două forme omogene de propoziții corelative ale căror variabile (cu poziție identică în forme) sînt identice, se află în raport de **c.** dacă conjuncția celor două forme nu poate fi transformată prin interpretare (exemplificare) în propoziție conjunctivă adevărată, 2. orice transformare echivalentă a membrilor conjuncției transformă conjuncția tot în **c.** Ex.: formele de judecăți $TS - P$ și $TS + P$ sînt în raport de **c.** ele au primii termeni identici ($S$) și la fel termenii din poziția a doua ($P$), ele sînt corelative una la alta. Echivalentele lor, de ex. $TS + \bar{P}$ și respectiv $TS - \bar{P}$ sînt de asemenea contrarii Ex „Toți oamenii sînt muritori și nici un om nu este muritor" este o conjuncție de contrarii. Conjuncția formelor poate fi în schimb astfel interpretată încît un membru să fie adevărat și altul fals sau ambii-falși (*V. Formule omogene, Pătrat logic*)

**CONȚINUTUL NOȚIUNII,** determinările *redate* în **n.** formează conținutul ei. În logica tradițională conținutul **n.** se mai numește și *comprehensiune sau intensiune*. Fiecare determinare se numește în acest caz și *nota* **n.** Logica face abstracție de faptul că **n.** își pot completa conținutul sau și-l pot schimba (parțial). Conținutul **n.** se împarte în două: a) conținutul specific format din determinările caracteristice obiectului și b) conținut general, format din determinările mai generale Notele specifice sînt definitorii. Astfel, pentru **n.** *om* notele *rațional, constructor de unelte, vorbitor* (în sensul utilizării limbajului complex) sînt note specifice, iar *animal, mamifer, vertebrat* sînt note generale. Fie o **n.** $N$ și

$D_1, D_2, \ldots, D_n$ **notele n.** Vom considera $D_1, D_2, \ldots, D_k$ ($k < n$) note specifice, iar restul note generale. Între notele specifice pot exista raporturi de echivalență logică (implicație reciprocă), de implicație sau de independență. Pentru studiul raporturilor dintre n. este important să avem în vedere astfel de raporturi. Corespunzător conținutului n. ca totalitate de determinări *(note)* redate în n. avem totalitatea determinărilor obiectului (clasei de obiecte), deci „conținutul real".

**CONVENȚIONALISM,** doctrină conform căreia raționamentele noastre sînt construcții arbitrare bazate pe **convenții lingvistice. C.** nu admite principiul adevărului obiectiv. Sursele acestei doctrine pot fi găsite, probabil, in doctrinele nominaliste anterioare, dar Hobbes pare a fi întemeietorul direct al c. Iată concepția lui Hobbes.

1. Raționamentul este doar „înlănțuirea numelor prin cuvintul «este»".
2. Rațiunea nu ne dă „concluzii despre natura lucrurilor, ci numai despre termenii care le desemnează"
3 Ea constată doar „dacă am unit corect sau nu denumirile lucrurilor, potrivit convențiilor arbitrare pe care le-am făcut în privința semnificațiilor lor" (Objections, III, 4, 1641).

În altă lucrare *Computatio sive Logica* (1655) el completează:

4 „Primele adevăruri au fost create arbitrar de către cei care au impus nume lucrurilor sau le-au preluat din impunerea altora".
5 „*Propozițiile de bază* nu sînt nimic altceva decît definiții sau părți ale *definițiilor* și numai acestea sînt principii ale demonstrației, fiind adevăruri constituite arbitrar de către inventatorii vorbirii și ca atare nemaifiind de demonstrat".

Prin urmare, gîndirea este o manipulare de semne după reguli stabilite convențional. Berkeley preia și el ideile convenționaliste: 1. Demonstrațiile sînt verbale. 2. Nu există *adevăruri eterne.* 3. Aritmetica și algebra sînt „științe pur verbale".

Leibniz s-a opus doctrinei c. a lui Hobbes, în particular impingind in prim plan doctrina *definițiilor reale* (v.). În demonstrațiile veritabile cuvintele exprimă întotdeauna ceva *posibil* ( = logic necontradictoriu). Mill s-a opus și el c. lui Hobbes însă de pe pozițiile empirismului. O critică a c. o găsim și la Frege. În speță el combate c. implicat în concepția formalistă asupra matematicii formulată de J. Thomae (1898). Raționamentul matematic deși poate fi efectuat *formal* (abstracție făcind de orice semnificație) ca și *jocul de șah,* el are totuși *aplicații* la realitate, ceea ce nu e cazul pentru ultimul. Regulile matematice nu sînt construite arbitrar ci impuse de semnificație. Criticind confuzia dintre *număr* și *cifră*, Frege consideră că ea denotă confuzia între *uzul* și *menționarea* semnului Ulterior convenționalismul a renăscut la gînditori, altfel celebri, ca Poincaré, Carnap, Tarski ș.a.

**CONVERSIO PER LIMITATIONEM** (sau **PER ACCIDENS**) (lat „conversiune prin limitare" sau „prin accident") (v. *conversiunea judecăților A,E,I,O*).

**CONVERSIO SIMPLEX** (lat. „conversiune simplă") (v. *conversiunea judecăților A,E,I,O*).

**CONVERSIUNE,** termen care denotă, în mod general, o operație de *inversare* Ea se poate aplica la diferite entități . operații, relații (inclusiv relații de corespondență), termeni ai operațiilor (respectiv ai relațiilor) și extensiuni (clase). În al doilea rînd c. denotă ceva mai restrins, anume *inversarea echivalentă* (echivalența fiind precizată în funcție de natura entităților).

Dacă o entitate este inversă față de altă entitate atunci are loc și reciproca incît noi putem spune că ele sint reciproc inverse (converse). Atit in logică cît și in teoria funcțiilor vom utiliza mai ales sensul restrîns. Exemple de c. (în ambele sensuri)

$x + y, \quad x - y$ (operații inverse)
$x > y, \quad x < y$ (relații inverse)

$x + y, \quad y + x$
$x > y, \quad y > x$ (termeni inverși)

$x + y, \quad y - x$
$x > y, \quad y < x$ (termeni și operații resp. relații inverse)

$\forall x \forall y\ x > y, \ \exists y \exists x\ y < x$ (inversarea de termeni, relații și extensiuni)

$x - y = y + x$
$x > y = y < x$ (conversiuni echivalente)

(*V.* și *Funcție conversă*, *Conversiunea judecăților A, E, I, O*, *Conversiunea relațiilor*, *Relație conversă*)

**CONVERSIUNEA JUDECĂȚILOR A, E, I, O.** **1.** Operație de *conversiune* (v.) aplicată judecăților *A, E, I, O*; **2.** Inferență logic validă bazată pe **c. j.** *A, E, I, O*. Această conversiune este de două feluri *simplă* (= fără schimbarea cantității) și *prin accident* (= cu schimbarea cantității). De ex. Judecata $TS-P$ se convertește simplu astfel $IP-S$ și prin accident astfel $UP-S$. În logica tradițională termenul de *conversiune* este sinonim cu *conversiune logic validă*. Nu orice conversiune in sens larg dă inferențe logic valide. În cazul in care nu avem inferență logic validă in logica tradițională se spune că „judecata nu se convertește" Iată inferențele bazate pe conversiune:

(1) $TS-P \Rightarrow UP-S$ (conversiune prin accident)
(2) $IS+P \Rightarrow TP+S$ (conversiune simplă)
(3) $US-P \Rightarrow UP-S$ (conversiune simplă) Judecata particular negativă nu se convertește logic valid. Legile de conversiune indicate fac parte din clasa *inferențelor imediate* (v.) Aristotel a studiat conversiunea în *Analitica Priora* și a demonstrat prin absurd validitatea legilor (1)—(3). O justificare a acestor legi se poate face cu ajutorul *diagramelor lui Euler*(v)

**CONVERSIUNEA RELAȚIILOR,** operația de trecere de la o relație la *relația conversă* (v.). Se notează cu simbolul ⌣ pus deasupra semnului $R$.

Proprietăți ale conversiunii (1) $\breve{\breve{R}} \equiv R$, (2) Dacă $Q \Leftrightarrow \breve{R}$ atunci $\bar{Q} \Leftrightarrow \bar{\breve{R}}$. (3) Dacă $Q \Leftrightarrow \bar{R}$ atunci $\breve{Q} \Leftrightarrow \breve{\bar{R}}$, (4) $\bar{\breve{R}} \equiv \breve{R}$, (5) Dacă $R \Rightarrow Q$ atunci $\breve{R} \Rightarrow \breve{Q}$, (6) $\breve{(RqQ)} \equiv \breve{R}q\breve{Q}$ (unde $q$ este unul din operatorii &, V, |, w, ⇒ ⇔). Simetria relațiilor se poate defini cu ajutorul conversiunii:

$$(7)\ \mathrm{Sym}\,(R) = (R \equiv \breve{R})$$

**CÓPULA,** termen latinesc pentru desemnarea legăturii dintre subiect și predicat in judecățile de matrice „S este P" Se atribuie lui Abelard introducerea lui în logică. Problema semnificației lui „este" („sînt") a fost mult discutată în istoria logicii. Abelard a criticat punctul de vedere după care c. ar exprima o *inerență* (predicatul este inerent subiectului). Legătura concepției despre inerență cu o anumită doctrină a universalelor este evidentă Forma „S este P" s-a fixat in evul mediu, dar ea coexistă cu altele încă la Aristotel și chiar este utilizată cu precădere După Kneale urmă-

toarele patru forme sînt echivalente la Aristotel (a) *A* se enunță despre *B*, (b) *A* aparține lui *B*, (c) *B* este *A* (d) *B* este in *A* (ca intr-un intreg) De ex. în *Despre Interpretare*, el scrie „o enunțare simplă . . are ca înțeles apartenența sau neapartenența a ceva la subiect". Tot el sugerează șapte interpretări posibile pentru „este" (resp. pentru „*S* este *P*") · predicația (în sens de enunțare a ceva *despre* ceva), identitatea, *a avea* (proprietatea), inclus in, descris prin, compatibil cu, este în același timp. Forma (b) indicată mai sus spune că predicatul „aparține" subiectului, ceea ce se interpretează în sensul de predicatul *face parte* din subiect (de ex., „animalul face parte din om").
Forma (d) înseamnă subiectul este cuprins în predicat ceea ce nu are sens decît extensional Relațiile dintre subiect și predicat sînt legate de relațiile dintre „substanțe" „Substanța (primă) este ceea ce nici nu este enunțat despre un subiect, nici nu este într-un subiect". Aristotel distinge a) „a fi enunțat despre subiect" și *b*) „a fi într-un subiect" (= a nu putea să existe nu afară de subiectul in care este"). Ceea ce nu este „in subiect" înseamnă că poate exista și în afara subiectului respectiv. Aristotel oscilează între următoarele planuri . a) lingvistic (nume, propoziții în sens gramatical), b) conceptual (noțiuni, «ceea ce este predicat despre»), c) ontic (substanțe și relații între ele). Pe de altă parte, la el se trece ușor de la extensiune (sferă) la conținut sau la o poziție neutră Alte confuzii sînt intre abstract și concret, între a fi inclus în sferă și a fi parte (din intreg). Toate aceste puncte de vedere influențează semnificația lui „este" ori, mai exact, semnificația relației dintre subiect și predicat În ce privește substanțele ele sînt „prime" (= indivizii) sau „secunde" (= speciile și genurile). „Substanța" are un sens ontic *ceea ce există* (οὐσία) dar fraza următoare *n.n.* arată confuzia de planuri „Toate celelalte (adică ce nu sînt substanță primă *G E.*) sînt ori enunțate despre o substanță primă, ori într-o substanță primă". Din cele de mai înainte rezultă că *ideile* (logosul) și *numele* pot fi enunțate *despre* substanțe (Altfel spus noțiunile *de* substanță și numele de substanță sînt enunțabile sau nu). O ultimă observație constă în aceea că in problema «enunțării» Aristotel pare a se plasa uneori în al patrulea plan raportul cunoaștere (resp. vorbirea) — obiect „De exemplu, om este enunțat despre omul individual. În acest caz numele speciei om *este aplicat* (subliniat — *G.E*) individului, pentru că noi folosim termenul om, descriind individul, și noțiunea om va fi de asemenea enunțată despre omul individual . . ." (*Categorii*) Ce este, deci, subiectul și ce este predicatul? Din multe texte rezultă că subiectul este obiectul supus enunțării (predicării, vorbirii) în sensul in care-l utilizăm în contextul «subiectul discursului».

În acest caz, „*S* este *P*" are înțelesul nou (necuprins în operele altor autori), de termenul *P* (resp. noțiunea *P*) este aplicat obiectului *S*. Or aceasta înseamnă că relația „*S* este *P*" este transpusă în domeniul relației *de desemnare* sau, în cel mai bun caz, *de aplicare* a numelui la denotat Ontologic nu tot ce este predicabil (enunțabil) *despre* un subiect (= obiect) se află și *în subiect*, deși poate să facă parte din esența subiectului (cum e cazul „substanțelor secunde" în raport cu cele „prime") (*v. doctrina universalelor*) După Aristotel, așa cum s-a spus, a apărut concepția *inerenței* · predicatul este ceva *inerent* subiectului și sensul lui „*S* este *P*" s-a tradus prin „*P* este inerent lui *S*", poziție criticată de Abelard pentru că ar duce la un *regres la infinit* (*v.*). Abelard interpretează **e.** ca un semn de identitate — termenul subiect și termenul predicat desemnează același lucru (sau aceleași lucruri) De ex. „*Homo este animal* înseamnă că „homo" și „animal" sînt

nume pentru acelaşi lucru Ockham, Hobbes ş.a. s-au plasat pe aceeaşi poziţie Leibniz, la rîndul său, cu principiul *praedicatum inest subiecto* adoptă concepţia inerenţei, dar el o generalizează peste limitele judecăţilor simple categorice (de predicaţie) Limitată la matricea „*S* este *P*" ideea că aceasta exprimă faptul că *predicatul este în subiect* poate fi luată ca bază pentru interpretarea, dacă nu a logicii *aristotelice*, a silogisticii aşa cum ne-a lăsat-o evul mediu Alţi autori (Euler, Gergonne, Hamilton) au mers pe linia interpretării extensionaliste a lui „este"

Pentru B. Bolzano „*S* este *P*" exprimă acelaşi lucru cu „*S* are *P*". De ex „Socrate a fost înţelept" trebuie înţeleasă ca „Socrate are (în trecut) înţelepciune". Ca şi Leibniz, Bolzano dă o extensiune prea largă formei subiect-predicat. Odată cu dezvoltarea logicii simbolice interpretările extensionaliste au început să aibă precădere Distincţia netă între *propoziţiile de extensiune* (*v.*) şi *propoziţiile de intensiune* a dat posibilitatea să se formuleze o concepţie mai clară despre formele cu matrice „*S* este *P*". Lukasiewicz afirmă că e vorba de „relaţii speciale", iar Carnap că e vorba de propoziţii „neutre" în raport cu cele de *extensiune* sau *intensiune* Importante sînt două lucruri: a) „*S* este *P*" este o formă aparte de propoziţie (indiferent de posibilităţile de a o „traduce logic" in alte forme şi indiferent de modul în care tratăm pe „este"), b) orice interpretare a lui „este" trebuie să satisfacă toate legile silogisticii (în mod special legile conversiunii). Trebuie să menţionăm, de asemenea, că „este" luat în diferite contexte poate să-şi schimbe sensul, dar că fără adaosul unui alt cuvînt el nu are niciodată sensuri extensionale. De ex., „*a* este *element* al lui *B*" sau „A este *cuprins* în *B*". Dimpotrivă, el poate fi utilizat în sens *intensional* fără alt adaos, de ex., „*x* este *P*" (adică „*x* are proprietatea *P*"), „*x* este *x*" („*x* este identic cu *x*") Orice precizare a înţelesnlui lui „este" atrage după sine o precizare a ceea ce numim „subiect" şi „predicat". În ultima vreme, înţelesul termenului „predicat" s-a extins in aşa fel încît nu mai este potrivit să numim propoziţiile de matrice „*S* este *P*" drept „propoziţii de forma subiect-predicat" Este necesar să adoptăm o denumire cît mai apropiată de sens dar care va avea un grad de convenţionalitate

**CORECTITUDINE LOGICĂ** termen metalogic (în particular, al pragmaticii logice) care desemnează proprietatea unei construcţii logice de a fi conformă cu anumite reguli. Astfel, vom spune că expresia „$p \vee \bar{q}$" este *corect formată* sau *bine formată*. Vorbim, de asemenea, de definiţii, clasificări, formalizări, raţionamente, demonstraţii corecte etc Dealtfel, *corectitudinea*, în genere, se defineşte ca proprietate a rezultatului unei acţiuni de a fi efectuată conform cu regulile indicate.

**CORESPONDENŢĂ,** relaţie abstractă care nu depinde neapărat de natura obiectelor aflate în relaţie. **C.** se poate defini numai prin modul de asociere a elementelor din două mulţimi *A*, *B* Există mai multe tipuri de relaţii de **c.** Ele pot fi rezumate într-un tabel

| A | B |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |
| 1 | 1 |
| 1 | *n* |
| *n* | 1 |
| *n* | *m* |

(unde $n > 1$ şi $n = m$ sau $n \neq m$). Cazurile (1,0) şi (0,1) pot fi numite *c. vidă*, cazul (1,1) este *c. biunivocă*, (1, *n*) este *c. plurivocă*, (*n*, 1) este *c. univocă*, iar (*n*, *m*) poate fi numit *c. nedefinită* (obiectele din *A* şi *B* sînt asociate la întîmplare sau nu există legi *generale* de asociere).

**CORESPONDENŢĂ UNIVOCĂ,** relaţie de corespondenţă între două mulţimi notată uneori prin $A \rightarrow B$ şi definită astfel: fiecărui element din *A* i se asociază un şi numai un element din *B*. În simboluri

$A \rightarrow B = \mathrm{df}\ \exists R\{\forall x\ (x \in A \rightarrow \exists y(y \in B\ \&\ xRy)\ \&\ \forall xyz$
$((xRz\ \&\ yRz) \rightarrow x = y)\}$

Astfel, între mulţimile

$$A = \{3, 4, 5\} \text{ şi}$$
$$B = \{2, 6\}$$

se poate stabili o corespondenţă univocă. Prin corespondenţă se defineşte *funcţia* (univocă). Faţă de c. u. a mulţimilor, funcţia presupune că se precizează *care* elemente se asociază.

**CORNUTUL,** sofism atribuit lui Eubulid: „Ceea ce nu ai pierdut încă ai. Dar nu ţi-ai pierdut coarnele. Prin urmare, ai încă coarne". Sofismul porneşte de la premisa primă care este falsă, căci nu este adevărat că tot ce n-ai pierdut ai. Premisa corectă este „dacă ai avut ceva şi nu l-ai pierdut, ai încă". De unde raţionamentul va continua: „Or tu ai avut coarne şi nu le-ai pierdut. Prin urmare, ai încă coarne".

**CORP,** structură matematică $\langle A, *, \circ \rangle$ care satisface axiomele

(1) $(a * b) * c = a * (b * c)$;

(2) $(a * e) = e * a = a$ (cu specificaţia că *e* este unic);

(3) $a * \bar{a} = \bar{a} * a = e$ (cu specificaţia că pentru orice *a* există un singur $\bar{a}$ diferit sau nu de *a*);

(4) $a * b = b * a$;

(5) $(a \circ b) \circ c = a \circ (b \circ c)$,

(6) $a \circ e_1 = e_1 \circ a = e_1$ ($e_1$ este unic);

(7) $a \circ a^{-1} = a^{-1} \circ a = e_1$ (pentru fiecare *a* există un singur $a^{-1}$ diferit de *a* sau nu);

(8) $(a * b) \circ c = (a \circ c) * (b \circ c)$,

(9) $c \circ (a * b) = (c \circ a) * (c \circ b)$

Se precizează că $=$ este o relaţie de echivalenţă nespecificată. C. este în acest fel o conjuncţie de două *grupuri* (*v.*), or mai exact conjuncţie de *inel* (*v.*) şi grup. Gr. C. Moisil a formulat pentru logică o noţiune mai slabă de c. (putem conveni s-o numim *corp logic* sau *cvasi-corp*). Astfel $\langle A, +, \& \rangle$ $\langle$şi $A, =, \vee \rangle$ determină corpurile logice cu particularităţile:

$$(p\ \&\ 1) = (1\ \&\ p) = p$$
$$(p\ \&\ 0) = (0\ \&\ p) = 0$$
$$(p\ \&\ p) = p$$

şi respectiv:

$$(p \vee 0) = (0 \vee p) = p$$
$$(p \vee 1) = (1 \vee p) = 1$$
$$(p \vee p) = p$$

Diferenţa faţă de c. în sens strict este evidentă.

**CRITERIU**, termen folosit, în special, în contextele *c. de comparație*, *c. de clasificare*, *c. de apreciere*, *c. de admitere*. El este sinonim cu „punctul de vedere" (din care comparăm, clasificăm etc.) sau cu „unghiul de vedere". Criteriu poate fi: a) o proprietate, b) o clasă de proprietăți de aceeași categorie, altfel spus un „gen de proprietăți", un „tip de proprietăți". Astfel, proprietatea *alb* poate fi luată ca c. de clasificare — orice lucru alb va face parte din clasa lucrurilor albe. Putem să luăm însă ca c. proprietățile de culoare (clasa sau o clasă de proprietăți de culoare). Vom avea atîtea clase de obiecte cîte culori sînt satisfăcute. Se observă că atunci cînd avem o clasă de proprietăți, ele nu sînt alese la întîmplare, ci în virtutea faptului că *ele însile se subordonează unui gen, unui tip, deci, au ele însile ceva comun, sînt de aceeași categorie*. Întrebarea „care este c. admiterii lui *x*" este sinonimă cu întrebarea: „în virtutea căror proprietăți *x* a fost (sau poate fi) admis". Dacă vorbim de mai multe c. vom înțelege că avem diferite genuri de proprietăți. Uzual se poate întîmpla să vorbim de o conjuncție de c. ca de un singur c. Pentru a evita anumite confuzii este de preferat să distingem bine cele două situații. Confuzia de c. este una din cele mai vulgare greșeli de logică. Deși am distins diferite contexte în care e utilizat termenul c. se poate spune că orice aplicare de c. are ca rezultat *constituirea de clase* (repartizarea „obiectelor" în clase, tocmai de aceea c. *de clasificare* (v.) este noțiunea principală pe care trebuie s-o studiem.

**CRITERIU DE CLASIFICARE**, criteriu după care obiectele dintr-o mulțime sînt distribuite în clase care se exclud (v. *criteriu*). Unei mulțimi de obiecte i se pot aplica *n* c. de c. Ca urmare se pot forma $2^{n-1}$ sisteme de clasificare: a) sisteme bazate pe un criteriu, b) sisteme bazate pe două criterii, ... k) sisteme bazate pe *n* criterii. Fie, de ex. $C_1$, $C_2$, $C_3$ criterii. Vom avea sistemele $C_1$, $C_2$, $C_3$, $((C_1, C_2))$, $(C_1, C_3)$, $(C_2, C_3)$, $(C_1, C_2, C_3)$, deci $2^3 - 1 = 7$.

*Relații între criterii*. Considerăm două cazuri: a) criteriul este o proprietate, b) criteriul este o clasă de proprietăți. Pentru simplitate vom lucra la început cu criterii elementare (simple proprietăți). Un astfel de criteriu poate fi raportat la: a) universul de obiecte supus clasificării, b) la alte criterii. Fie $C_1$ și $C_2$ două criterii. Dacă are sens să le aplicăm la același univers de obiecte vom spune că sînt „echivalente extensional (relativ la respectiva mulțime)". Astfel, proprietățile *patruped* și *cornut* pot fi aplicate pentru clasificarea mulțimii animalelor. Dacă $U$ este mulțimea maximă posibilă la care ele se aplică atunci vom spune în plus că ele sînt „echivalente extensional în genere". Aplicate mulțimii respective cele două criterii pot genera aceleași clase sau nu. Cînd două criterii generează aceleași clase convenim să le numim „identice" sau echipotente, altfel (dacă nu generează aceleași clase) vor fi numite „diferite".

Fie $A_1$, $A_2$ și $\bar{A}_1$, $\bar{A}_2$ clasele generate. Criteriile vor fi identice dacă $A_1 \equiv A_2$ și $\bar{A}_1 \equiv \bar{A}_2$. Dimpotrivă, dacă $A_1 \not\equiv A_2$ și $\bar{A}_1 \not\equiv \bar{A}_2$ atunci criteriile diferă. Se observă că putem avea două situații: a) clasele generate sînt exact aceleași și proprietățile-criterii sînt valabile despre aceleași obiecte, b) clasele generate sînt exact aceleași, dar proprietățile sînt valabile despre obiecte diferite. Fie $P$, $Q$ cele două proprietăți-criterii și $(a, b, c, d)$ mulțimea de clasificat. Presupunem că $P$ dă clasele $(a, b)$ astfel că $P(a)$ și $P(b)$ și $(c, d)$ astfel că $\bar{P}(c)$ și $\bar{P}(d)$, iar $Q$ dă clasele $(a, b)$ astfel că $Q(a)$ și $Q(b)$ și $(c, d)$ astfel că $\bar{Q}(c)$ și $\bar{Q}(d)$. În acest caz, criteriile sînt identice și proprietățile sînt valabile despre aceleași obiecte. Clasele pot fi notate cu $PQ$ și respectiv $\bar{P}\bar{Q}$. Presupunem apoi că avem aceleași clase

ca mai sus dar proprietățile sînt astfel valabile $P(a)$, $P(b)$, $Q(c)$, $Q(d)$. Extensional clasele sînt aceleași dar intensional ele sint caracterizate diferit. Notînd clasele cu $P$, $\bar{P}$, $Q$, $\bar{Q}$, vom avea in acest caz relațiile

$$P \equiv \bar{Q} \text{ și } Q \equiv \bar{P}$$

Vom avea clasele $P\bar{Q}$ și $\bar{P}Q$. În primul caz, criteriile sint echivalente atit extensional cît și intensional, in al doilea caz ele sint echivalente doar extensional (în sensul că determină exact clasele $(a, b)$ și $(c, d)$) Cînd sistemele de clase create de cele două criterii diferă atunci între clasele celor două sisteme se produc intersecții sau și excluderi. Fie din nou mulțimea $(a, b, c, d)$ și criteriile $P$, $Q$. Clasificare după $P$ $P = \{a\}$, $\bar{P} = \{b, c, d\}$. Clasificare după $Q$ $Q = \{a, b\}$, $\bar{Q} = \{c, d\}$ Avem intersecțiile · $P \cap Q$, $\bar{P} \cap \bar{Q}$, $Q \cap \bar{P}$. Avem excluderea $P + \bar{Q}$ Există și alte moduri de a distinge identitatea logic sau factual. Două criterii sînt identice logic („echivalente logic'') dacă și numai dacă $C_1 \equiv C_2$ este logic adevărată, altfel spus $C_1$ implică pe $C_2$ (și reciproc) Două criterii sint identice factual (relativ la o mulțime dată) dacă și numai dacă ele pur și simplu generează același sistem de clase. Identitatea logică este deopotrivă extensională și intensională, cea factuală este cel puțin extensională (Pentru alte considerații trebuie să se țină seama că două proprietăți logic echivalente determină totdeauna aceleași clase) Se poate intîmpla ca un criteriu să se aplice la un univers mai larg de obiecte (deci criteriile să nu fie echivalente relativ la universul de obiecte la care pot fi aplicate) și atunci în universul nostru limitat ele sint doar factual identice. În fine, două criterii sint *total* diferite dacă și numai dacă ele nu se aplică (n-are sens) să se aplice la aceleași universuri (se aplică la universuri diferite).

*Ierarhia criteriilor* În continuare vom considera numai criterii diferite. Două criterii $C_1$, $C_2$ pot fi logic subordonate sau factual subordonate Criteriile sint logic ordonate în două sensuri. **1.** Unul implică logic pe celălalt (dar nu și reciproc). **2.** Unul are sens să fie aplicat la un univers mai mare decît universul la care se aplică celălalt. Două criterii sînt factual ordonate dacă unul este aplicat într-o clasă generată de altul Diferența de ierarhie va mai fi numită și diferență „de ordin" sau „de grad". În raport cu ordinul (gradul) introducem încă noțiunile · egalitate de grad și diferență de grad. Două criterii sînt egale în grad dacă și numai dacă ele se aplică la universuri de același nivel și diferă în grad dacă se aplică la universuri ordonate (aplicare făcîndu-se succesiv, de la criteriul cu universul mai larg la criteriul cu universul mai restrîns). Aci avem în vedere prin *univers* pur și simplu mulțimea supusă clasificării. Fie $\{a, b, c, d\}$ universul lui $C_1$ și $\{a, b, c\}$ universul lui $C_2$ unde $\{a, b, c\}$ este una din cele două clase obținute prin aplicarea lui $C_1$ $K_1 = \{d\}$, $\bar{K}_1 = \{a, b, c\}$. Aplicînd la $\bar{K}_1$ pe $C_2$ putem obține, de ex · $K_2 = \{a\}$ $\bar{K}_2 = \{b, c\}$. Două clase sînt de același nivel dacă sînt generate de același criteriu. Dacă seria criteriilor ordonate este mai mare de două putem să le indicăm gradul prin exponenți $C^1$, $C^2$, . . ., $C^n$ (unde $C^1$ este de gradul cel mai înalt) Două criterii care au același grad vor fi numite *egale* sau *egale în grad*, în caz contrar, vor fi numite *diferite în grad*. Am precizat că vom considera numai criterii diferite în studiul ierarhiei. Ca urmare, două criterii egale se exclud în ce privește sistemele generate, cu alte cuvinte, ele nu generează aceleași clase. (Aceasta este o regulă clasică a clasificării). Diferența de grad poate fi raportată la mai multe „linii ierarhice", la fel egalitatea Ca urmare, atunci cînd avem mai multe

linii ierarhice trebuie să se precizeze linia la care ne raportăm. Pînă aci am operat cu criterii care sint simple proprietăţi (fiecare putînd produce o clasificare dihotomică), în continuare vom considera criterii care sînt clase de proprietăţi (unite la rîndul lor printr-o însuşire comună). De ex., criteriul *culorii* reprezintă o clasă de proprietăţi (numărul lor nu este specificat): roşu, galben, albastru ş.a. fiind elementele acestei clase. O astfel de clasă e formată numai din proprietăţi care se exclud. În clasificarea după astfel de criterii se iau în consideraţie numai clasele corespunzătoare respectivelor proprietăţi, nu şi clasele complementare. Suma claselor sistemului de clasificare este biunivocă cu mulţimea proprietăţilor criteriului. Fie $C$ criteriul şi $C_1$, $C_2$, ..., $C_n$ proprietăţile. Vom avea sistemul de clase: $K_1$, $K_2$, ..., $K_n$. Criteriul este *complet* (suficient) dacă suma claselor generate este identică cu universul clasificat. O clasificare este completă cînd nu are *reziduri* (= obiecte neclasificate). Unui univers de obiecte îi putem aplica mai multe criterii deodată, în acest caz obţinem o clasificare complexă. Clasele obţinute vor fi clase de intersecţie care vor satisface atîtea propoziţii cîte criterii avem. Un exemplu avem în logică: clasificarea judecăţilor după calitate şi cantitate ($A$, $E$, $I$, $O$). Un altul in biologie clasificarea după criteriul morfologic şi după cel fiziologic. În fine, precizăm că toate relaţiile de echivalenţă analizate mai sus in legătură cu simplele proprietăţi le putem extinde (eventual cu unele precizări) la relaţiile între criterii complexe. La fel cu relaţiile de ordonare. Nivelul ultim la care ne putem urca cu criteriul (= clasa de proprietăţi) este categoria logică la care acest criteriu este subordonat (de ex., formă, conţinut etc.) Vom spune că există atîtea criterii supreme cîte categorii („genuri supreme") există. (Gh. Enescu, *Fundamentele logice ale gîndirii*, 1980)

**CRITERIUL DE ELIMINABILITATE,** criteriu pentru definiţiile explicite în limbajele formalizate. P. Suppes îl formulează astfel: O formulă $S$ care introduce un nou simbol al teoriei satisface **c. de e.** dacă şi numai dacă oridecîteori $S_1$ este o formulă în care apare noul simbol, există o formulă $S_2$ in care simbolul nou nu apare astfel că $S \rightarrow (S_1 \rightarrow S_2)$ este derivabilă din axiomele şi definiţiile precedente. De ex. introducem simbolul „—" prin definiţia (1) $x - y = z \Leftrightarrow x = y + z$. Luînd expresia dacă $y \neq 0$ atunci $x - y \neq x$ putem elimina cu ajutorul lui (1) semnul „—" şi obţinem: dacă $y \neq 0$ atunci $x \neq y + x$. Definiţiile implicite nu satisfac acest criteriu. Într-o formă mai simplă se cere ca simbolurile definite să poată fi eliminate prin simbolurile primitive ale teoriei.

**CRITERIU DE NECREATIVITATE,** condiţie de introducere a unui nou simbol într-un limbaj formalizat al unei teorii. O formulă $S$ care introduce un nou simbol al unei teorii satisface **c. de n.** dacă şi numai dacă nu există o formulă $T$ în care noul simbol nu apare astfel incit $S \Rightarrow T$ să fie derivabilă din axiome şi definiţii precedente ale teoriei şi $T$ nu este astfel derivabilă. Considerăm o structură mai slabă decit grupul (definită numai prin axioma asociativităţii) şi introducem simbolul $e$: $x \circ e = x$. Aplicînd **c. de n.** definiţia este respinsă deoarece putem conchide

$$\exists y \, \forall x (x \circ y = x)$$

$$(x \circ e = x) \Rightarrow \exists y \, \forall x (x \circ y = x)$$

$$((S)) \qquad\qquad ((T))$$

În $T$ apare simbolul, implicaţia şi $T$ nu sint derivabile din unica axiomă (asociativitatea). Definiţia este in acest fel creativă şi deci nu este valabilă.

**CUANTIFICAREA BENTHAM—HAMILTON,** cuantificarea predicatului în judecățile *A, E, I, O* realizată de către G. Bentham (1827) și W. Hamilton (1833). Spre deosebire de Bentham, Hamilton dezvoltă un sistem logic pe această bază, de aci și denumirea de *logica lui Hamilton.* Bentham clasifică judecățile astfel:

1. *X* in toto = Y ex parte: toți *X* sînt unii *Y* (*A*)
2. *X* in toto ‖ Y ex parte: nici un *X* nu este vreun *Y* ($\eta$)
3. *X* in toto = Y in toto: toți *X* sînt toți *Y* (*U*)
4. *X* in toto ‖ Y in toto: nici un *X* nu este vreun *Y* (*E*)
5. *X* ex parte = Y ex parte: unii *X* sînt unii *Y* (*I*)
6. *X* ex parte ‖ Y ex parte: unii *X* nu sînt unii *Y* ($\omega$)
7. *X* ex parte = Y in toto: unii *X* sînt toți *Y* (*Y*)
8. *X* ex parte ‖ Y in toto: unii *X* nu sînt vreun *Y* (*O*)

La sfîrșit, în paranteză, se dau denumirile simbolice A, $\eta$, *U* etc. Cuvîntul *vreun* trebuie luat în același sens cu unu, adică *cel puțin unu.* Hamilton formează denumiri puțin diferite: toto-totale, toto-parțiale, parți-totale etc.

**CUANTOR DE UNICITATE,** simbolul $\exists!$ — se citește „există un singur — —". Ex. $\exists! F(x)$: „există un singur *x* astfel că *Fx*". Se poate defini prin intermediul cuantorului existențial: $\exists! Fx \equiv \exists x (Fx \ \& \ \forall y(Fy \rightarrow \rightarrow y = x))$. În definiția *grupului* (v.) putem utiliza cuantorul de unicitate pentru a marca unicitatea elementului neutru și unicitatea inversului pentru fiecare element:

$$\exists ! e \ \forall x (x * e = e * x = x)$$
$$\forall x \exists ! \bar{x} (x * \bar{x} = \bar{x} * x = e)$$

**CUANTOR EXISTENȚIAL,** simbol logic prin care se indică faptul că este considerat cel puțin un obiect din domeniul de definiție al unei variabile. Dacă *x* este variabila vom spune că „există (cel puțin un) *x*" și vom simboliza $\exists x$. Simbolul $\exists$ este numit **c. e.** De ex., în formula „$\exists x F(x)$" (citește: „există *x* astfel că *F* de *x*"), variabila individuală *x* este cuantificată existențial. Operația de cuantificare existențială se mai numește și „generalizare existențială" sau „existențializare". În afară de simbolul $\exists$ se utilizează uneori simbolurile E, Σ, $\bigvee_x$. De ex. $ExF(x)$, $\Sigma xF(x)$, $\bigvee_x F(x)$ sau $\bigvee xF(x)$.

**CUANTOR UNIVERSAL,** simbol logic prin care se indică faptul că sînt considerate toate obiectele din domeniul de definiție al unei variabile. Astfel, dacă *x* este o variabilă, vom spune „pentru orice *x*" sau „pentru toți *x*" și vom simboliza: $\forall x$. Simbolul $\forall$ este **c. u.**, iar variabila *x* este *cuantificată* universal. Dacă domeniul de definiție al variabilelor este *universul indivizilor*, variabilele fiind *x, y, z, . . .*, atunci „$\forall x$" (=pentru orice *x*) va însemna că este considerat fiecare individ din universul indivizilor. Astfel, în formula „$\forall xF(x)$" proprietatea *F* va fi asertată pentru orice individ. Formula „$\forall x \ F(x)$" se va citi „pentru orice individ *x* are loc proprietatea *F*". Asocierea unui **c. u.** cu o variabilă (de ex. $\forall x$) se va numi *cuantificare universală.* În afară de simbolul $\forall$ circulă și alte simboluri în literatura de specialitate: (x), Π, $\bigwedge_x$ (ex. $(x) \ F(x)$, $\Pi \ x \ F(x)$, $\bigwedge_x F(x)$ sau $\bigwedge x \ F(x)$).

**CUANTORI**, simboluri care indică măsura în care este considerată o mulţime de obiecte dintr-un domeniu de definiţie al variabilei. Astfel, vom spune „pentru orice $x$" sau „există (cel puţin un) $x$" sau „pentru majoritatea obiectelor $x$" sau „există un singur obiect $x$" ş.a. Principalii c. sînt c. *universal* ($\forall$) şi *cuantorul existenţial* ($\exists$) (*v.*). Asocierea unui c. $Q$ cu o variabilă $x$, $(Qx)$ se va numi *cuantificare* (sau operaţie de cuantificare). C. sînt o specie de *operatori*. Sintactic, cuantificarea duce la formarea unei expresii logice din alta. Dacă avem o succesiune de variabile în *prefix* (*v.*) legate de acelaşi c. putem scrie c. o singură dată: $Qx_1Qx_2 \ldots \ldots Qx_nA$ se va scrie $Qx_1x_2 \ldots x_nA$ sau $Q(x_1, x_2, \ldots x_n)A$. De ex. în locul formulei $\forall x\forall y\forall z F(x, y, z)$ putem scrie $\forall xyz\ F(x, y, z)$. La fel pentru cuantorul $\exists$.

**CUANTORI LIMITAŢI**, cuantori cu domeniu limitat, introduşi de Skolem $\forall x(x \in \mathrm{T})$ şi $\exists x\ (x \in \mathrm{T})$ (unde T este limitat în raport cu universul indivizilor).

**CUM GRANO SALIS** (lat. „cu un grăunte de sare"), în sens de: cu o mică modificare, înţelegere nuanţată a unei expresii.

**CUNOŞTINŢĂ**, propoziţie despre care *ştim* că este adevărată (adică a fost verificată). Adevărul nu se identifică cu c., tocmai de aceea s-ar putea ca propoziţia să fie adevărată *în sine*, dar nu *pentru noi*, adică noi să nu ştim că este adevărată. Notînd cu $C$—cunoştinţa, constatăm că pentru acest predicat epistemic: nu putem deduce din $\bar{C}(p)$ faptul că $C(\bar{p})$. De ex. $x^n + y^n = z^n$ (formula lui Fermet) nu este o c., dar nici negaţia ei. Terţul exclus se aplică în forma $C(p) \vee \bar{C}(p)$, dar nu în forma $C(p) \vee \vee C(\bar{p})$. Principiul necontradicţiei are loc în ambele forme

$$\overline{C(p)\ \&\ \bar{C}(p)}$$

$$\overline{C(p)\ \&\ C(\bar{p})}$$

Se înţelege, din cele de mai sus că propoziţia despre care ştim că este falsă nu este c., în schimb propoziţia „$p$ este falsă" este o c. dacă $p$ este falsă, căci în acest caz „$p$ este falsă" este propoziţie adevărată. Relaţiile c. cu adevărul ($V$) şi falsul ($F$) sînt $C(p) \Rightarrow V(p)$ $F(p) \Rightarrow \bar{C}(p)$. A doua propoziţie spune că numai adevărul poate fi cunoştinţă.

# D

**DACĂ ... ATUNCI,** constantă logică ce exprimă diferite feluri de *condiționare* (sau raporturi de *implicație*). Folosită în contextul propozițiilor cognitive exprimă judecăți ipotetice ("dacă fierul e încălzit atunci el se dilată"), cu alte cuvinte (ontologic) se referă la raportul de condiționare a stărilor de fapt (de ex., între starea de fapt *că* fierul se încălzește și starea de fapt *că* fierul se dilată). În al doilea rînd „dacă ... atunci" exprimă *relația de inferență* între propoziții (de ex., dacă „$2 \times 2 = 4$" atunci „$4 - 2 = 2$"). În al treilea rînd exprimă funcția de adevăr („dacă $p$ atunci $q$"). Există apoi diferite relații de implicație mai mult sau mai puțin abstracte care sînt exprimate cu ajutorul acestei constante (implicația contrafactuală, strictă, a relațiilor ș.a.). Este, de asemenea, folosită pentru a citi simbolul implicației. ($\rightarrow$, $\Rightarrow$, $\supset$). Uneori intră în componența regulilor (de ex., reguli de formare, de deducție).

**DACĂ ȘI NUMAI DACĂ,** constantă logică folosită în multiple sensuri: **1)** exprimă condiționarea exclusivă între stările de fapt („dacă și *numai* dacă se încălzește metalul el se dilată"), **2)** exprimă implicația reciprocă (inferanța reciprocă), adică echivalența logică („dacă și numai dacă toți S sînt P" atunci „unii P sînt S"), **3)** exprimă funcția de adevăr a echivalenței, **4)** exprimă diferite relații de echivalență (mai mult sau mai puțin abstracte). În fine, este folosită pentru a citi simbolurile echivalenței ($=$, $\Leftrightarrow$, $\Leftrightarrow$, $\equiv$)

**DARAPTI,** mod al figurii a III-a. Are schema următoare:

*A* Toți *M* sînt *P*
*A* Toți *M* sînt *S*

---

*I* Unii *S* sînt *P*

Formă stilizată: *fiindcă toți M sînt și P și S, unii S sînt P.* Sau *Unii S sînt P, deoarece toți M sînt și S și P.* Exemplu:

Toți oamenii duplicitari sînt mincinoși
Toți oamenii duplicitari sînt ascunși

---

Unii oameni ascunși sînt mincinoși

Formă stilizată: Fiindcă toți oamenii duplicitari sînt mincinoși și ascunși, unii oameni ascunși sînt mincinoși.

**DARII** mod al figurii I-a a silogismului. Are schema următoare:

*A* Toți *M* sînt *P*
*I* Unii *S* sînt *M*

---

*I* Unii *S* sînt *P*

Exemplu:

Toate paralelogramele sint patrulatere
Unele poligoane sînt paralelograme

Unele poligoane sînt patrulatere

Forma stilizată a acestui exemplu este următoarea: unele poligoane sînt patrulatere, fiindcă sint paralelograme, iar toate paralelogramele sînt patrulatere.

**DATISI** mod al figurii a III-a. Are schema următoare:

*A* Toţi *M* sint *P*
*I* Unii *M* sînt *S*

*I* Unii *S* sînt *P*

Formă stilizată: *fiindcă unii M sînt S şi toţi M sînt P, unii S sînt P.*
Exemplu:

Toţi înţelepţii sint prevăzători
Unii inţelepţi sînt tăcuţi

Unii oameni tăcuţi sînt prevăzători

Formă stilizată: Fiindcă unii înţelepţi sînt tăcuţi şi toţi înţelepţii sînt prevăzători, unii oameni tăcuţi sînt prevăzători.

**DEDUCTIBILITATE FORMALĂ** (sau **derivabilitate formală**), proces de deducere a unei formule $B$ dintr-un set de formule $\Gamma$ (de ex. $A_1, \ldots A_n$) pe baza anumitor reguli de deducţie. Fie $R_1, R_k$ regulile de deducţie ale sistemului logic (cu excepţia *regulii substituţiei*). $B$ este *formal deductibil* din $A_1, \ldots A_n$ — simbolic $A_1, \ldots A_n \vdash B$ — dacă şi numai dacă: a) $B$ este una din formulele $A_i$ ($1 \leqslant i \leqslant n$) sau b) $B$ este o teză (axiomă sau teoremă) a calculului logic sau c) $B$ este consecinţă imediată din $A_1, \ldots A_n$ conform cu cel puţin una din regulile $R_1, \ldots, R_k$. **D. f.** este o noţiune mai largă decît demonstrabilitatea, căci ea nu presupune adevărul premiselor. Exceptarea regulii substituţiei este determinată de faptul că substituţia poate duce la rezultate paradoxale. De ex. dacă formula iniţială este $A$, ea poate fi substituită cu $\bar{A}$, ceea ce ar însemna că $A \vdash \vdash \bar{A}$ şi, deci, că $A$ este infirmat. În schimb, pentru *demonstrabilitatea formală* (*v.*) regula substituţiei poate interveni. Se înţelege că noţiunea de **d. f.** scapă de orice ambiguitate dacă este raportată la sistem (şi deci regulile de deducţie sînt precizate), în acest mod vom defini „deductibilitate in S". Notăm că se admite şi deductibilitate din premise vide, astfel, se spune că o teză este deductibilă din premise vide şi se notează $\vdash$ T, de ex. $\vdash p \vee \bar{p}$.

**DEDUCŢIE (SAU RAŢIONAMENT DEDUCTIV)**, raţionament în care se trece de la judecăţi de un anumit grad de generalitate la judecăţi de acelaşi grad de generalitate sau la judecăţi de un grad mai mic de generalitate (*v.* şi *inducţie*). În raţionamentul:

$$\frac{\begin{array}{c} a > b \\ b > c \end{array}}{a > c}$$

se păstrează gradul de generalitate în trecerea de la $a > b$ şi $b > c$ la o judecată de acelaşi grad de generalitate „$a > c$", în raţionamentul:

Toate numerele întregi sînt reale
Toate numerele naturale sînt întregi
———————————————
Toate numerele naturale sînt reale

concluzia este de un grad de generalitate mai mic decît premisa majoră, dar egală în grad de generalitate cu minora. Condiţia logică a **d.** este că *dacă premisele sînt adevărate concluzia este adevărată.* Simbolic vom nota deducţia cu $\Gamma \vdash A$ (citeşte „din $\Gamma$ se deduce $A$") unde $\Gamma$ este mulţimea premiselor, $A$ este concluzia, iar „$\vdash$" simbolul **d.** Putem s-o reprezentăm şi în modul obişnuit ca secvenţă (pe verticală)

$$\frac{\Gamma}{A}$$

Orice **d.** *corectă* („validă", „valabilă") este construită conform cu una sau mai multe legi de raţionare (depinde de complexitatea **d.**) şi satisface condiţia logică: dacă premisele $\Gamma$ sînt adevărate, concluzia $A$ este adevărată. Din condiţia logică a **d.** decurge: a) este imposibil ca premisele să fie adevărate şi concluzia falsă, b) dacă premisele sînt false concluzia poate fi adevărată sau falsă (depinde de cazuri). Dacă **d.** nu satisface condiţia logică atunci ea nu este *corectă.* Regulile silogismului sînt un caz particular de descriere a corectitudinii **d.** (**d.** in formă silogistică). Următorul raţionament deductiv nu este *corect*:

Nici un $B$ nu e $C$
Nici un $A$ nu e $B$
———————————————
Nici un $A$ nu e $C$.

El încalcă regula după care în silogismul simplu din două judecăţi negative nu se poate trage o concluzie. Într-un raţionament deductiv, strict vorbind, ne interesează numai corectitudinea (decurge sau nu concluzia din premise?), căci altfel sînt *posibile* trei cazuri (compatibile cu corectitudinea) a) premise adevărate, concluzie adevărată, b) premise false, concluzie adevărată, c) premise false, concluzie falsă. Iată exemple pentru fiecare caz luate în modul *Barbara* (**v.**).

*Cazul a)*

Toţi oamenii sînt muritori
Toţi poeţii sînt oameni
———————————————
Toţi poeţii sînt muritori

*Cazul b)*

Toate reptilele sînt animale acvatice
Toţi ţiparii sînt reptile
———————————————
Toţi ţiparii sînt animale acvatice

*Cazul c)*

Toate numerele întregi sînt naturale
Toate numerele raţionale sînt întregi
———————————————
Toate numerele raţionale sînt naturale.

Toate cele trei cazuri satisfac legea de raționare „dacă toți $B$ sint $C$ și toți $A$ sînt $B$ atunci toți $A$ sînt $C$". **D.** poate fi formalizată, ca în sistemele formalizate (axiomatice) sau nu, ca în gîndirea obișnuită. Deducția corectă din propoziții adevărate se numește *demonstrație*.

**DEFINIRE,** operație logică prin care se determină sensul unui cuvînt (termen), o noțiune sau un *obiect formal* (*v.*). Cînd ne referim la obiecte (clase de obiecte) prin *definiție* (= rezultatul definirii) noi dezvăluim determinările caracteristice obiectului (clasei de obiecte), dăm noțiunea adecvată obiectului. Cînd ne referim la termeni noi determinăm semnificația fie că o introducem, fie că o explicăm sau o precizăm. Dacă avem în vedere *sistemele formale* (*v.*) dăm regulile de construcție a obiectelor (claselor de obiecte) formale și prin aceasta definim termenul corespunzător (de ex., „formulă în calculul propozițiilor"). Așa dar prin **d.** surprindem caracteristicile (adesea esențiale) ale obiectelor, dăm noțiunea adecvată obiectului, delimităm semnificația termenilor („modul lor de utilizare") sau, în general, a cuvintelor și indicăm caracteristicile pe care trebuie să le posede un obiect (o clasă de obiecte) din sistemul formal. **D.** răspunde, deci, la întrebările: (a) care este insușirea caracteristică obiectului? (respectiv, nota caracteristică noțiunii)? (b) care este semnificația termenului (mai general, a cuvîntului)? (c) care sint caracteristicile obiectului formal care urmează a fi construit? În loc de **d.**, care indică un proces, se folosește adesea cuvîntul „definiție", este evident o mică eroare, definiția este doar rezultatul *definirii* (= a procesului de definire). Studiul definițiilor depășește cadrul logicii formale pure, el intră în zona metodologiei logice și tinde să țină seama de particularitățí ale domeniului de cunoaștere. **D.** însă se supune unor reguli formale generale și de aceea studiul ei este subordonat logicii formale (pure sau aplicate). (*V* și *Definiția*).

**DEFINITIO SUBSTANTIALIS** (lat. „definiție substanțială"), definiție prin dezvăluirea substanței (esenței) lucrului de definit.

**DEFINITIO VERBALIS** (lat. „definiție de cuvinte"), definiție prin care se dezvăluie sensul cuvintelor. Se mai numește și „definiția lexicală".

**DEFINIȚIE,** propoziție sau ansamblul de propoziții prin care se determină semnificația unui termen sau se indică note caracteristice prin care o noțiune se deosebește de altele sau se indică modul de construcție a unei clase de obiecte formale (ori secvențe finite de asemenea obiecte). Structura de bază a unei **d.** (indiferent de complexitatea ei) este $A = \text{df } BC$, unde $A$ este entitatea care se definește (lat. *definiendum*), $BC$ este definitorul (lat. *definiens*), iar $= \text{df}$ relația de definiție. Definitorul constă din două părți: $B$ — genul apropiat din care face parte $A$, $C$ — diferența specifică (proprietatea care delimitează pe $A$ în $B$). Genul apropiat se numește în mod tradițional *gen proxim*. Înțelesul exact al expresiei „gen proxim" este genul cel mai apropiat, dar aceasta nu corespunde cu modul în care se dau de obicei **d.**, căci este adesea foarte greu sau chiar imposibil de găsit genul cel mai apropiat. Din această cauză este suficient să indicăm un gen apropiat. În ce privește relația de **d.**, $= \text{df}$, ea se citește: „se definește prin" sau „este echivalent prin definiție cu" sau „este identic prin definiție cu". În acest fel, formula $A = \text{df } BC$ se citește, de ex. „$A$ este identic prin definiție cu $BC$". Relația de **d.** nu este o *relație de echivalență* (v.) ci este o *relație de ordine* (v.) cu proprietățile ireflexivitate, asimetrie, tranzitivitate. Reflexivitatea și simetria ar echivala cu $A = \text{df } A$ și resp. $A = \text{df } BC \Rightarrow BC \Rightarrow \text{df } A$, ceea ce constituie erori in **d.**: prima este eroarea *idem per idem*, a doua — eroarea *cercului vicios*

(v) Deși relația de d. nu este de echivalență ea implică totdeauna o relație de echivalență: $A = \text{df } BC \Rightarrow A = BC$ (de ex., $A = BC$ poate fi echireferența sau echivalența extensională ș.a.) Aceasta explică una din cele mai răspîndite erori: relația de d. este confundată cu relația de echivalență, în particular cu egalitatea (ex. în fizică formulele $s = v \cdot t$, $E = mc^2$ sînt tratate uneori în mod greșit ca d.). De aci nu trebuie conchis că nu există entități *interdefinisabile*. Astfel, termenii „animal rațional" și „animal capabil să construiască unelte" sînt interdefinisabili. În acest caz, sau nu este nevoie să-i definim sau stabilim o ordine arbitrară (cum se întîmplă frecvent în sistemele formalizate) sau definim termenul mai puțin clar prin cel mai clar. Este important de reținut că adesea noțiunea definită se referă la o operație sau la o relație. Cînd definim o relație d. ia forma unei echivalențe între două propoziții fără ca prin aceasta să se încalce condițiile de structură impuse mai sus. Ex. „*$A \Rightarrow B$ dacă și numai dacă* orice model care satisface pe $A$ satisface pe $B$". D. se poate modifica pentru a o aduce la structura de bază. Există multe tipuri de d., clasificarea lor nefiind făcută neapărat numai după criterii formale. Teoria d. cuprinde atît logica pură cît și logicile aplicate. Pentru a preveni anumite erori în d. au fost formulate o serie de reguli pe care trebuie să le satisfacă d. dintre care amintim aci doar regulile tradiționale: a) extensiunea definitului trebuie să fie identică cu extensiunea definitorului, b) d. trebuie să fie dată în termeni preciși, c) pe cît posibil d. să nu fie dată în termeni negativi, d) d. nu trebuie să fie în *cerc vicios* (v.), e) d. trebuie să fie necontradictorie. Exemple de d.: 1. Omul este animal rațional; 2. Pătratul este rombul cu toate unghiurile egale. În primul caz *omul* este definitul, *animal rațional* este definitorul, genul proxim fiind *animal*, iar diferența specifică fiind *rațional*. În al doilea caz *pătratul* este definitul, *rombul cu toate unghiurile egale* este definitorul, *rombul* fiind genul proxim, iar *cu toate unghiurile egale* fiind diferența specifică. În ambele d., relația este exprimată prin copula *este*.
*(V. Definiția reală, Definiția nominală, Regulile definiției).*

**DEFINIȚIE CONTEXTUALĂ,** definiție în care se dă unul sau mai multe contexte de utilizare, astfel că semnificația reiese din context. Exemplu clasic de d. c. este definiția *echivalenței mulțimilor* (biunivocității) (v.)

$$A \sim B = \text{df} \exists R\{(\forall x\, x \in A \rightarrow \exists y(y \in B \,\&\, x R y)) \,\&\, (\forall y\, y \in B \rightarrow \exists x(x \in A \,\&\, x R y) \,\&\, \forall x \forall y \forall z((x R z \,\&\, y R z \rightarrow x \equiv y) \,\&\, x R y \times x R z \rightarrow y \equiv z))\}$$

Biunivocitatea este definită prin contextul de utilizare a relației $R$. Se poate observa că $R$ apare de mai multe ori. În acest fel contextul lui $R$ este format din mai multe subcontexte. Tot o d. c. este și următoarea definiție dată adunării:

$$a + 0 = a$$
$$a + b' = (a + b)'$$

D. c. nu asigură, în general, *existența* și *univocitatea*, aceasta este valabil mai ales pentru definițiile formale (definițiile sub formă de formule).

Definind semnul „<" pentru fracții: $\frac{x_1}{y_1} < \frac{x_2}{y_2} = \text{df } x_1 \cdot y_2 < x_2 \cdot y_1$

se arată că există exact o relaţie $R$ care satisface echivalenţa: $R\left(\frac{x_1}{y_1}, \frac{x_2}{y_2}\right) \equiv x_1 \cdot y_2 < x_2 \cdot y_1$. Iată şi o definiţie necorectă (exemplu dat de G. Peano) Definim funcţia $*$ astfel: $\frac{x_1}{y_1} * \frac{x_2}{y_2} =_{df} \frac{x_1 + x_2}{y_1 + y_2}$ De aci: $\frac{6}{4} * \frac{2}{3} = \frac{8}{7}$. Deoarece $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ avem $\frac{6}{4} * \frac{2}{3} = \frac{3}{2} * \frac{2}{3}$. Or $\frac{3}{2} * \frac{2}{3} = 1$, de unde contradicţia $\frac{8}{7} = 1$.

**DEFINIŢIE EXPLICITĂ,** definiţie în care proprietăţile definitorii sînt numite în mod direct în aşa fel că obiectul definit sau semnificaţia termenului sînt date univoc şi pot fi recunoscute imediat prin alte mijloace; este luată în opoziţie cu *definiţiile implicite (v.)*. Astfel, „pătratul este rombul cu toate unghiurile egale" este o d. e. Figura geometrică pătrat poate fi identificată prin intermediul proprietăţii respective şi este cunoscută şi prin alte mijloace, de ex., prin altă definiţie: „pătratul este dreptunghiul cu toate laturile egale". De asemenea, pătratul poate fi *exemplificat* imediat.

**DEFINIŢIE GENETICĂ,** definiţie care caracterizează obiectul prin modul *în care se produce* sau prin modul în care *poate fi produs*. De ex.: „Betonul este un material de construcţie obţinut prin întărirea unui amestec de pietriş şi nisip cu ajutorul unui *liant* anorganic ca cimentul sau organic ca bitumul". Acesta este un exemplu de primul tip. În alte exemple, avem mai degrabă un „experiment mintal": „Conul este figura geometrică obţinută prin rotaţia unui triunghi isoscel în jurul înălţimii sale". Chiar dacă poate fi reprodus real acest experiment, ceea ce interesează este doar experimentul *imaginat* şi nu producerea ca atare. Construcţiile geometrice (desenele) se bazează totuşi pe astfel de definiţii.

**DEFINIŢIE IMPLICITĂ,** tip de definiţie opusă celei *explicite (v.)*. Obiectul sau semnificaţia termenului nu sînt date direct, ci pe căi ocolite, printr-un sistem de relaţii sau, respectiv, printr-un context care nu sînt suficiente pentru a le identifica şi nici nu ne sugerează legătura cu alte mijloace de a le identifica. Altfel spus obiectul sau semnificaţia nu sînt „exprimate direct" prin proprietăţi care să-l delimiteze clar şi univoc, fără a-i asocia alte proprietăţi. Astfel de definiţii sînt: a) definiţiile *contextuale (v.)* şi b) definiţiile printr-un sistem de axiome (formale). De ex., axiomele mulţimilor definesc implicit conceptul de mulţime, nu există însă garanţia că numai conceptul de mulţime satisface aceste axiome şi nici nu e clar ce extensiune are acest concept în raport cu cele intuitive, determinate neaxiomatic. De notat este că d. i. nu satisfac *criteriul eliminabilităţii (v.)*.

**DEFINIŢIE INDUCTIVĂ,** tip de definiţie, în sistemele formale, caracterizat prin aceea că: a) se postulează anumite obiecte formale elementare b) se dau reguli de construcţie a unor obiecte formale compuse. În acest fel, d. i. apare ca un ansamblu de reguli de construcţie de la simplu la complex. Un exemplu clasic este definiţia „numărului natural": a) 0 este număr natural, b) Dacă *n* este număr natural, atunci

$n'$ este număr natural, c) Nu există alte numere naturale în afara celor definite prin 1 și 2. Prin regulile date (1 și 2) generăm șirul: 0, 0′, 0″, 0′″, 0″″, . . Odată cu regulile de construcție se definește implicit și termenul „număr natural" Alte exemple de **d. i.** sînt definiția „termenului" și a „formulei" în aritmetica formalizată În logica propozițiilor putem defini inductiv „formula" (sau „expresia") astfel: a) Orice variabilă propozițională este formulă, b) Dacă $\alpha$ este formulă $\bar{\alpha}$ este formulă, c) Dacă $\alpha$, $\beta$ sînt formule $\alpha \& \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \Rightarrow \beta$, sînt formule. d) Nu există alte formule afară de cele definite la 1, 2, 3. Se observă că ultima propoziție este o limitare Kleene numește „puncte directe" regulile de construcție propriu-zise, în timp ce regula de limitare este numită „punct indirect" Se observă că două obiecte sînt diferite dacă sînt produse diferit și sînt identice dacă sînt produse identic. Uneori **d. i.** se numesc și „recursive", totuși utilizarea termenului recursiv este de regulă deosebită de „inductiv" Kleene numește definițiile recursive „definiții *prin inducție*" deoarece depind de cele inductive

**DEFINIȚIE NOMINALĂ** (lat. „definitio nominalis"), definiție care se referă la semnificația termenilor (sau mai general, a cuvintelor) Ea are ca scop să introducă sau să precizeze sau să dezvăluie semnificația termenilor (sau a cuvintelor, în genere) Problema dacă **d. n.** se referă numai la termeni sau la cuvinte, în genere, este deschisă încă. Cuvîntul „termen" depinde el însuși de contextul lingvistic Probabil că, în măsura în care putem da reguli precise de utilizare, orice cuvînt poate fi definit Astfel, cuvinte ca „acum", „de", „la", „cu", „și" ar putea fi definite, dacă nu independent, în contextul altor cuvinte O problemă de care, deci, trebuie să țină seama definiția e faptul că nu toate cuvintele au semnificație independentă, iar gradul de dependență diferă de la unele categorii gramaticale la altele Cuvintele „om", „număr" au semnificație independentă, la fel „alb", „negru", „roșu", dar cuvintele „și", „nu", „da", „la", „acum" nu au semnificație independentă și gradul lor de dependență crește de la „și", „nu" la „acum", „de", „la". Evident „acum" are mai multă independență de semnificație decît cuvintele „de", „la" De regulă, **d. n.** se referă la termeni și de aceea vom avea în vedere în principal termenii Structura de bază a unei **d. n.** poate fi redată astfel „termenul *t* are semnificația *s*", sau „vom înțelege prin *t* .. ", sau „numim *t* .." (unde în locul punctelor punem expresia care redă semnificația). **D. n.** se opun *definițiilor reale (v.)* care se referă nu la termeni (cuvinte) ci la obiecte (resp noțiuni) Exemplu: „Numim «anemofile» grupul de plante algo-game la care polenul este transportat de vînt". După poziția lor în procesul cunoașterii **d. n.** pot fi a) de introducere, b) de explicare, c) de precizare Cînd introducem o formă lingvistică nouă și îi acordăm o semnificație avem o definiție „de introducere". Să presupunem că introducem cuvîntul „darca" astfel: Prin „darca" vom înțelege orice comportament aflat între două poziții bine delimitate. În limbajele simbolice definițiile de introducere sînt adesea „prescurtări" De ex., în sistemul propozițional cu $(-, \vee)$ semnul $\rightarrow$ se introduce ca o prescurtare prin definiția $p \rightarrow q = \text{df}\ \bar{p} \vee q$ Nu este obligatoriu ca forma lingvistică să fie cu totul nouă, putem prelua cuvinte ieșite din uz (de ex, din alte limbi, cum ar fi greaca sau latina) și redefini. Astfel s-a procedat adesea în fizică cu denumirile particulelor elementare „electron", „proton" și chiar cu cuvîntul „atom". Deși nu e recomandabil, se poate lua un cuvînt utilizat frecvent și redefini. Alte definiții sînt de „explicare". Termenul de „explicare" are în lim-

bajul obişnuit înţelesnl următor: explicarea presnpune că dispunem de o expresie pe care $x$ o înţelege bine, dar pe care $y$ n-o înţelege sau n-o înţelege suficient şi $x$ oferă lui $y$ o definiţie clară a expresiei. Ca urmare, definiţia de explicare introduce o expresie (termen, cuvînt) în limbajul unei persoane. Dicţionarele de limbă maternă obişnuite sînt dicţionare explicative. Cînd profesorul defineşte pentru elevi termenul „atom" sau termenul „moleculă" el explică aceste cuvinte, cu alte cuvinte el arată elevilor *ce se înţelege* prin cuvintele „atom" şi moleculă". Carnap ia termenul de „explicare" în alt înţeles, în înţelesul pe care noi îl vom asocia cu „precizarea". El spune: „prin *explicaţia* unui concept familiar dar vag noi înţelegem înlocuirea lui cu un concept non exact; primul este numit explicat (explicandum), ultimul — explicant (explicatum)". El raportează aceasta atît la concepte cît şi la termeni. Noi vom numi „precizare" înlocuirea unui termen vag cu unul bine definit. În cazul precizării forma lingvistică este cunoscută, dar semnificaţia nu este clară. Putem avea două cazuri: a) termenul este *utilizat*, dar nu *definit*, b) termenul este *definit*, dar definiţia nu este *acceptabilă*. Ca urmare, „a preciza" un termen înseamnă sau a-i asocia o definiţie la utilizările cunoscute sau a-i înlocui o definiţie nesatisfăcătoare cu una satisfăcătoare. Astfel termenul „doi" care este utilizat bine, dar înţeles vag, a fost precizat de Frege ca însemnînd „clasa tuturor mulţimilor perechi". **D. n.** sînt legate de procesul de *înţelegere*. „A înţelege" înseamnă *a traduce termenul în limbajul experienţei personale*. De **d. n.** se leagă problema polisemantismului cuvintelor. Una şi aceeaşi formă lingvistică $\varphi$ poate avea $n$ semnificaţii, ceea ce înseamnă că lui $\varphi$ îi asociem $n$ definiţii nominale: a) $\varphi = \mathrm{d\,f}\, a$; b) $\varphi = \mathrm{d\,f}\, b$;......., c) $\varphi = \mathrm{d\,f}$ —.
De aci regula: înainte de a discuta şi pentru a discuta să ne definim cuvintele. Altfel, există riscul să trecem de la omonimie la sinonimie, de la identitatea formei cuvîntului la identitatea de semnificaţie. De ex., cuvîntul „echivalenţă" este utilizat în matematică şi logică în mai multe înţelesuri: 1) relaţia care satisface proprietăţile *ref, sym, trans (v.)*, 2) biunivocitate a mulţimilor, 3) funcţia de adevăr a echivalenţei ş.a. (înţeles general, înţelesuri particulare). Uneori polisemantismul ia forma *ambiguităţii sistematice (v.)*. Există şi eroarea inversă. de la diferenţa de formă se trece la diferenţa de semnificaţie. În caz particular, există indivizi care ştiind că de regulă cuvintele „identitate" şi „egalitate" sînt diferite ei conchid că în *orice* context aceste cuvinte au semnificaţia diferită. O altă confuzie care se face este între speciile noţiunii şi semnificaţiile termenului corespunzător. Fie termenul $t$ cu noţiunea $N$. Presupunem că $N$ are speciile $N_1, N_2, \ldots, N_k$. De aci se conchide că $t$ are semnificaţiile eterogene $N_1, N_2, \ldots, N_k$. Aceasta se întîmplă, de regulă, din cauză că noţiunilor li se asociază (evident, în contexte diferite) acelaşi cuvînt. Pentru cuvîntul „echivalenţă" avem un înţeles general şi înţelesuri particulare. Înţelesul general este dat de noţiunea generală de echivalenţă, în timp ce înţelesurile particulare sînt specii ale acestui tip de relaţie sau dimpotrivă, pur şi simplu alte înţelesuri. Nu toate înţelesurile, sensurile, semnificaţiile unui cuvînt sînt specii ale unui înţeles general. Vom distinge: a) trecerea de la $n$ cazuri particulare („specii") ale noţiunii la $n$ înţelesuri eterogene şi b) trecerea de la $n$ înţelesuri eterogene la $n$ noţiuni particulare ale unei noţiuni generale. (Vom spune că înţelesurile sînt „eterogene" cînd ele nu sînt noţiuni — specii faţă de o noţiune mai generală). Termenul „semn" se defineşte într-un fel în sintaxă, în altfel în semantică, dar nu rezultă

că avem specii ale aceleiași semnificații. Termenul „lege" are mai multe înțelesuri (înrudite), dar nu sînt specii ale aceleiași noțiuni. Astfel. a) lege ca raport, b) lege ca teoremă, c) lege ca o convenție. Între semnificații chiar dacă nu sînt specii ale aceleiași noțiuni pot exista legături sau nu. În exemplul dat, semnificațiile cuvîntului „lege" sînt sistematic legate, nu la fel în cazul cuvîntului „broască". **D. n.** pot fi caracterizate prin faptul că răspund la întrebări ca acestea: „Ce termen *utilizați* pentru a *desemna* acest lucru?", „Ce se *înțelege* prin acest termen?", „Ce *înțelegeți* prin acest termen?", „În *ce sens* utilizați acest termen?". O confuzie care se poate face este între *eu înțeleg prin* ..., *tu înțelegi prin* .. și, în genere, *se înțelege prin* ..

**DEFINIȚIE OPERAȚIONALĂ**, definiție dată prin intermediul metodelor, operațiilor sau proceselor de identificare a entității Importanța acestei definiții a fost semnalată la Bridgman în *The logic of modern physics*. „Pentru a defini lungimea cutări sau cutărui obiect, scrie el, este necesar să producem operații fizice cunoscute, prin intermediul cărora se fixează lungimea". În acest fel, dimensiunile sînt definite prin „operațiile de măsură", greutățile prin „operațiile de cîntărire" ș.a.m.d. **O d. o.** frecvent utilizată pentru exemplificare este: „acizii sînt substanța care înroșesc hîrtia de turnesol". Se înțelege că nu toate conceptele (nu toți termenii) se pot defini operațional. Este mai prudent să credem că se definesc astfel, în primul rînd, „conceptele empirice" și în niciun caz nu toate conceptele generale. Putem da formă condițională acestor definiții: $Q_1(x) \Rightarrow (Q_2(x) \Leftrightarrow Q_3(x))$ Să transpunem definiția acizilor: *x* este acid implică (*x* este substanță pusă în contact cu hîrtia de turnesol este echivalent cu *x* înroșește hîrtia de turnesol). Acest mod de interpretare nu coincide cu interpretarea dată de Carnap *propozițiilor reductive (v.)*, însă convine exemplelor date Alt exemplu: *x* are greutatea *g* implică (*x* este pus pe cîntar este echivalent cu *x* mișcă indicatorul în dreptul lui „*g*"). Se poate da și formă de echivalență: $Q_1(x) \Leftrightarrow (Q_2(x) \Leftrightarrow Q_3(x))$ Exemplu: „*x* are greutatea *g* dacă și numai dacă *x* este pus pe cîntar implică *x* mișcă indicatorul în dreptul lui „*g*". Evident, se presupune că avem un cîntar ideal (care funcționează perfect), altfel propozițiile nu sînt valabile.

**DEFINIȚIE PRIN ABSTRACȚIE**, numită și definiție prin *relația de echivalență (v.)* Poate avea diferite forme: sau definim „ceva comun pentru *x* și *y*" sau identificăm ceva cu o *clasă de echivalente* sau determinăm o clasă de echivalente în raport cu o entitate concretă (dată). Exemple: a) „mulțimea *X* are *același număr* cu *Y* = df mulțimile *X* și *Y* sînt biunivoce" (primul caz), b) „numărul cardinal al unei clase *X* este clasa tuturor claselor echivalente cu *X* (al doilea caz), c) „1. inscripția *A* este variabilă propozițională, 2. orice inscripție echivalentă grafic cu *A* este variabilă propozițională" (cazul trei). Diferența între c) și b) este evidentă, c) definește o clasă concretă de entități, în timp ce b) definește o „clasă oarecare" de entități de un anumit gen.

Carnap a definit prin abstracție expresiile „a avea aceeași extensiune" și „a avea aceeași intensiune". „*x* are aceeași extensiune cu *y* = df *x* este echivalent cu *y*; *x* are aceeași intensiune cu *y* = df *x* este logic echivalent cu *y*". (v. *Metoda extensiunii și intensiunii*) Acestea sînt definiții de forma a). Ele lasă deschisă posibilitatea ca termenul „extensiune" și resp. „intensiune" să poată fi concretizat diferit (adică să existe diferite entități care satisfac relația dată). Nu e clar dacă în toate cazurile este asigurată unicitatea.

**DEFINIȚIE PRIN DESCRIPȚIE,** tip de definiție pentru termenii individuali. Termenii individnali (constantele individnale) se pot defini prin *descripții* (v). Descripția are forma: $(\iota x)$ — — $x$ — — (citește „acel $x$ astfel că — — $x$ — —"). Se presnpune că descripția satisface condiția de unicitate: $\exists y\, \forall x(-- x -- \equiv x = y)$. Definiția simbolnlui individual $a$ are forma: $a = (\iota x) -- x --\ \&\ \exists y\, \forall x\, (-- x -- \equiv x{=}y)$ san mai simpln: $a = (\iota x) -- x --$ (unde condiția de nnicitate este presnpusă). Exemplu: $0 = (\iota x)\, \forall y\, (y + x = y)$. Numele proprii se pot defini prin descripții. **Ex.**: Mihai Eminescu = df $(\iota x)$ Antorul poemului *Luceafărul* $(x)$ Dacă nu este suficientă o singnră însușire se poate lua ca descripție o intersecție de însușiri care asigură unicitatea.

**DEFINIȚIE PRIN RELAȚIA DE IDENTITATE.** Relația de identitate poate fi uneori folosită pentru definiție (cn condiția că e înțeleasă ca „identitate prin definiție"). Mai întîi o putem ntiliza pentru constante individnale, apoi și pentru operații. Utilizarea echivalenței în locnl identității se datorează faptului că nu în toate cazurile identitatea poate fi folosită. Exemple

$$0 = y \Leftrightarrow \forall x\ (x + y = x)$$
$$1 = y \Leftrightarrow \forall x\ (x \cdot y = x)$$

Se înțelege că trebuie garantată unicitatea lui $y$ pentru a nu se obține contradicție. Dar pentru definiția lui 2, de ex., este mnlt mai simplu $2 = 1 + 1$ decît $2 = y \Leftrightarrow y = 1 + 1$. O definiție greoaie se poate da cu ajutorul operatornlui descripției și pentru 0 și 1. Exempln: $0 = (\iota y)\, [\forall x\ (x + y = x)]$. În general însă nu putem înlocui echivalența ($\Leftrightarrow$) cu identitatea ($=$), din motive teoretice sau pragmatice (de eficiență). Analog stau lucrurile cu simbolnrile pentru operații. Formulare (Suppes): O propoziție cu identitate $D$ care introduce un simbol de operație $n$-ară $O$ este o definiție în $T$ dacă și numai dacă are forma $O(v_1, \ldots, v_n) = t$ și satisface următoarele restricții: (a) $v_1, \ldots, v_n$ sînt variabile distincte, (b) termenul $t$ nn conține alte variabile libere decît $v_1, \ldots, v_n$, (c) singurele constante nelogice în $t$ sînt simbolnrile primitive și simbolnrile definite ale teoriei. Exemplu:

$$x - y = x + (-y)$$
$$-x = 0 - x$$

**D.** prin **i.** depind de exactitatea definițiilor anterioare ale teoriei

**DEFINIȚIE REALĂ** (lat. *definitio realis*), definiție care-și propune să dezvăluie determinările caracteristice ale obiectelor (respectiv notele specifice noțiunilor). Astfel, definițiile „omul este animal rațional", „pătratul este rombul cu toate unghiurile egale" sînt reale, ele dezvăluie determinările care aparțin *numai* omului și respectiv *numai* pătratului Este important să se observe că **d. r.** este raportată cînd la „obiect" (in sensul logic general de entitate), cînd la „noțiunea" obiectului Expresiile „definim obiectnl" și „definim noțiunea obiectului" trebuie luată ca echivalente în acest caz. Trebuie să precizăm însă că „a defini obiectul" înseamnă exact a-i da, a-i dezvălui determinările proprii, specifice, determinări care convin numai obiectului (respectiv clasei de obiecte), dar „a da determinările obiectului" înseamnă exact „a constitui notele noțiunii", prin urmare „a defini obiectul" și „a defini noțiunea" sînt expresii intersubstituibile. **D. r.** se opun *definițiilor nominale* (v.) care se referă la termenii (san mai general la cuvinte). Se spune adesea că **d. r.** redă determinările *esențiale* ale obiectului, desigur aceasta este

tendinţa, însă o definiţie nu încetează să fie reală dacă determinările sînt neesenţiale. Problema dacă o determinare definitorie poate fi neesenţială se rezolvă concret, în funcţie de ceea ce definim. O **d. r.** presupune că semnificaţia cuvintelor este cunoscută în prealabil. **D. r.** sînt propoziţii cognitive (adevărate sau false) nu convenţii (norme) cum se întîmplă frecvent cu definiţiile nominale. În legătură cu **d. r.** a apărut problema distincţiei între *genul proxim (v.)* şi *diferenţa specifică (v.)*. Este foarte important să nu confundăm genul proxim cu diferenţa specifică.

**DEFINIŢIILE ARITMETICE ALE FUNCŢIILOR LOGICE,** definiţii introduse ca urmare a notării valorilor logice cu cifre. Adoptăm convenţia:

1 = adevăr; 0 = fals. Vom avea definiţiile:

(a) $=\bar{p}\ 1 - p$

(b) $p \,\&\, q = p \times q$

(c) $p \vee q = p + q - pq$

(d) $p \to q = \begin{cases} 1 \text{ dacă } p \leqslant q \\ 0 \text{ dacă } p > q \end{cases}$

(d′) $p \to q = 1 - p + pq$

Există apoi definiţii prin max $(p, q)$ şi min $(p, q)$.

(b′) $p \,\&\, q = \min(p, q)$

(c′) $p \vee q = \max(p, q)$

(d″) $p \to q = \max(1 - p, q)$

Dacă adoptăm convenţia: 1 = fals, 0 = adevăr, definiţiile arată astfel:

(a) $\bar{p} = 1 - p$

(b) $p \vee q = p \times q$

(c) $p \& q = (p + q) - pq$

(d) $p \to q = \begin{cases} 0, \text{ dacă } p \geqslant q \\ 1, \text{ dacă } p < q \end{cases}$

(d′) $p \to q = q - pq$

Apoi prin max $(p, q)$ şi min $(p, q)$.

(b′) $p \,\&\, q = \max(p, q)$

(c′) $p \vee q = \min(p, q)$

(d″) $p \to q = \min(1 - p, q)$

Se observă că negaţia este invariantă în raport cu convenţia de notare, iar conjuncţia şi disjuncţia se comportă dual. Pe baza formulelor de mai sus se poate da un algoritm aritmetic de decizie.

**DEFINIŢIILE CONDIŢIONALE,** definiţii care presupun o restricţie ca ipoteză. Încercînd să definim diviziunea conform cu definiţia pentru operaţii constatăm că nu putem da o definiţie simplă fără o „restricţie", deci, fără o condiţie. Astfel: $x/y = z \Leftrightarrow x = y \cdot z$ nu satisface restricţia (4) din definiţia simbolurilor-operatori. (v.)

Dacă $y = 0$, atunci obţinem: $x/0 = z \Leftrightarrow x = 0 \cdot z$. Presupunînd, de ex., că $x = 2$ avem: $2/0 = z \Leftrightarrow 2 = 0 \cdot z$. Adică $2/0 = z \Leftrightarrow 2 = 0$. Aparent, modificarea ar fi aceasta $x/y = z \Leftrightarrow y \neq 0 \,\&\, x = y \cdot z$. Lucrurile se complică din nou dacă $y = 0$.

O definiţie complicată este aceasta $x/y = z \Leftrightarrow \forall z' (z' = z \Leftrightarrow x = y \cdot z') \vee \vee \exists w \forall z' (z' = w \Leftrightarrow x = y \cdot z') \& z = 0)$ ceea ce este un exemplu al definiţiei de formă generală:

$O(x_1, \ldots, x_n) = y \Leftrightarrow \forall z \; [z = y \Leftrightarrow S(x_1, \ldots, x_n, z)] \vee \exists w \; \forall z \; [z = w \Leftrightarrow S (x_1, \ldots, x_n, z) + y = 0]$

O formă mai simplă se poate obţine dacă adoptăm introducerea ipotezei $y \neq 0$: $y \neq 0 \Rightarrow x/y = z \Leftrightarrow x = y \cdot z$. Ea are dezavantajul de a nu satisface complet criteriul de eliminabilitate. Forma generală a definiţiilor condiţionale poate fi aceasta: $F(x) \Rightarrow (G(x) =\text{df } H(x))$. ($G(x)$ este definit pentru cazul $a$ cînd are loc $F(a)$). Uneori putem avea un sistem de asemenea definiţii:

$$F_1(x) \Rightarrow (G(x) = \text{df } H_1(x))$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots$$

$$F_n(x) \Rightarrow (G(x) = \text{df } H_n(x))$$

În acest sistem este necesar să se demonstreze că are loc condiţia: $F_i(x) \& F_k(x) \Rightarrow (H_i(x) = \text{df } H_k(x))$ pentru orice $i, k$ din $1, \ldots n$, altfel iajungem la contradicţie.

Definiţiile se aplică apoi la numele $a$ pentru care are loc: $F_1(a) \vee \ldots \ldots \vee F_n(a)$. Vrînd să arătăm că prin asemenea d. e. $G$ este complet definit trebuie să demonstrăm: $\forall x \; F(x)$, resp. $\forall x \; F_1(x) \vee \ldots \vee F_n(x)$. În acest caz se poate da o formă explicită definiţiei:

$$G(x) = \text{df } H(x) \text{ resp.}$$
$$G(x) = \text{df } F_1(x) \& H_1(x) \vee \ldots \vee F_n(x) \& H_n(x)$$

La Grzegorcyk găsim următoarea formulare: Un simbol $F$ este introdus în mod condiţional într-un limbaj $L$ dacă şi numai dacă: (a) formulele

$\forall(x_1, \ldots, x_n)(\beta(x_1, \ldots, x_n) \Rightarrow \exists z \alpha(x_1, \ldots, x_n, z))$
$\forall(x_1, \ldots, x_n) \; \forall(z, v)(((\beta(x_1, \ldots, x_n) \& \alpha(x_1, \ldots, x_n, z) \& \alpha(x_1, \ldots, x_n, v) \Rightarrow \Rightarrow z = v)$

sint teoreme în $L$, (b) $F$ nu apare anterior în $L$, (c) $F$ şi definiţia condiţională:

$\forall(x_1, \ldots, x_n, y)(\beta(x_1, \ldots, x_n) \Rightarrow (y = F(x_1, \ldots, x_n) \equiv \alpha(x_1, \ldots, x_n, y)))$

sînt adăugate la $L$.

Ultima condiţie poate fi formulată şi astfel: $\forall(x_1, \ldots, x_n)\beta(x_1, \ldots, x_n) \Rightarrow \Rightarrow \alpha(x_1, \ldots, x_n, F(x_1, \ldots, x_n))$.

O formulare pentru operaţii se află la Suppes: O implicaţie $C$ care introduce un nou simbol de operaţie $o$ este o definiţie condiţională în $T$ dacă şi numai dacă $C$ este de forma:

$H \Rightarrow (o(v_1, \ldots, v_n) = w \Leftrightarrow S)$ şi au loc restricţiile: (a) variabila $w$ nu este liberă în $H$, (b) variabilele $v_1, \ldots, v_n, w$ sînt distincte, (c) $S$ nu are alte variabile libere afară de $v_1, \ldots, v_n, w$, (d) $S$ şi $H$ sînt formule în care singurele constante nelogice sînt simbolurile primitive şi simbolurile definite în prealabil, (e) formula $H \Rightarrow (\text{E!}w) \; S$ este derivabilă din axiomele şi definiţiile precedente ale teoriei. Astfel de definiţii nu satisfac, în general, criteriul de eliminabilitate (deşi îl satisfac în cazurile cele mai interesante, cînd ipoteza are loc). În cazul diviziunii nu putem elimina semnul diviziunii din egalitatea $\frac{1}{0} = \frac{1}{0}$

**DEMONSTRABILITATE,** proprietate a formulelor propoziţionale (sau a propoziţiilor) de a fi deduse cu ajutorul regulilor de deducţie din formule propoziţionale (sau propoziţii) adevărate. Mai precis vom defini „demonstrabil în $S$" şi anume „formal demonstrabil". Fie $S$ un sistem de axiome. Vom spune că o formulă $B$ este **d.** în $S$ dacă şi numai dacă: a) $B$ este una din axiomele sistemului (deci, e deductibilă din „premise vide") sau, b) $B$ coincide cu una din teoremele date ale lui $S$, sau, c) $B$ se deduce din teze ale lui $S$ conform cu regulile de deducţie. Altfel spus, $B$ este (formal) demonstrabil în $S$ dacă şi numai dacă există o *demonstraţie formală (v.)* pentru $B$ în $S$. Se înţelege că definirea exactă a **d.** (resp. a lui „demonstrabil în $S$") se dă în raport cu fiecare sistem în parte (precizînd axiomele şi regulile de deducţie). În istoria ştiinţei este demonstrată numai propoziţia care decurge din propoziţii adevărate neechivalente cu ea.

**DEMONSTRATIO AD OCULUS** (lat. „demonstraţie la vedere"), demonstraţia intuitivă, prin indicarea directă a obiectului sau fenomenului.

**DEMONSTRAŢIE APAGOGICĂ,** demonstraţie indirectă care constă în stabilirea valabilităţii concluziei admiţînd contradictoria şi arătînd că concluzia ce urmează este imposibilă (caz de reducere la imposibil).

**DEMONSTRAŢIE CONSTRUCTIVĂ,** demonstraţie în concepţia intuiţionismului logico-matematic. Orice demonstraţie este un proces constructiv, un experiment mental (efectuabil în principiu de orice fiinţă inteligentă). Demonstraţia unei teoreme nu este altceva decît o construcţie mentală efectuată cu succes. Heyting spune: „«2 + 2 = 3 + 1» trebuie citită ca o prescurtare a enunţului: *Am efectuat construcţiile mentale indicate de* «2 + 2» şi «3 + 1» *şi am găsit că ele duc la acelaşi rezultat*". *A exista*, în spiritul **d. c.**, înseamnă a produce prin construcţie cazul corespunzător. *(V.* şi *Intuiţionismul logico-matematic)*.

**DEMONSTRAŢIE FORMALĂ.** O secvenţă de formule $A_1, \ldots, A_n$ dintr-un sistem axiomatic este o **d. f.** dacă şi numai dacă a) $A_n$ este consecinţă din $A_1, \ldots, A_{n-1}$ conform cu regulile de deducţie şi b) $A_1, \ldots, A_{n-1}$ sînt fie axiome fie formule deja deduse din axiome În legătură cu demonstraţia deosebim *forma demonstraţiei* („figura de demonstraţie") şi *procesul de demonstraţie*. Logica studiază *forma demonstraţiei*. Definiţia precisă a **d. f.** presupune referirea exactă la sistemul de axiome şi de reguli de deducţie.

**DEMONSTRAŢIE INDIRECTĂ,** demonstraţie prin care o propoziţie este asertată prin respingerea propoziţiei opuse. Are două forme: *apagogică (v.)* şi *exclusivă*. Forma exclusivă este raţionamentul disjunctiv-categoric prin eliminare:

$$\frac{\begin{array}{c} A_1 + A_2 + \ldots + A_n \\ \bar{A}_1, \bar{A}_2, \ldots, \bar{A}_{n-1} \end{array}}{A_n}$$

**DEMONSTRAŢIE VARIANTĂ:** o succesiune finită de formule dacă fiecare formulă este sau variantă a axiomei (v. *formulă variantă*), fie se deduce din formulele precedente conform cu regulile de deducţie (definiţia aparţine lui A. Church).

**DENOTAT,** categorie a *semanticii de referinţă* (v). Este **d.** entitatea fizică sau abstractă (obiectul general, obiectul abstract, obiectul ideal) la care se referă expresiile (termeni sau propoziţii) limbajului cognitiv.

Este introdus prima dată de J. S. Mill (*v. denotaţie*), dar la el se confundă cu extensiunea termenului. Sinonim cu denotatul folosim cuvîntul *referent* (v.). Rezolvarea problemei referinţei univoce cerea introducerea entităţilor abstracte însă numai în sens metodologic, nu în sens teoretic (în acest fel se evită realismul idealist). Problema apare în primul rînd în legătură cu *termenii generali*. Aşa cum a arătat deja Burleigh (v. *doctrina universalelor*) termenul general nu cuprinde vreo referire la indivizii la care se aplică. Ca să exemplificăm, vom spune că nu există nimic în conceptul *om* care să se refere în mod determinat la Platon sau Aristotel, ceea ce desemnează cuvîntul „om" este *generalul* care este *unul* în toţi indivizii umani, adică «obiectul general» (Paul Lorenzen). **D.** termenilor este determinat de definiţia asociată (în exemplul nostru ea poate fi „animal raţional" sau alta). Problema **d.** se complică pentru semantica descriptivă cînd e vorba de propoziţii. Propoziţia însă nu are funcţie denotativă directă, **d.** ei este lucrul despre care *vorbeşte* şi care este desemnat de o parte a propoziţiei (ex. *subiectul*). Distincţia dintre **d.** şi extensiune în cazul termenilor provine din deosebirea dintre *relaţia de a denota* şi *a se aplica*. Termenul *om* **d.** generalul *om* dar *se aplică* fiecărui individ în parte, căci *om* este distributiv, în raport cu clasa indivizilor umani. Problema extensiunii pentru propoziţie se rezolvă specific în funcţie de complexitatea propoziţiilor. De ex., pentru propoziţia universală „toţi *S* sînt *P*" problema se rezolvă astfel: este extensiune a propoziţiei totalitatea indivizilor la care se aplică predicatul *P* în extensiunea lui *S*. În *metoda relaţiei de denumire* (v.) problema **d.** se rezolvă diferit. În concordanţă cu cele spuse mai sus, în semantica de referinţă, o expresie bine definită se referă la un singur lucru (**d.**), dar se poate aplica la mai multe lucruri (extensiunea). Corespunzător **d.** (res. *regulilor de* **d.**) avem termenii sinonimi *desemnat* (resp. *regulile desemnare*), *denumit* (resp. *reguli de denumire*). **D.** este corelat cu *sensul* (v). Pentru termeni este valabilă teorema lui Church că **d.** este funcţie de sens, pentru propoziţii această teoremă nu mai este valabilă în semantica descriptivă. În funcţie de context categoriile semantice îşi pot schimba poziţia şi corelaţiile dintre ele. De ex extensiunea sau sensul pot deveni ele însele **d.** în anumite contexte. Două expresii care au acelaşi **d.** se numesc *echidenotative* sau *echireferente*. Două expresii sinonime sînt şi echireferente Deoarece nu toate expresiile se bucură de univocitate este util să rezumăm într-un tabel relaţiile posibile între o expresie $x$ şi obiectele care joacă rol de **d.**

| $x$ | $d$ |
|---|---|
| 0 | 1 |
| 1 | 0 |
| 1 | 1 |
| 1 | $n$ |
| $n$ | 1 |
| $m$ | $n$ |

(unde $n > 1$, $m > 1$, $m = n$ sau $m \neq n$). Relaţia (0 — 1) am introdus-o pentru completitudine, ea poate însemna că există obiectul (poate chiar în experienţă) dar nu are nu nume; relaţia (1 — 0) indică o expresie vidă; relaţia (1 — 1) indică biunivocitate, relaţia (1 — $n$) indică plurivocitate (polisemantism); relaţia ($n$ — 1) indică echireferenţă intre $n$ expresii; relaţia ($m$ — $n$) indică o raportare nedeterminată în genere între o mulţime de expresii şi o mulţime de obiecte.

**DENOTAŢIE,** termen introdus de Mill pentru a marca lucrurile la care *se referă* sau *se aplică* numele (individuale, resp. generale) (*v. conotaţie*).
**DE PRINCIPIIS NON EST DISPUTANDUM** (lat „despre principii nu se discută"), formulare prin care se caută apărarea concluziilor false sau defavorabile prin interdicţia de a discuta principiile din care acestea decurg Exprimă o atitudine dogmatică Echivalează cu concepţia după care o doctrină trebuie abordată *numai din interiorul ei* „pentru a fi înţeleasă", în realitate pentru a o salva Abordarea critică cere depăşirea limitelor, discutarea de la nivel metateoretic

**DESCRIERE DE STARE,** concept introdus de Carnap ca explicant pentru „lumea posibilă" a lui Leibniz sau „starea de lucruri" a lui Wittgenstein Carnap defineşte conceptul pentru un limbaj dat $S_1$ în care intră pe lingă o parte din semnele logicii propoziţiilor şi predicatelor unele constante descriptive (nelogice) „O clasă de propoziţii din $S_1$ care conţine pentru orice propoziţie atomară $p$ sau această propoziţie sau negaţia ei, dar nu pe amîndouă şi nu conţine alte propoziţii, este numită **d. de s.** (state-description) în $S_1$, deoarece ea dă evident o completă descriere a stării posibile a universului indivizilor cu privire la toate proprietăţile şi relaţiile exprimate de predicatele sistemului" Dacă avem predicatul $Hx$ („$x$ este om") atunci putem forma **d. de s.** $Hx$, $\overline{Hx}$, dar nu ($Hx$ & $\overline{Hx}$) Pentru două predicate $Px$ şi $Qx$ avem de ex stările: ($Px$, $Qx$), ($Px$, $\overline{Qx}$), ($\overline{Px}$, $Qx$), ($\overline{Px}$, $\overline{Qx}$) (presupunînd că avem în vedere ambele propoziţii atomare) Nu vor fi **d. de s.** nici ($Px$, $\overline{Px}$), nici ($Qx$, $\overline{Qx}$). Se înţelege că putem introduce printre propoziţiile **d. de s.** şi propoziţii compuse ca $Px$ & $Qx$, $Px \vee \overline{Qx}$ etc. Este uşor de observat că principala condiţie a **d. de s.** este *necontradicţia*. **D. de s.** care dă starea reală a universului este denumită *adevărata* **d. de s.** (ea conţine numai propoziţii adevărate).
**DESCRIPT** *v descripţii*

**DESCRIPŢII (INDIVIDUALE),** expresii compuse (termeni) de forma „acel, care ...". Simbolic $\iota x\ Fx$ (citeşte „acel $x$ care este $F$" sau „acel $x$ astfel că $F$ de $x$") sau mai extins $\iota x$ — — $x$ — — (unde locurile goale pot fi ocupate de expresii mai dezvoltate) Semnul „$\iota$" este numit *operatorul descripţiei* sau *iota-operator*. Hilbert şi Bernays care consacră descripţiilor întreg capitolul VIII din *Fundamentele matematicii* (vol. I) indică diferite moduri de exprimare a **d.** după cum rezultă din exemplele următoare: „mama lui Goethe", „cel mai înalt vîrf din Alpi", „cel mai mare divizor comun al numerelor 63 şi 84", „cea mai mare valoare a funcţiei $x \cdot e^{-x^2}$". În limba germană astfel de expresii sînt însoţite de articol. Deşi prin intenţia lor par să se refere la un singur individ **d.** pot avea două feluri de semnificaţie semnificaţie care satisface *condiţia de unicitate* (constă dintr-un individ determinat) şi semnificaţia care nu satisface această condiţie (se referă la un individ oarecare). Denotatul (*v.*) descripţiei se numeşte, în semantica logică, *descript* De ex.: „acel individ care este autorul poemului *Luceafărul*" desemnează (cel puţin în contextul actual) un singur individ — poetul M Eminescu. Această unicitate este asigurată într-un anumit context, căci nu avem garanţia că un alt poet nu va scrie un poem cu acelaşi titlu Există însă **d.** a căror unicitate este asigurată pentru orice context „acel individ care este autorul poemului *Luceafărul* şi a încetat din viaţă în 1889". Desigur, cuvîntul „individ" nu este obligatoriu, putem scrie ast-

fel „acel poet care a scris poemul *Luceafărul* și a murit în 1889". O astfel de d. este evident *definitorie*. Expresia „acel individ care este alcoolic" nu se bucură de unicitate, deși se referă la un individ, el nu este determinat, ci *oarecare*. Russell (*Introducere în filosofia matematicii*) împarte d. în *definite* și *indefinite*, ceea ce corespunde cu cele două cazuri indicate. Ele pot fi date prin „acel" (sau un cuvînt articulat) și „un". De ex. în propoziția: „eu am întîlnit *un* om", expresia „un om" este indefinită, dar în propoziția „Scott este *autorul* lui Waverley", expresia „autorul lui Waverley" este definită. D. „un om" poate să stea pe lingă un număr oricît de mare de indivizi (ea nu se bucură de unicitate) în timp ce „autorul lui Waverley" stă pentru *un individ* (Scott). Pentru Russell, ca și pentru alți autori, d. nu este importantă în sine ci în contextul propoziției, de aceea ea este studiată fie în poziția de subiect, fie în cea de predicat. Termenul „*individ*" (*v.*) este luat într-o accepție mai largă decît indivizii fizici. Altă problemă pentru d. este dacă ele au sau nu denotat, dar aceasta nu e specifică (*v. termenii vizi*). D. au fost studiate pe larg de către Frege, Russell, Hilbert, Carnap, Quine ș.a. Esențial este că din forma expresiei nu decurge dacă avem sau nu condiția de unicitate, prin urmare existența ei *trebuie demonstrată*. În matematică *teoremele de unicitate* sînt ceva tot atît de frecvent ca și *teoremele de existență* Pentru „$\iota x$ — — $x$ — —" condiția de unicitate are forma $\exists z \forall x\, (-- x -- \equiv (x \equiv z))$. Acest mod de a defini unicitatea presupune existența denotatului pentru d. Probabil că formularea condițională este mai adecvată

$$\exists x\, F(x) \Rightarrow \exists z \forall x\, (-- x -- \equiv (x \equiv z))$$

(dacă există $x$ astfel că $F$ de $x$ atunci există $z$ încît orice $x$ este identic cu $z$). Cu alte cuvinte, condiția de unicitate are sens numai în presupunerea condiției de existență. Frege considera că dacă nu există semnificație (Bedeutung) pentru d. atunci propozițiile singulare corespunzătoare nu pot fi adevărate sau false (ceea ce pentru mulți logicieni este identic cu *nu au sens*). El a acceptat ambele feluri de d. (*cu* sau *fără* unicitate), dar s-a străduit să le asigure denotat (descript) prin regulile de formare. Russell abordează problema în *On denoting* (1905) și împreună cu Whitehead în *Principia Mathematica* Whitehead și Russell consideră propoziții singulare ca „Regele (actual) al Franței este pleșuv". O astfel de propoziție este considerată ca fiind echivalentă (logic) cu următoarea „există $x$ astfel că $z$ este regele Franței dacă și numai dacă $z$ este identic cu $x$ și $x$ este pleșuv". Dacă nu există astfel de individ sau dacă există mai mulți, propoziția este falsă. Prin urmare, astfel de propoziții *au sens* dar sînt false. Ei disting între intrarea primară și intrarea secundară a unei descripții: a) în expresia „Regele Franței nu este pleșuv" d. are o intrare primară, iar în b) „Nu există rege al Franței încît să fie pleșuv" d. are o intrare secundară. În a) propoziția implică presupunerea de existență, în b) existența este explicit negată. Russell insistă ca și Frege asupra distincției dintre *numele proprii* și *descripții* (individuale). Primele nu au sens prin ele însele în timp ce ultimele au sens. Pe de altă parte, Russell distinge între numele proprii obișnuite și nume proprii în sens *logic* Distincția este neclară. Reținem însă (după Kneale). a) dacă $A$ este un nume în sens logic atunci „$A$ există" este absurdă (căci $A$ nu presupune o însușire sau alta), b) „un cuvînt nu poate fi nume propriu in sens logic dacă nu desemnează ceva de care vorbitorul este nemijlocit conștient". Kneale indică pe „eu" ca pe un astfel de cuvînt Ori de cîte ori cineva pronunță

„eu exist" propoziția este adevărată Russell consideră că la numele proprii se aplică principiul identității ($x = x$). De ex.: „Socrate este Socrate" în timp ce la **d.** nu se aplică. Nu putem deduce din „$x = x$" că „autorul lui Waverley este autorul lui Waverley" sau că „actualul rege al Franței este actualul rege al Franței". „Este fals că actualul rege al Franței ar fi actualul rege al Franței sau că pătratul rotund ar fi pătratul rotund" *(Introducere în filosofia matematicii)*. „Este necesar, spune el, ca «acel» să existe", altfel propoziția este falsă. Propozițiile cu nume propril (de ex. „Homer a existat") au sens numai cînd ele sînt asociate cu o **d.**, idee susținută deja de Frege. Russell nu acceptă ca **d.** decît pe acelea care au deopotrivă *existență* și *unicitate*. Fără aceste condiții propozițiile corespunzătoare sînt false. Ca urmare el consideră că „definiția propozițiilor în care apare **d.** este următoarea: „Există un termen $c$ astfel că 1) $\varphi(x)$ este totdeauna echivalentă cu $x$ este $c$; 2) $\varphi(c)$ este adevărată".

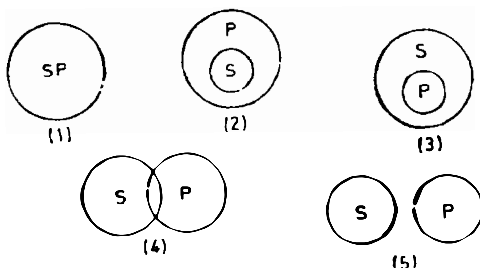
Hilbert și Bernays nu admit ca **d.** (definite) decît pe acelea în care propozițiile implicate sînt demonstrate, în caz contrar **d.** nu are sens. Ca urmare, ei formulează următoarea regulă de introducere a **d.** în formalism

$$\frac{\exists x\, A(x) \qquad \forall x\, \forall y\, (A(x)\ \&\ B(x) \rightarrow x = y)}{A(\iota x\, A(x))}$$

Pentru **d.** „nedefinite" pot fi acceptate și alte metode (sînt analizate de Carnap în *Semnificație și necesitate*), ele constau în a alege o entitate (descript) pentru sistemul dat. Iată posibilități: (a) pentru sistemul de numere se alege zero (0) (Frege, Gödel, Carnap), (b) pentru sistemul claselor se alege clasa vidă (Quine), (c) pentru sistemul lucrurilor fizice se alege *lucrul vid* (Carnap), (d) pentru sistemul semantic $S_1$ *(v. metoda extensiunii și intensiunii)* se alege un lucru nedeterminat $a^*$ (care poate fi precizat în funcție de sistemul de obiecte) (Carnap).

**DETERMINARE 1.** Proprietate internă (= însușire) sau externă (= relație) a obiectului Astfel, *rațional* este o însușire a omului, iar *acționează asupra naturii* este o relație în care intră omul cu natura. Unele însușiri deși aparent interne sînt „derivate de la relații" (Carnap), astfel este însușirea „adevăr" care aparent este o proprietate internă propoziției, dar în fond ascunde relația de corespondență cu realitatea. **2.** Operație de trecere de la noțiuni generale la noțiuni subordonate mai puțin generale, altfel spus, operație de trecere de la gen la speciile sale. Trecerea se face prin introducerea unei însușiri restrictive. De ex., trecerea de la *vertebrat* la *mamifer* prin adăugarea unei note definitorii mamiferului este o **d.** **D.** este operația logică de *delimitare* a unei specii în cadrul genului. Dacă la noțiunea „număr intreg" introducem însușirea *divizibil cu doi* obținem noțiunea „număr întreg divizibil cu doi", adică „număr par". În caz particular **d.** coincide cu *definiția*, în alt caz ea coincide cu *diviziunea (v.)* genului în specii. Inversul operației de **d.** este *generalizarea (v.)*.

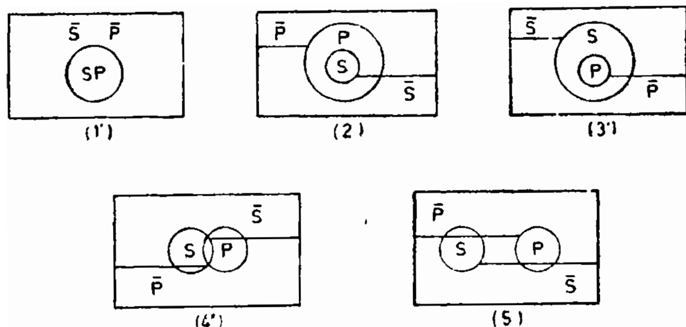
**DIAGRAME EULER,** reprezentări prin cercuri ale raporturilor dintre termenii judecăților $A$, $E$, $I$, $O$ Sînt atribuite de regulă matematicianului Leonard Euler, dar au fost cunoscute și utilizate cu mult înainte. Cercurile vor reprezenta „sferele" termenilor $S$ și $P$. Există cinci astfel de raporturi posibile




În cazul (1) termenii sînt *identici* ca sferă, în cazul (2) subiectul este subordonat predicatului, în cazul (3) predicatul este subordonat subiectului, în cazul (4) sferele se încrucișează, iar în cazul (5) sferele se exclud Recunoaștem aci unele raporturi din teoria mulțimilor.

(1) $S \equiv P$, (2) $S \subset P$, (3) $P \subset S$, (4) $S \cap P \not\equiv \emptyset$, (5) $S \cap P \equiv \emptyset$.

Presupunînd că judecata este adevărată ea nu poate avea decît unele reprezentări, astfel $A$ = (1) sau (2), $E$ = (5), $I$ = (1) sau (2) sau (3) sau (4), $O$ = (3) sau (4) sau (5) În vederea reprezentării termenilor negativi ($\bar{S}$, $\bar{P}$) aceste diagrame au fost dezvoltate ulterior astfel




Aceste diagrame sînt utile pentru studierea silogisticii cu termeni negativi. Astfel, judecata „toți $S$ sînt $\bar{P}$" poate fi reprezentată doar în (5'), căci numai în această reprezentare sfera lui $S$ este total în afara lui $P$

**DIAGRAME KARNAUGH,** modificare a *diagramelor lui Veitch* (v.) dată de Karnangh. Expresiile sînt dispuse nu în ordinea crescătoare a numerelor, ci în ordine *ciclică*. În plus, diagramele pot avea diferite forme. Iată diagramele pentru două variabile:

| | $\bar{A}$ | A |
|---|---|---|
| $\bar{B}$ | $\bar{A}\bar{B}$ | $A\bar{B}$ |
| B | $\bar{A}B$ | AB |

| B \ A | 0 | 1 |
|---|---|---|
| 0 | 00 | 10 |
| 1 | 01 | 11 |

| AB | | | |
|---|---|---|---|
| 00 | 01 | 11 | 10 |

Citirea se face in ordine alfabetică.

În continuare vom indica numai valorile pe care le iau variabilele sau combinațiile de variabile aflate la intrările tabelului:

| C \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |

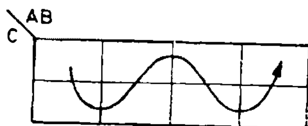
| CD \ AB | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | | | | |
| 01 | | | | |
| 11 | | | | |
| 10 | | | | |

Diagrame pentru 3 și 4 variabile

Tabelul pentru cinci variabile se constituie pornind de la tabelul cu două și respectiv trei variabile:

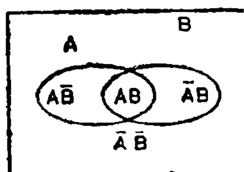
| DE \ ABC | 000 | 001 | 011 | 010 | 111 | 101 | 100 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 00 | | | | | | | |
| 01 | | | | | | | |
| 11 | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | |

Se observă că valorile pentru ABC se află din tabelul pentru trei variabile urmărind curba așa cum se indică mai jos:

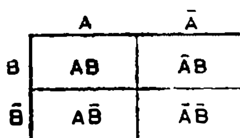



Tabelul cu 6 variabile se formează în același fel pornind de la tabelul cu 3 variabile (pe verticală avînd 3 variabile ABC și pe orizontală 3 — DEF).

**DIAGRAME VEITCH,** tip de diagrame pentru reprezentarea formulelor logice (din TFA). Pornind de la *diagramele lui Venn* (v.), Veitch a introdus diagrame în care în locul cercurilor avem dreptunghiuri descompuse în căsuțe (prin linii pe verticală și orizontală). Exemplificăm pentru două variabile:

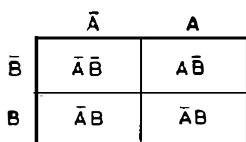


Venn

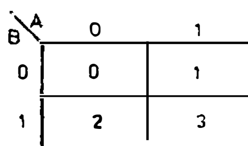


Veitch

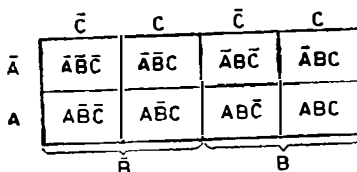
Avînd în vedere că o combinație de litere formează un „minitermen" (= un constituent de unu) putem așeza literele în așa fel încît numerele minitermenilor să fie în ordine crescătoare, ceea ce se și întîmplă cînd d. Veitch sînt utilizate pentru minimizare. Pentru cazul cu două variabile ordinea este următoarea.




resp.



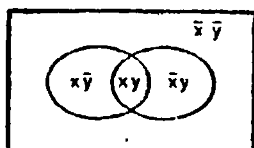

Pentru 3 variabile avem diagrama:



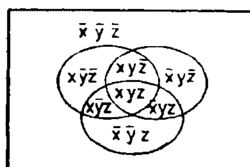

| | | | |
|---|---|---|---|
| 000 | 001 | 010 | 011 |
| 100 | 101 | 110 | 111 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 | 7 |

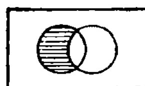
**DIAGRAMELE VENN.** Pornind de la intersecția cercurilor J. Venn reprezintă toate intersecțiile posibile între clase într-un univers $U$. Exemplu pentru $n = 2$ $(x, y)$.

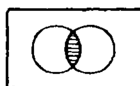


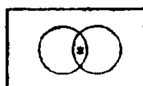

Exemplu pentru $n = 3$ $(x, y, z)$

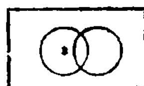



Reprezentarea propozițiilor $A$, $E$, $I$, $O$ este respectiv următoarea:


S a P

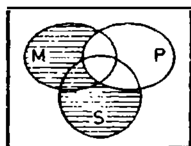

S e P


S i P

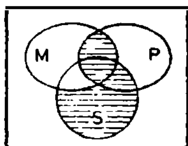

S o P

Se observă că spațiul vid este reprezentat prin porțiuni hașurate, spațiul nevid va fi sau restul porțiunii nehașurate (din cele două cercuri) sau porțiunea notată cu asterisc. În acest fel semnificația grafică a judecăților va fi: a) porțiunea lui $S$ din afara lui $P$ este vidă, e) porțiunea comună lui $S$ și $P$ este vidă, i) porțiunea comună lui $S$ și $P$ nu este vidă o) porțiunea lui $S$ din afara lui $P$ este nevidă. Se vede că $S$ și $P$ împart universul discursului în patru clase de intersecții: $SP$, $S\bar{P}$, $\bar{S}P$, $\bar{S}\bar{P}$. Cele patru judecăți pot fi transcrise în funcție de reprezentare astfel: $A$: $S\bar{P} = 0$; $E$: $SP = 0$; $I$: $SP \neq 0$; $S\bar{P} \neq 0$ (unde 0 este clasa vidă). Iată și reprezentarea unor moduri silogistice.

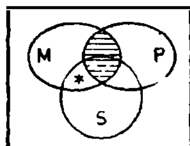
| Toți $M - P$ | Nici un $M + P$ | Nici un $M$ nu e $P$ |
|---|---|---|
| Toți $S - M$ | Toți $S - M$ | Unii $S$ sînt $M$ |
| Toți $S - P$ | Nici un $S + P$ | Unii $S$ sînt $P$ |




$M\bar{P} = 0$
$S\bar{M} = 0$
$S\bar{P} = 0$



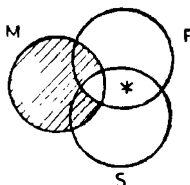

$MP = 0$
$S\bar{M} = 0$
$SP = 0$




$MP = 0$
$SM \neq 0$
$S\bar{P} \neq 0$

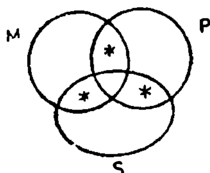
D. Venn au multe întrebuințări. Între altele ele sînt utilizate la verificarea modurilor silogistice. Pentru a decide reprezentăm modul pe o intersecție de trei cercuri (ca în exemplele indicate) și verificăm dacă formula concluziei ocupă spațiul indicat în raport cu formulele premiselor. În exemplele de mai sus se constată că acesta este cazul. În cazul modului *AAA* concluzia $S\bar{P} = 0$ este reprezentată în spațiul vid cuprins de premise. În cazul modului *EAE* concluzia $SP = 0$ este cuprinsă în spațiul vid cuprins de premise. În cazul modului *EIO* concluzia nevidă $S\bar{P} \neq 0$ este cuprinsă în spațiul nevid determinat de premise.

Fie modul *Darapti*: $M\bar{P} = 0$, $M\bar{S} = 0$, $SP \neq 0$.




Se observă că spațiul lui *SP* nevid este cuprins în porțiunea nevidă determinată de premise. Să considerăm și un mod care nu este valabil *III* (fig. I)

$$\frac{\begin{array}{c} MP \neq 0 \\ SM \neq 0 \end{array}}{SP \neq 0}$$



Se observă că spaţiul vid nu este determinat de premise şi prin urmare nu se ştie ce poziţie ocupă spaţinl nevid al concluziei. **D. Venn** presupun, deci, că spaţiul vid este precis trasat pentru a putea decide în legătură cu valabilitatea deducerii conclnziei. **D. Venn** pot fi folosite şi pentru verificarea legilor claselor în genere. (Pentrn simbolizările *SaP*, *SeP* etc. v. *silogistica axiomatică*)

**DIALELĂ,** cerc vicios în demonstraţie sau explicaţie. De ex. „De ce eşti bun ?" „Fiindcă nu sînt rău" „Şi de ce eşti rău ?" „— Fiindcă nu sînt bun".

**DICTUM,** partea asertorică a unei judecăţi de modalitate (v. *modus*).

**DICTUM DE OMNI ET DE NULLO,** denumirea latinească pentru axioma silogismului. Ea spune că „ceea ce este predicat despre toţi este predicat despre fiecare în parte şi ceea ce este negat despre toţi este negat despre fiecare în parte" Forma pozitivă se găseşte la Aristotel în *Categorii* · „Cînd un lucru este enunţat ca predicat despre un altul, care este subiectul său, tot ce este enunţat despre predicat va fi asemenea enunţat şi despre subiect". Unii au pretins prea mult acestei formule uitînd de conţinutul ei. În realitate, prima parte corespunde cu modul *Barbara (v.)* şi a doua cu modnl *Celarent (v.)* 1. Despre toţi *M* se spune că sînt *P* şi fiecare *S* este parte a lui *M*, prin urmare despre fiecare *S* se spune că este *P*. 2. Despre fiecare *M* se neagă că este *P*, dar *S* este o parte a lui *M*, prin urmare despre *S* se neagă că este *P*. Considerăm că acei care au căutat chiţibuşuri formulărilor (ca de ex. Lukasiewicz) au avnt prea mult în vedere forma expresiei, au uitat că acestea sînt două *principii metasilogistice* şi că obiecţiile de formă nu prezintă importanţă. Dealtfel, singura obiecţie mai demnă de luat în consideraţie este combinaţia între *aserţiune despre* („predicat", în sens de afirmat sau negat) şi *extensiune* („este parte"). Încurcătură a produs şi denumirea ei de „axiomă a silogismului" pe care unii au luat-o în sens strict, or este vorba de un *principiu metalogic* v. şi *axioma silogismului*.

**DILEMA,** silogism cu premise ipotetice şi disjunctive şi cu concluzii categorice sau disjunctive. Se cunosc următoarele tipuri în logica tradiţională:

a) *dilemă simplă constructivă*

Dacă *A* atunci *C*, dacă *B* atunci *C*
*A* san *B*

---

*C*

b) *dilemă simplă distructivă*

Dacă *A* atunci *B*, dacă *A* atunci *C*
Nu *B* sau nu *C*

---

Nu *A*

c) *dilemă complexă constructivă*

Dacă *A* atunci *B*, dacă *C* atunci *D*
*A* san *C*

---

*B* sau *D*

d) *dilemă complexă distructivă*

Dacă $A$ atunci $B$, dacă $C$ atunci $D$
Nu $B$ sau nu $D$

---

Nn $A$ sau nu $C$

În aceste raționamente sensul lui „sau" poate fi atît exclusiv cît și neexclusiv. În dilema simplă coustructivă din două antecedente rezultă nn cousecvent, în timp ce în dilema simplă distructivă dintr-un antecedent rezultă doi consecvenți (a se vedea premisele ipotetice). Pe de altă parte, dilema simplă poate rezulta din dilema corespnnzătoare complexă printr-o substituție adecvată. **D.** pot fi simbolizate în logica propozițiilor (ca scheme de inferență și ca legi):

a) $A \Rightarrow C,\ B \Rightarrow C$

$$\frac{A \vee B}{C}$$

a′) $((A \Rightarrow C) \& (B \Rightarrow C) \& (A \vee B)) \Rightarrow C$

b) $A \Rightarrow B,\ A \Rightarrow C$

$$\frac{\bar{B} \vee \bar{C}}{\bar{A}}$$

b′) $((A \Rightarrow B) \& (A \Rightarrow C) \& (\bar{B} \vee \bar{C}) \Rightarrow \bar{A}$

c) $A \Rightarrow B,\ C \Rightarrow D$

$$\frac{A \vee C}{B \vee D}$$

c′) $((A \Rightarrow B) \& (C \Rightarrow D) \& (A \vee C)) \Rightarrow (B \vee D)$

d) $A \Rightarrow B,\ C \Rightarrow D$

$$\frac{\bar{B} \vee \bar{D}}{\bar{A} \vee \bar{C}}$$

d′) $((A \Rightarrow B) \& (C \Rightarrow D) \& (\bar{B} \vee \bar{D})) \Rightarrow (\bar{A} \vee \bar{C})$

Obținerea prin substituție a lui a) din c) și a lui b) din d) este simplă. Exemplificăm primul caz.

$$((A \Rightarrow B) \& (C \Rightarrow D) \& (A \vee C)) \Rightarrow (B \vee D)$$

$$B/C,\ C/B,\ D/C$$

$$((A \Rightarrow C) \& (B \Rightarrow C) \& (A \vee B)) \Rightarrow C$$

/Aci $B \vee D$ devine $C \vee C$, or $C \vee C = C$/

Există apoi unele particularizări și extinderi interesante. Mai intii de toate trebuie să avem în vedere că punctul de plecare pentru silogistică

sînt judecățile de matrice „*S* este *P*". Ca urmare, în locul literelor *A*, *B*, *C*, *D*, vom pune astfel de forme.
Exemplu pentru a):
Dacă $S_1$ este $P_1$ atunci $S_3$ este $P_3$, dacă $S_2$ este $P_2$ atunci $S_3$ este $P_3$

$$\frac{S_1 \text{ este } P_1 \text{ sau } S_2 \text{ este } P_2}{S_3 \text{ este } P_3}$$

Pe de altă parte, nu este necesar ca toți termenii să difere între ei. De aci obținem următoarea formă interesantă:
Dacă *S* este *P* atunci *S* este *Q*, dacă *S* este *R* atunci *S* este *Q*

$$\frac{S \text{ este } P \text{ sau } S \text{ este } R}{S \text{ este } Q.}$$

Schemele pot fi extinse la un număr oarecare de judecăți:

$$A_1 \Rightarrow B,\ A_2 \Rightarrow B,\ \ldots\ A_k \Rightarrow B$$
$$\frac{A_1 \vee A_2 \vee \ldots \vee A_k}{B}$$

Aceste d. cu mai multe judecăți ipotetice se numesc *polileme* (și în funcție de număr *trilemă, tetralemă* etc.). Desigur că cea mai interesantă extindere este aceea *în care sînt epuizate alternativele în legătură cu un fenomen dat.* În acest caz, dilema simplă constructivă spune că orice alternativă vom alege obținem același rezultat. *Exemple de* d.
a) *Dilema simplă constructivă.* Dacă *x* acționează numai după capul său este criticat, dacă *x* acționează numai după capul altora este criticat, or *x* acționează numai după capul său sau numai după capul altora, deci *x* este criticat.
b) *Dilemă simplă distructivă.* Dacă bei mult devii alcoolic, dacă bei mult ești vicios, or nu devii alcoolic sau nu ești vicios, deci nu bei mult.
c) *Dilema complexă constructivă.* Dacă medicamentul îți face bine îl folosești, dacă medicamentul dăunează renunți la el, or medicamentul îți face bine sau îți dăunează, deci îl folosești sau renunți la el.
d) *Dilema complexă distructivă.* Dacă plouă prea mult avem inundații, dacă este secetă scade recolta, or nu avem inundații sau nu scade recolta, deci nu plouă prea mult sau nu e secetă. (*v.* și *Dilema califului Omar, Dilema lui Zenon contra mișcării* ș a.)

**DILEMA CALIFULUI OMAR.** Se spune că Omar, calif arab, ajuns în fața marii biblioteci din Alexandria ar fi făcut următorul raționament (de forma unei dileme complexe constructive): Dacă aceste cărți conțin aceeași doctrină ca în Coran atunci ele sînt de prisos; dacă aceste cărți conțin altă doctrină decît în Coran atunci ele sînt păcătoase și dăunătoare. Or ele conțin aceeași doctrină ca în Coran sau conțin o doctrină diferită de coran. Prin urmare, ele sînt de prisos sau sînt păcătoase și dăunătoare.
Această dilemă e urmată de cea în care conchide distrugerea cărților (o dilemă simplă constructivă): Dacă aceste cărți sînt de prisos atunci ele trebuie distruse, dacă aceste cărți sînt păcătoase și dăunătoare ele trebuie distruse. Or aceste cărți sînt sau de prisos sau sînt păcătoase și dăunătoare. Prin urmare, ele trebuie distruse. (V. *Dilema*)

**DILEMA CROCODILULUI**, paradox antic sub formă de dilemă. Un crocodil răpește un copil. La cererea tatălui de a i-l înapoia crocodilul îi spune „ți-l dau dacă ghicești ce voi face, ți-l voi da sau nu ți-l voi da". Tatăl meditează un timp și spune „nu mi-l vei da". Se observă că crocodilul nu poate lua o *decizie* fără a se contrazice. Presupunem că tatăl a *ghicit*, atunci conform cu *clauza* crocodilul *trebuia să-i înapoieze* copilul, or a i-l înapoia înseamnă a infirma propoziția „nu mi-l vei da" și deci nu *trebuie* să i-l înapoieze. Presupunem că tatăl *n-a ghicit*, în acest caz *crocodilul nu trebuie să i-l înapoieze*, ceea ce însă confirmă propoziția „nu mi-l vei da" și, deci, *trebuie* să i-l înapoieze. În mod mai general, acest paradox „pune problema formulării clauzelor fără a ajunge la contradicție", este deci un paradox decizional.

**DILEMA „LUĂRII ÎN COARNE"**, eroare materială în care deși se acceptă alternativa antecedenților ca exhaustivă una sau alta din consecințe nu urmează din ei (deoarece nu există conexiune necesară). Dacă poeții trăiesc bine le dispare inspirația, dacă poeții trăiesc rău devin pesimiști, or poeții trăiesc bine sau poeții trăiesc rău, deci le dispare inspirația sau devin pesimiști. Raționamentul este vulnerabil în ce privește premisa majoră (nu exprimă conexiuni necesare). Metafora „luarea în coarne" exprimă tocmai deficiența dilemei

**DILEMA LUI ZENON CONTRA MIȘCĂRII**, formulare dilematică a unuia dintre argumentele lui Zenon Dacă lucrul se mișcă, el nu se mișcă în punctul în care este, dacă lucrul se mișcă el nu se mișcă în punctul în care nu este, or el se află sau nu se află într-un punct, prin urmare el nu se mișcă.

**DILEMA „REBUTATĂ"**, dilemă sofistică la care se răspunde cu altă dilemă sofistică de același tip Replica are valoare pragmatică, fiind un mod de a-l „înfunda" pe un sofist (*V, Litigiosus*)

**DILEMA „SCĂPĂRII PRINTRE COARNE"**, dilemă în care premisa minoră nu enumeră toate alternativele Dacă studentul învață atunci trece, dacă are influență asupra profesorului atunci trece, dacă profesorul este incompetent atunci studentul trece, dacă studentul copiază atunci trece, or studentul are influență asupra profesorului sau copiază, deci studentul trece la examen. Această dilemă este eronată deoarece neglijînd o alternativă poate neglija adevărata premisă. Metafora „scăparea printre coarne" exprimă deficiența dilemei (*V. Dilema*).

**DIMARIS**, mod al figurii a IV-a. Are schema următoare·

*I* Unii *P* sînt *M*

*A* Toți *M* sînt *S*

---

*I* Unii *S* sînt *P*

Evident, concluzia se obține ca o conversă a concluziei Unii *P* sînt *S*.

**DISAMIS**, mod al figurii a III-a Are schema următoare:

*I* Unii *M* sînt *P*

*A* Toți *M* sînt *S*

---

*I* Unii *S* sînt *P*

Formă stilizată *Fiindcă toți M sînt S și unii M sînt P, unii S sînt P.* Sau: *Unii S sînt P, fiindcă unii M sînt P și toți M sînt S.*

*Exemplu.*

Unii oameni drepți umblă cu capul spart
Toți oamenii drepți sînt cinstiți

---

Unii oameni cinstiți umblă cu capul spart

Forma stilizată:

Unii oameni cinstiți umblă cu capul spart
fiindcă toți oamenii drepți sînt cinstiți
și unii oameni drepți umblă cu capul spart

**DISCURS LOGIC,** termen care desemnează o *vorbire* în care sînt utilizate mijloacele logice în desfășurarea expresiilor (termeni și propoziții)

**DISJUNCȚIA,** termen prin care desemnăm: a) particula „sau", b) propozițiile de forma «$p$ sau $q$», c) funcția **d.** neexclusive, d) operatorul **d.** $\vee$ ș.a. În limbajul logic se utilizează de regulă simbolul $\vee$ (uneori $\cup$) Propozițiile de formă disjunctivă exprimă **d.** stărilor de fapt între care se presupune că există o anumită legătură (nu neapărat necesară) Astfel, „plouă sau ninge", „Par (2) sau Impar (2)" sînt propoziții disjunctive. O **d.** poate fi formată din două sau mai multe propoziții. În mod abstract se introduc și **d.** *vide*, **d.** *cu un singur membru* și **d.** *infinite* **D.** infinite se notează, de regulă, cu $\sum_{i=1}^{\infty} p_i$ **D.** propozițiilor satisface următoarele legi: a) $p_1$ sau $p_2 \equiv p_2$ sau $p_1$, b) ($p_1$ sau $p_2$) sau $p_3 \equiv p_1$ sau ($p_2$ sau $p_3$), c) $V$(„$p_1$ sau $p_2$") $\Rightarrow$ $V$(„$p_1$") sau $V$(„$p_2$"), d) $F$(„$p_1$ sau $p_2$") $\Rightarrow$ $\Rightarrow F$(„$p_1$") și $F$(„$p_2$), e) $F$(„$p_i$") $\Rightarrow$ ?(„$p_1$ sau $p_2$) ($i = 1, 2$) (unde $V$ este *adevărat* și $F$ este *fals*).

Conform cu e) dacă un membru al **d.** este fals atunci nu știm dacă **d.** este adevărată, și nu știm dacă ea are vreo valoare în genere. Aceasta deoarece raportul dintre „adevăr" și „fals" nu este neapărat cel din logica bivalentă ($\overline{V} \equiv F$). **D.** în silogistică („judecată disjunctivă"): $S$ este $P_1$ sau $P_2$ Are loc următoarea lege Unii $S$ sînt $P_1$ sau $P_2 \equiv$ Unii $S$ sînt $P_1$ sau unii $S$ sînt $P_2$. Formularea corespunzătoare pentru universale nu este adevărată: Toți $S$ sînt $P_1$ sau $P_2 \equiv$ Toți $S$ sînt $P_1$ sau toți $S$ sînt $P_2$. Exemplul următor o infirmă. „Toate numerele naturale sînt pare sau impare" este adevărată dar „toate numerele naturale sînt pare sau toate numerele naturale sînt impare" este falsă. Ca și pentru conjuncție putem să formăm **d.** ale stărilor de fapt (in speță ale relațiilor). De asemenea, putem folosi **d.** între proprietăți, $(P \vee Q)(x)$, între indivizi $x_1$ sau $x_2$ sau ... sau $x_n$ este $P$ sau chiar între clase (ceea ce nu trebuie să se confunde cu reuniunea) — $X_1$ sau $X_2$ sau ..., sau $X_n$ este inclusă în K. Funcția **d.** nu trebuie confundată cu **d.** propozițiilor, termenilor, indivizilor, predicatelor etc. analizată mai sus.

**DISJUNCȚIA RELAȚIILOR** (sau, în termeni extensionali: reuniunea relațiilor) — simbolic: $R \vee Q$ sau $x(R \vee Q)\, y$ — se definește $R \vee Q = xRy \vee xQy$. Exemplu: $x$ este văr sau prieten cu $y$.

**DISJUNCȚIE CONDIȚIONALĂ,** funcția de adevăr ternară notată [*p*, *q*, *r*] și definită de A. Church astfel:

| *p* | *q* | *r* | [*p*, *q*, *r*] |
|---|---|---|---|
| v | v | v | v |
| v | v | f | v |
| v | f | v | v |
| v | f | f | f |
| f | v | v | f |
| f | v | f | f |
| f | f | v | v |
| f | f | f | f |

Duala acestei funcții este notată de Church cu [*r*, *q*, *p*] și matricea ei se obține prin înlocuirea între ele a valorilor **v** și **f**. Church a demonstrat că **d. c.** împreună cu **v** și **f** constituie un sistem complet de operatori independenți (*v. bază operațională*). Demonstrația se face prin inducție matematică în funcție de numărul de variabile diferite din formule (A. Church, *Introduction to Mathematical Logic*).

**DISTRIBUIREA TERMENILOR.** Un termen al judecăților *A*, *E*, *I*, *O* se numește „distribuit" dacă și numai dacă el este luat în universalitate față de celălalt. În judecata universal-afirmativă (*A*) subiectul este distribuit, dar predicatul, nu. Într-adevăr, despre *toți S* se afirmă *P*, dar nu *toți P* sînt *S*. În judecata universal-negativă (*E*) atît subiectul cît și predicatul sînt distribuiți căci fiecare este *exclus* în totalitate față de celălalt. În judecata particular-afirmativă nici subiectul nici predicatul nu sînt distribuiți (fiecare este luat numai în parte față de celălalt). În judecata particular-negativă subiectul este nedistribuit, iar predicatul este distribuit (este exclus în totalitate față de acei *S* care nu sînt *P*). Putem reprezenta schematic distribuirea:

| | | | |
|---|---|---|---|
| *A* : *d*, *n* | | *A* : + − |
| *E* : *d*, *d* | sau | *E* : + + |
| *I* . *n*, *n* | | *I* : − − |
| *O* . *n*, *d* | | *O* : − + |

**D. t.** este utilizată în studiul *silogismului* (*v.*). Din distribuire se observă caracterul invers al judecăților (*A*, *O*) resp. (*E*, *I*). Judecățile pot fi văzute ca funcție de distribuire:

| *S* | *P* | |
|---|---|---|
| + | − | *A* |
| + | + | *E* |
| − | − | *I* |
| − | + | *O* |

**DIVIZIUNE,** operație logică de descompunere a unei noțiuni în noțiuni subordonate. **D.** este inversă clasificării în două sensuri: este o operație analitică la nivelul abstracțiilor, în timp ce clasificarea este inductivă (sintetică), apoi formal clasificarea formează clase pornind de la cazuri particulare, în timp ce **d.** descompune o clasă în subclase. **D.** are mai mult rol pedagogic căci ea presupune deja clasificarea, ea se bazează pe operația de determinare (opusă generalizării). Ex. de **d.** triunghiurile se divid după felul laturilor în echilaterale, isoscele și scalene. Această **d.** presupune că anterior au fost cercetate cazurile particulare și că au fost

grupate în cele trei clase. Regulile d. sînt asemănătoare cu regulile clasificării. Conform cu terminologia clasică d. înseamnă descompunerea genului în specii.

**DOCTRINA UNIVERSALELOR**, doctrină despre ceea ce numim „universal" (sau „general") în raport cu „individualul", despre natura *universalelor* în raport cu *individualele*. Se obişnuieşte uneori să se spună „universalii" în loc de „universale" sub influenţa limbii latine (*universalia*) Problema apare în formă neexplicită încă în şcoala pitagoreică, traversează „doctrina ideilor" a lui Platon, „doctrina categoriilor" a lui Aristotel şi ia amploare în evul mediu în cadrul unei lungi dispute numită „cearta universaliilor". În forme diferite problema naturii universalului şi a relaţiilor sale cu individualul străbate întreaga istorie a filosofiei de după Platon şi ea se pune şi astăzi (*v. entităţile abstracte* şi *obiectele ideale*). Deşi de natură filosofică, modul în care a fost rezolvată problema a influenţat dezvoltarea logicii. În principiu pot fi schiţate următoarele soluţii: (a) soluţia platonică (altfel spus, *realismul*), (b) soluţia aristotelică, (c) soluţia nominalistă, (d) soluţia conceptualistă, (e) soluţia logico-matematică (metodologică) şi (f) soluţia dialectică

Cînd Pitagora afirma că *numerele* (ca atare) au existenţă reală şi stau la baza lucrurilor el schiţează soluţia pe care o va dezvolta Platon în „teoria ideilor" — *ideile generale* („formele") au existenţă „în sine", separată de individual. Prin „teoria participaţiei" Platon rezolvă, în stilul său, problema relaţiilor „ideilor" (= formelor) cu individualul, cu fenomenul. Individualul, fenomenul există în măsura în care participă la „forme" (idei) Aristotel în doctrina *Categoriilor* se opune soluţiei lui Platon şi afirmă că „dacă substanţele prime n-ar exista, ar fi imposibil pentru orice alt lucru să existe". El introduce două relaţii „enunţat despre" şi aflat „în".

S-a semnalat în opera lui Aristotel o ambiguitate fundamentală: el trece mereu şi neavertizat de la planul „predicaţiei" (al „discursului") la planul lucrurilor şi invers. Cînd e vorba de lucruri, generalul există „în" sau numai aparţine la individual, cînd e vorba de *discurs* (de logos) generalul „se aplică la" individual. Dar cu aceasta se deschide o nouă ambiguitate cînd spune că „universalele pot fi predicate despre mai multe obiecte" (ceea ce nu se poate spune despre individuale), anume apare un al treilea plan, planul relaţiei dintre discurs şi realitate (căci noi vorbim *despre* obiecte, predicăm despre obiecte) Ceea ce a lăsat in plus nesoluţionat Aristotel este modul în care universalul există *în* (sau aparţine la) individual (adică dialectica relaţiilor dintre universal şi individual.).

Stoicii, la rîndul lor, vor deschide perspectiva conceptualismului prin *lekton*, ceva ce este *încorporat* şi *transmis prin expresii* (adică „înţelesul"). Boeţiu va rezuma în felul său doctrina lui Aristotel şi va da impuls disputei de mai tîrziu asupra universalelor: (a) universalele (*species, genus*) sînt similarităţi desprinse mental din diferiţi indivizi (de ex.: *similitudo humanitatis* e scoasă *ex singulis hominibus*), (b) ele există în obiectele corporale sensibile dar sînt ca atare *incorporale*. Din soluţia lui Platon, ca şi din modul în care Boeţiu îl exemplifică pe Aristotel, rezultă că termenii generali denotă ceva *univoc* ca şi cei singulari, dar *sfera aplicaţiei* este diferită. Garland Socotitorul publică la Liège (aprox. 1040) lucrarea *Dialectica* în care tratează, între altele, *De Vocibus* sau *Incomplexis* (adică despre predicabile). El deplasează atenţia spre *semnificaţie*. În propoziţiile categorice afirmative avem una din următoarele situaţii: (a) predicatul şi subiectul sînt „cosemnificante" (= consignificant = semnifică acelaşi lucru); de ex. · *Omnis homo est animal;* (b) ceea ce semni-

fică subiectul este semnificat (cosemnificat) şi de predicat; de ex.. *Species est genus;* c) ceea ce e semnificat de predicat este cosemnificat de subiect; de ex. · *Homo est genus,* adică *animal;* (d) predicatul semnifică subiectul; de ex. · *Animal est genus;* (e) subiectul semnifică predicatul; de ex.: *Genus est animal.* Problema universalelor (genului, speciei) este deplasată in planul teoriei semnificaţiei. Pornind de la exemple ne putem da mai bine seama de ceea ce vrea să spună autorul. În prima propoziţie *Omnis homo est animal* — *homo* şi *animal* sînt cosemnificate *numai* in contextul acestei propoziţii (căci în acest caz *animal* nu se referă la ceva mai mult decît *homo*). În exemplul al doilea *Species est genus,* ceea ce semnifică *species* este semnificat şi de *genus* (am putea spune că semnificaţia subiectului este inclusă in cea a predicatului). În propoziţia *Homo est genus (v. animal)* semnificaţia lui *genus* este aceea a lui *homo.* După construcţia lui (b) şi (c) relaţia pare orientată (ea nu are loc şi în sens invers) de la subiect la predicat în (b) şi de la predicat la subiect în (c), ceea ce nu e cazul cu (a) În propoziţia (d) *genus* (cu termen mai larg) semnifică in context *animal,* iar în (e) *animal* semnifică (un) *genus.* Se înţelege că autorul nu este prea clar şi că discuţia ar putea fi continuată Este interesant să se observe diferenţa dintre „omnis homo" şi „homo" (a) şi resp. (c).

Soluţia nominalistă porneşte de la tratarea lingvistică şi forma ei cea mai netă a fost dată de Roscellin care a afirmat că orice *universalia (specias, genera)* sînt simple *flatus vocis.* Nu există decît indivizi *(res discreta).* Din punctul de vedere al tratării ulterioare această poziţie este pur extensivistă (termenii generali au în realitate doar extensiune). John Salisbury în *Metalogicon* (1159) consideră că ostilităţile în jurul problemei au pornit de la un pasaj introductiv din *Isagoga* lui Porfir. Un logician extrem de subtil a fost Abalard (sec. 12). Tema mai largă abordată de el a fost aceea a discursului (logic)" (latineşte — *Oratio*). Semnele au semnificaţie în două sensuri — cu privire la *lucruri* şi cu privire la *gînduri*: „prin propoziţie se exprimă un oarecare fel de a fi al lucrurilor şi nu sînt desemnate anumite lucruri". Concepţia sa despre „conţinuturile propoziţiilor" este legată de poziţia sa în problema universalelor. Oamenii au în comun proprietatea „de a fi un om" care nu este un „lucru" *(res)* nici în sensul desemnat de „Socrate", nici de „om". Propoziţia *Socrates est homo* exprimă însuşirea lui Socrate *de a fi om* (dar insuşirea nu e un lucru) El respinge ideea după care „termenii generali" ar fi *nume proprii* pentru universale. Poziţia sa nu este însă prea clară cînd spune că într-o propoziţie categorică afirmativă şi adevărată subiectul şi predicatul desemnează *acelaşi lucru* (sau aceleaşi lucruri). W. de Schyreswood şi Petrus Hispanus adoptă o poziţie după care termenii generali desemnează universale sau caractere pe care lucrurile le pot avea în comun. Kneale califică această poziţie drept „realistă" totuşi ei sînt mai apropiaţi de Aristotel decît de Platon. Poziţie realistă (în sensul lui Platon)) după care universalele au existenţă de sine stătătoare şi sînt prime în raport cu singularul au avut Anselm, W. din Champeaux şi Thomas d'Aquino. O poziţie nouă adoptă Ockham care deschide calea nominalismului. Mai exact, poziţia sa este *nominalist-conceptualistă* căci el susţine: a) „orice universal este un lucru singular" (de ex.: un „concept" in suflet, *o intentio*), b) el este universal numai in sensul că e „semn" pentru mai multe lucruri, c) nu există universal care să fie „în mai mulţi indivizi" şi în acest fel să preceadă individualul, d) nu există universal independent de mintea noastră, în sensul in care există individualul, e) universalul este un cuvînt *comun* („un substitut pentru o listă de nume proprii").

Doctrina sa despre *suppositio* va fi influenţată de această concepţie. Leibniz tratează problema prin prisma principiului său *praedicatum inest subiecto*. În acest fel el asimilează propoziţiile singulare celor universale. Indivizii au o esenţă care constă din totalitatea atributelor lor. Putem spune că poziţia sa este aristotelică. Bernard Bolzano (1781—1848) revine la o poziţie *conceptualistă* (între nominalişti şi realişti). Gottlob Frege (1848—1925) va relua problema într-un context cu totul nou, anume cel al *logicii matematice*. Frege cercetează conceptele în vederea fundamentării aritmeticii pe logică a) Conceptul este ceea ce e exprimat de o expresie generală care e predicat intr-o propoziţie, b) Obiectul desemnat de expresia *cade* sub concept c) „Numărul nu este ceva fizic, dar nu este nici ceva subiectiv, nu este o reprezentare" Cuvintul „unu" este „nume propriu al unui obiect de cercetare matematică". Numerele *nu sînt concepte*, ci obiecte într-un sens special Ele nu pot fi atribuite nici indivizilor nici mulţimilor (aşa cum sînt atribuite conceptele obişnuite, de ex., „om"). d) Numerele nu sint nici concepte de concepte deoarece „formează numai o parte in ceea ce este enunţat, numărul individual apare ca un obiect de sine stătător" e) Existenţa este o proprietate a conceptelor de a avea una sau mai multe exemplificări. f) Frege critică pe cei care admit „construcţii ideale" (în particular Cantor). g) El admite printre obiecte valorile logice h) Termenii generali sint asimilaţi cu funcţiile (propoziţionale), de ex., om cu „*x* este om", altfel spus conceptul *om* este funcţia exprimată de expresia „*x* este om" i) Funcţiile sînt independente de gîndire şi limbaj. j) În propoziţiile generale cu subiect articulat (de ex., „Omul care a descoperit orbitele eliptice ale planetelor") se presupune existenţa unui *lucru (v. omul)*, chiar dacă o astfel de existenţă nu este asertată. Presupunem că aceste 10 propoziţii sînt suficiente pentru a ne forma o imagine despre concepţia lui Frege. Ar fi inutil să căutăm aci soluţia tuturor problemelor, căci multe întrebări legate de universal, de concepte rămîn fără răspuns Frege construieşte o ontologie a obiectelor abstracte în domeniul căreia intră, în orice caz, numerele, valorile logice, funcţiile şi din propoziţia 10 deducem că poate chiar conceptele universale *(v. omul)* Frege pare convins că el are de a face cu o realitate aparte, dar ezită să precizeze (sau pur şi simplu nu o face) ce fel de existenţă au obiectele abstracte şi conceptele. El nu poate fi asimilat cu Platon, Aristotel, Ockham, Roscelin, deci avem o nouă concepţie pe care am convenit s-o denumim *logico-matematică*. După Frege toţi marii ginditori din domeniul logicii se vor izbi de problema «entităţilor abstracte», a abstracţiilor şi conceptelor universale Problema este pusă mai general sau mai restrîns. Quine, de ex, referindu-se la *clase*, divide concepţiile in trei: (a) realismul (admite existenţa claselor), (b) conceptualismul (admite existenţa claselor numai cînd putem stabili alcătuirea lor), (c) nominalismul (se dispensează de ipoteza existenţei claselor). Desigur el are în vedere o redefinire a termenilor care desemnează cele trei concepţii. Carnap adoptă o poziţie explicit *metodologică* vorbind de „alegere" (în funcţie de eficienţă) şi nu de competiţie teoretică între el şi Frege, in *Semnificaţie şi necesitate* el se referă direct la problema universaliilor, discutînd despre *proprietăţi (v. metoda extensiunii si intensiunii)*. Aceasta este inovaţia cea mai importantă. Frege era convins că el *descrie (face teorie)*, Carnap e convins că elaborează o *metodă* între altele, el e un *pragmatic*.

Carnap facilitează astfel elaborarea unui punct de vedere dialectic asupra problemei, deşi cînd abordează direct chestiunea formulează poziţii in mare parte inacceptabile

Schiţăm în continuare punctul de vedere dialectic · a) Nu există o opoziţie *netă* între individual şi universal în realitate. Ceea ce numim individual este corelat prin *asemănări* cu alte lucruri individuale. O totalitate de asemănări formează latura *universală* a individualelor, b) Universalul există *în* şi *prin* individual. O proprietate universală depăşeşte individualul în sensul că există indivizi care posedă proprietatea *înainte*, *după* sau pur şi simplu *diferiţi* de individul dat. c) Conceptele (universale sau nu) sînt în primul rînd rezultatul *abstractizării* (reţinerii asemănărilor) şi *idealizării* (a simplificării în sensul că asemănarea aproximativă este tratată ca o asemănare *perfectă*). De ex., doi oameni se aseamănă întrucît sînt *raţionali* aproximativ în acelaşi fel, dar noi îi tratăm pur şi simplu ca *raţionali* neglijînd deosebiri care pentru individualizare pot fi necesare Desigur, *idealizarea* (*v* ) nu se reduce la atît, dar în contextul nostru este suficient Conceptele pot fi apoi obţinute pe cale pur *formală* (logică), dar în ultimă instanţă orice construcţie de concepţie se sprijină pe cele obţinute prin abstractizare şi idealizare d) Conceptele sînt, *în ultimă instanţă*, obţinute prin studiul realităţii şi *corespund* în anume sens realităţii, dar existenţa lor *ca atare* este mentală e) Ca orice există (indiferent dacă există în sens fizic sau mental) conceptele pot fi supuse cercetării, şi, în acest sens, ele apar ca *obiecte secunde*. f) În anumite condiţii noi putem trata *conceptele ca şi cum* ar avea *existenţă primă* deoarece aceasta *simplifică rezolvarea anumitor probleme* Acesta este însă numai un punct de vedere metodologic, pragmatic, provizoriu şi nu teoretic fundamental. Nu am nevoie pentru a vorbi despre numărul *doi* să mă gîndesc că el *redă* proprietatea mulţimii *de a avea două obiecte*, este suficient să presupun că *doi* este un *obiect* care are anumite proprietăţi în raport cu alte numere. Convertite în puncte de vedere metodologice se poate ca realismul, conceptualismul şi nominalismul să fie eficiente în anumite limite, prin aceasta însă nu vom confunda pragmaticul cu teoreticul şi nu vom degenera în concepţii filosofice false

**DOMENIU**, termen care desemnează o mulţime de entităţi, cu statut logic determinat, şi anume a) **d.** *de obiecte* al *teoriei* (*v* )/ ex mulţimea numerelor naturale pentru teoria numerelor naturale/, b) **d.** *de interpretare* n — uplu format din obiecte, operaţii, proprietăţi (în speţă, relaţii) pentru interpretarea unui sistem formal *(v interpretare)*, c) **d.** *al relaţiei* · mulţime de obiecte care constituie antecedentul unei relaţii (de ex , mulţimea indivizilor-taţi în relaţia *x* este tatăl lui *y (v relaţie)*), d) **d.** *al funcţiei* (sau *domeniul de definiţie al funcţiei*) mulţimea de obiecte din care se acordă valori variabilelor independente ale funcţiilor *(v funcţie)*, e) **d.** *de valori al funcţiei* : mulţimea din care o funcţie ia valori pentru valorile corespunzătoare acordate variabilelor independente *(v funcţie)*, f) **d.** *în sensul lui Carnap* clasa tuturor descrierilor de stare în care o propoziţie dată are loc este numită *domeniul* acelei propoziţii *(v. descriere de stare)*, g) **d.** *convers* (sau *codomeniu*) · mulţimea de obiecte care formează succedentul unei relaţii *(v relaţie)*, de ex , mulţimea fiilor în relaţia *x* este tatăl lui *y*. (V. iucă şi alţi termeni corespunzători).

**DOMENIU DE ACŢIUNE** (În teoria cuantificării), parte din formulă care conţine variabilele legate de un cuantor. Schematic : $QxA[x]B$, $Q$ — cuantorul, $A[x]$ partea care formează domeniul de acţiune, $B$ — restul formulei (poate fi şi *vidă*). De ex În formulele $\forall x(F(x) \rightarrow G(x))$ & $H(y)$, $\exists x(F(x) \vee G(x)$ **d. de a.** vor fi $F(x) \rightarrow G(x)$ pentru $\forall x$ şi respectiv $F(x) \vee \vee G(x)$ pentru $\exists x$. În primul caz, $B$ este $H(y)$, iar în al doilea este vidă, ceea ce înseamnă că **d. de a.** se întinde pînă la capătul formulei

**DOMENIU DE SEMNIFICAŢIE** (sau **DOMENIU DE VALORI**), sistem de entităţi (obiecte, operaţii, proprietăţi) din care expresiile unui limbaj iau semnificaţie (valoare). Astfel, expresiile din limbajul logic a cărui listă de bază este $p$, $q$, $r$, ... ; —, ∨; $x$, $y$, $z$, ... ; $F$, $G$, $H$, ..., ∀, ∃ iau semnificaţii (= valori) din domeniul (v, f; $a$, $b$, $c$, ... ; $P_1^*$, $P_2^*$, ... ; $f_1$, $f_2$; $Q_1$, $Q_2$, ...) unde: v, f sînt valori pentru $p$, $q$, $r$, ... şi orice schemă propoziţională (ex. $p(x)$); $a$, $b$, $c$, ... sînt valori pentru $x$, $y$, $z$, ... ; $P_1^*$, $P_2^*$, ... sînt valori pentru $F$, $G$, $H$, ... ; $f_1$, $f_2$, ... sînt operaţii corespunzătoare lui $p$ şi $\bar{p} \vee q$; $Q_1$, $Q_2$, . sînt funcţii corespunzătoare combinaţiilor $\forall x F(x)$, $\exists x\ F(x)$ ... (*v. interpretare, domeniu de interpretare*)

**DUALITATE**, relaţie de simetrie între două formule de acelaşi ordin astfel că una este obţinută din cealaltă prin înlocuirea simbolurilor cu simboluri de aceeaşi categorie în conformitate cu anumite reguli de înlocuire. Semnele care se schimbă între ele precum şi formula respectivă se numesc *duale*. Noţiunea este generalizată la logică din geometrie. Semnele *duale* (unul faţă de altul) sînt: a) v este dual cu f, b) orice variabilă propoziţională este duală cu sine (= autoduală), c) – este autoduală, d) & este dual cu ∨, e) → este dual cu $\overline{\leftarrow}$ (negaţia replicaţiei), f) ← este dual cu $\overline{\rightarrow}$, g) ↗ (anticonjuncţia) este dual cu ↙ (antidisjuncţia), h) = (echivalenţă) este dual cu ≠ (excluderea), i) ∀ este dual cu ∃. Dacă o formulă este obţinută din alta conform cu regulile din clasa a –i, sau şi prin utilizarea definiţiei unor semne atunci ea se va numi duala formulei iniţiale. Dacă prin $A$ notăm o formulă atunci duala obţinută din ea convenim s-o notăm prin $A^*$. Invers, $A$ va fi duala lui $A^*$. De ex. „$(p \vee q)$ & $r$" este duală cu $(p$ & $q) \vee r$", „$p \rightarrow q$" este duală cu „$(p \overline{\leftarrow} q)$", „$\forall x\ F(x)$" este duală cu „$\exists x\ F(x)$". Dacă unele din semnele de mai sus sînt introduse ca „prescurtări" (de ex. „$p$" pentru „$\bar{\bar{p}}$") atunci putem obţine pentru aceeaşi formulă mai multe duale. Convenim să numim duala obţinută conform cu regulile a–i, „duala principală". Două formule care sînt reciproc duale principale au aceeaşi *formă*. De ex. „$(p \vee q)$ & $r$" şi „$(p$ & $q) \vee r$" au forma $(A * B) \circ C$.

Pot fi formulate multe metateoreme în legătură cu **d.** dintre care cele mai importante ţin de *principiul dualităţii (v)*. Reţinem aici metateoremele: a) Duala dualei lui $A$ este identică cu $A$ (formulă valabilă pentru duala principală). Simbolic: $A^{**} = A$, b) Două formule care sînt duale cu a treia sînt echivalente între ele, c) Matricele (de adevăr) a două formule duale sînt duale, d) Duala unei formule universal-valabile (tautologie) este o formulă irealizabilă (inconsistentă, contradictorie).

# E

**E.** 1) simbol pentru judecata universal-negativă („nici un $S$ nu e $P$"). 2) simbol pentru judecăţile modale cu modusul afirmativ şi dictumul negativ (ex. „Este posibil $\bar{p}$")

**ECHIPOLENŢA MODALELOR.** În logica tradiţională modalele au fost dispuse în patru clase de *echivalenţă* (sau echipolenţă) Echipolenţa este sinonimia propoziţiilor. Iniţial „posibilul" şi „contingentul" nu sînt bine diferenţiate astfel că propoziţia de posibilitate (Este posibil ca $S$ să fie $P$) apare ca echipolentă cu propoziţia de contingenţă (Este contingent ca $S$ să fie $P$). Ca urmare, cuvintele mnemotehnice folosite *Purpurea, Iliace, Amabimus, Edentuli* reflectau această situaţie. Aceste cuvinte au următoarele semnificaţii vocalele *a, e, i, u* reprezintă modalităţile clasificate după *modus* şi *dictum* (*A*, *E*, *I*, *U*), iar ordinea lor în cuvînt corespunde cu ordinea modalităţilor. *posibil, contingent, imposibil şi necesar.* (Astfel, considerînd cuvîntul *Purpurea* avem următoarele patru propoziţii echipolente (în ordinea în care sînt indicate în cuvînt) · Nu este posibil ca $S$ să nu fie $P$; Nu este contingent ca $S$ să nu fie $P$, Este posibil ca $S$ să nu fie $P$; Este necesar ca $S$ să fie $P$.

Analog cu celelalte cuvinte. Cînd prin „contingent" s-a înţeles pur şi simplu *nenecesarul* a doua vocală (corespunzător contingentului) s-a schimbat astfel că s-au obţinut cuvintele *Purpirea, Iluace, Amebimus, Edantuli.* Cele patru propoziţii din *Purpirea* vor fi acum: Nu este posibil ca $S$ să nu fie $P$, Nu este contingent ca $S$ să fie $P$, Este imposibil ca $S$ să nu fie $P$, Este necesar ca $S$ să fie $P$. Diferenţa de sens între „Nu este contingent ca $S$ să nu fie $P$" din *Purpurea* şi „Nu este contingent ca $S$ să fie $P$" din *Purpirea* este evidentă. În primul caz, sensul ar putea fi redat astfel „Nu *se întîmplă* să nu fie", iar în al doilea, „Nu este *întîmplător* să fie" Una este „a se întîmpla" şi alta e „întîmplător" *A se întîmpla* se referă la fenomen, *întîmplător* se referă la natura fenomenului. Cu alte cuvinte, „se întîmplă" înseamnă *are loc undeva şi cîndva,* iar „întîmplător" înseamnă *prin natura sa nu este necesar.* Ulterior „contingentul" a fost definit ca posibilitate bilaterală (este posibil $p$ şi este posibil non-$p$)· (v *clasificarea judecăţilor modale*).

**ECHIREFERENTĂ,** relaţie între expresiile care au acelaşi denotat (referent). Astfel *Om* şi *Animal raţional* sînt expresii echireferente.

**ECHIVALENŢA MULŢIMILOR,** relaţie de corespondenţă între două mulţimi $A$ şi $B$ astfel că fiecărui element din $A$ îi corespunde un şi numai un element din $B$ şi fiecărui element din $B$ îi corespunde un şi numai un element din $A$. Simbolic se notează cu $\sim$ şi se defineşte astfel.

$$A \sim B = \exists R \{\forall x\, (x \in A \rightarrow \exists y\, (y \in B \,\&\, xRy))\, \&$$

$$\forall y\, (y \in B \rightarrow \exists x\, (x \in A \,\&\, xRy))\, \&\, \forall x\, y\, z\, (((x\, R\, z \,\&$$

$$y\, R\, z) \rightarrow x = y))\, \&\, ((x\, R\, y \,\&\, x\, R\, z) \rightarrow y = z))\}$$

Astfel, mulțimile

$$A = \{1, 2, 3\}$$

și

$$B = \{5, 6, 7\}$$

sînt biunivoce.

Despre două mulțimi $A$, $B$, care sînt echivalente ($A \sim B$) se mai spune că sînt *echipolente* sau *echipotente* sau *egale* sau, pur și simplu, că se află in *corespondență biunivocă*. Relația de biunivocitate joacă un rol fundamental în matematica și logica contemporană. Prin intermediul ei se definesc infinitul, *numărul cardinal* și alte noțiuni importante. Nu trebuie să se confunde biunivocitatea cu funcția biunivocă (= bijectivă). Funcția biunivocă presupune, în plus, că se determină care elemente din $A$ și $B$ își corespund.

**ECHIVALENȚA PROPOZIȚIILOR,** termen sistematic ambiguu prin care desemnăm a) propozițiile de forma „$p$ dacă și numai dacă $q$", b) implicația inferențială reciprocă ($p \rightleftarrows q$), c) funcția de adevăr a echivalenței ($p = q$), d) operatorul echivalenței ($=$, $\Leftrightarrow$, $\equiv$). Echivalența este o relație de echivalență în sensul general al teoriei relațiilor. Convenim s-o reprezentăm prin $\Leftrightarrow$ cînd nu se specifică altfel.

(1) $p \Leftrightarrow p$

(2) $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$

(3) $((p \Leftrightarrow q) \& q \Leftrightarrow r) \Rightarrow (p \Leftrightarrow r)$

Apoi avem proprietățile:

(4) $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (\bar{q} \Leftrightarrow \bar{p})$

(5) $p \vee (q \Leftrightarrow r) \equiv (p \vee q) \Leftrightarrow (p \vee r)$

**ECHIVALENȚA RELAȚIILOR** — simbolic $R \Leftrightarrow Q$ — se definește $R \Leftrightarrow Q = \forall x \forall y\, (x\, R\, y \Rightarrow x\, Q\, y \,\&\, x\, Q\, y \Rightarrow x\, R\, y)$.

Exemplu: $x$ este mai în vîrstă ca $y$ și $x$ s-a născut înaintea lui $y$ sînt relații echivalente.

**ECHIVALENȚĂ DEDUCTIVĂ.** Două formule $A$ și $B$ sînt deductiv echivalente într-un sistem axiomatic dacă și numai dacă din axiomele lui $S$ și $A$ se deduce $B$ și din axiomele lui $S$ și $B$ se deduce $A$ Fie $\Gamma$ mulțimea axiomelor lui $S$. Atunci definim **e. d.** pe scurt astfel: $A$ este deductiv echivalent cu $B =$ df $\Gamma \& A \vdash B$ și $\Gamma \& B \vdash A$. **E. d.** (în $S$) nu trebuie confundată cu *echivalența logică* (în $S$). Două formule $A$, $B$ sînt *logic echivalente* în $S$ dacă și numai dacă $A = B$ este deductibilă în $S$. În unele limbi pentru astfel de echivalență se folosește cuvîntul corespunzător termenului „traductibilitate", acest termen amintește de *sinonimie* și în acest sens nu e de preferat Există apoi *echivalență logică relativă la regulile de transformare* Aceasta nu depinde de sistemul de axiome. Nu toate regulile de deducție sînt reguli de transformare echivalentă (*v. reguli de deducție*) Formulele „$p \vee \bar{p}$" și „$q \vee \bar{q}$" sînt echivalente în $S$ (de ex., în $H$-$A$), dar ele nu sînt echivalente relativ la regulile de transformare (căci substituția nu este o regulă de transformare echivalentă) Relația între cele trei feluri de echivalențe este următoarea. Dacă $A$, $B$ sint logic echivalente (prin transformare) atunci ele sînt și logic echivalente în $S$ și **e. d.** Pe de altă parte, dacă $A$ și $B$ sînt **e. d.** nu rezultă că ele sint și logic echivalente. Notînd relațiile de echivalență în ordine astfel: $A \equiv_1 B$ (sinonimie), $A \equiv_2 B$ (echivalență-logică), $A \equiv_3 B$ (echivalență

logică în $S$), $A \equiv_4 B$ (echivalență deductivă $S$) Vom putem scrie pe scurt relațiile · a) $A \equiv_1 B \Rightarrow A \equiv_2 B$, b) $A \equiv_1 B \Rightarrow A \equiv_3 B$, c) $A \equiv_1 B \Rightarrow$ $\Rightarrow A \equiv_4 B$, d) $A \equiv_2 B \Rightarrow A \equiv_3 B$, e) $A \equiv_2 B \Rightarrow A \equiv_4 B$, f) $A \equiv_3 B \Rightarrow$ $\Rightarrow A \equiv_4 B$. Reciprocele nu sînt adevărate. Cazuri de **e. d.**: a) oricare două formule netautologice ale calculului propozițiilor sînt deductiv echivalente, b) orice formulă $A$ care conține una sau mai multe variabile individuale este deductiv echivalentă cu formula $A^*$ care se obține din $A$ dacă toate variabilele individuale sau o parte din ele sînt cuantificate cu $\forall$ pus în fața formulei, c) forma normală Skolem a unei formule $A$ este deductiv echivalentă cu aceasta.

**ECHIVALENȚĂ EXTENSIONALĂ,** relație între expresii cu aceeași extensiune. Două expresii sînt extensional echivalente cînd au aceeași extensiune. Două definiții sînt extensional echivalente cînd *definitorii* lor sînt extensional echivalenți. Astfel, „animal capabil să construiască unelte'' și „animal rațional'' sint două expresii extensional echivalente. În acest caz, expresiile sint și *logic echivalente* căci *raționalitatea* și *capacitatea de a construi* unelte se implică reciproc. În alte cazuri însă **e. e.** nu este și echivalență logică. În schimb, orice echivalență logică implică **e. e.**

**ECHIVOCAȚIE,** eroare materială care decurge din caracterul echivoc al expresiilor *(v. erori în demonstrație)*.

**EFECTIVITATE,** cerința pentru sistemele logice definită astfel există metode efective pentru a determina respectiv dacă: (a) un simbol face parte din simbolurile inițiale, (b) o formulă este sau nu corect construită, (c) o formulă este sau nu axiomă, (d) se deduce sau nu imediat o formulă din premise date cu ajutorul regulilor de deducție „Noțiunea de demonstrație este efectivă în sensul că pentru o secvență de formule dată se poate stabili dacă este sau nu o demonstrație'' (A. Church) Pentru noțiunea de „teoremă'' nu există o astfel de metodă, deci nu e efectivă. Noțiunea de **e.** este identică cu noțiunile de *calculabilitate, algoritmicitate* și *mașinizabilitate*. Vorbim, de asemenea de „metodă afectivă'', *algoritm* (*v.*) și *metodă de calcul (v. calcul)*.

**ELEMENTAR,** predicat despre un obiect $x$ în raport cu o proprietate $P$, $x$ este elementar dacă pentru nici o parte $y$ a lui $x$ nu are loc $P(y)$. De ex , atomul este **e.** în raport cu proprietățile chimice

**ELEMENT MAXIMAL** *v. element minimal.*

**ELEMENT MINIMAL,** element special într-o mulțime ordonată de o relație slabă de ordine ($\leqslant$), definit astfel . $a$ este minimal în $A$ dacă și numai dacă

$$\forall x\ (x \leqslant a \Rightarrow x = a) \ \text{(unde } x \in A\text{)}$$

Opusul său este *elementul maximal* care se definește astfel . $a$ este maximal în $A$ dacă și numai dacă

$$\forall x\ (x \geqslant a \Rightarrow x = a) \ \text{(unde } x \in A\text{)}$$

Astfel, în mulțimea potențială $P(A)$ (considerată fără Ø) mulțimile singulare vor fi minimale, iar mulțimea $A$ este maximală. Mai concret, dacă avem mulțimea

$$A \equiv \{a, b\} \text{ cu}$$

$$P_1(A) \equiv \{\{a\}, \{b\}, \{a, b\}\}$$

(unde $P_1(A)$ este $P(A)$ fără Ø), mulțimile $\{a\}$ și $\{b\}$ sînt minimale, iar mulțimea $\{a, b\}$ este maximală. Relația $\leqslant$ va fi relația de incluziune ($\subset$).

Se vede că singura mulţime inclusă în $\{a\}$ este ea însăşi, la fel singura mulţime inclusă în $\{b\}$ este ea însăşi, ca urmare au loc relaţiile

$$\{a\} \subset \{a\} \text{ şi deci } \{a\} \equiv \{a\}$$

$$\{b\} \subset \{b\} \text{ şi deci } \{b\} \equiv \{b\}$$

În ce priveşte elementul maximal se observă că au loc relaţiile

$$\{a, b\} \subset \{a, b\} \text{ şi deci } \{a, b\} \equiv \{a, b\}$$

**ELEMENT NEUTRU,** element dintr-o mulţime care în raport cu o operaţie * satisface următoarea proprietate: $\exists ! e \forall a (e * a = a * e = a)$, (unde $=$ este o relaţie de echivalenţă, *e* **e. n.** şi *a* un element oarecare din mulţimea dată) De ex. în mulţimea *Z* (numere întregi) zero este **e. n.** în raport cu operaţia de adunare: $a + 0 = 0 + a = a$. În logică, adevărul (**v**) este **e. n.** în raport cu echivalenţa $(=)$: $(p = \text{v}) \equiv (\text{v} = p) \equiv p$. Tot în logică, falsul (**f**) este **e. n.** în raport cu operaţia de excludere $(\neq)$: $(p \neq f) \equiv (f \neq p) \equiv p$. **E. n.** se bucură de proprietatea de *unicitate*, căci într-o mulţime există un singur element care este neutru în raport cu o operaţie (dacă el există în genere).

**ENDOMORFISM.** *Omomorfismul (v.)* lui *A* în *A*.

**ENS RATIONIS** (lat „entitate raţională").

**ENTIMEMA,** silogism obţinut prin omiterea unei judecăţi (deci, un silogism prescurtat, *eliptic*). Iată **e.** obţinute în legătură cu modul *Barbara (v.)*, date în formă stilizată. a) Filozofii sînt muritori deoarece toţi oamenii sînt muritori, b) Filosofii sînt muritori deoarece sînt oameni, c) Toţi oamenii sînt muritori, or filosofii sînt oameni În a) lipseşte premisa minoră, în (b) lipseşte premisa majoră, iar în (c) conclnzia. Judecăţile omise sînt subînţelese. **E.** este o formă pragmatică de raţionament caracterizată prin economicitate şi putere de sugestie. Stilistic se poate ajunge la comprimări şi mai mari, de ex., forma (a) poate fi exprimată eliptic astfel: „om deci muritor". Problema ordinii judecăţii în **e.** este, ca şi problema ordinii în silogismele stilizate, de ***natură pragmatică***. De ex., accentul se poate pune pe concluzie sau pe explicarea ei. În (a) accentul este pus pe explicare, dar noi putem s-o reformulăm astfel: toţi oamenii sînt muritori şi ***deci***, filosofii sînt muritori, şi atunci accentul cade pe concluzie Reconstituirea silogismului complet este necesară cînd vrem să probăm valabilitatea logică a **e.**

**ENTITĂŢI ABSTRACTE,** laturi, proprietăţi, genuri tratate metodologic ca existente de sine stătător (fără supoziţia unui suport fizic) De ex., numerele pot fi astfel considerate, la fel valorile logice ş.a (*V.* şi *Doctrina universalelor*, *Obiecte abstracte*, *Obiecte ideale*)

**EO IPSO** (lat. „ca urmare a acestuia"), expresie de legătură logică.

**ε-OPERATOR,** operator introdus de Hilbert în locul *operatorului descripţiei* (ι-operator) (*v.*) Are un caracter mai general decît ι-operator. Termenii compuşi cu astfel de operator au forma $\varepsilon_x A(x)$, şi intuitiv înseamnă: acel lucru pentru care expresia $A(a)$ se realizează, dacă ea se realizează în principiu pentru vreun obiect Hilbert introduce operatorul prin axioma (1) $A(a) \rightarrow A(\varepsilon_x A(x))$ ($\varepsilon A(x)$ se poate prescurta $\varepsilon(A)$). Tot prin acest operator se definesc cuantorii (2) $\forall x A(x) = A(\varepsilon_x(\bar{A}(x))$, (3) $\exists x A(x) = A(\varepsilon_x(A(x))$ Din (1)—(3) se deduc formulele (4) $\forall x A(x) \rightarrow \rightarrow A(a)$, (5) $\overline{\forall x} A(x) \rightarrow \exists x \overline{A(x)}$, (6) $\overline{\exists x} A(x) \rightarrow \forall x \bar{A}(x)$. Dacă $A$ se realizează pentru un singur lucru *a* atunci putem scrie $a = \varepsilon_x A(x)$. Dacă $A$ se realizează pentru mai multe lucruri atunci ε joacă rolul de funcţie de selecţie şi $\varepsilon_x A(x)$ reprezintă pe un oarecare *a* din mulţime pentru care

$A(x)$ se realizează. Pentru introducerea lui $\varepsilon$ Hilbert se slujeşte provizoriu de un simbol $\eta$ pe care apoi îl elimină. Aceasta corespunde cu concepţia sa că unele simboluri pot fi folosite numai provizoriu pentru a putea introduce altele.

**EPIHEREMA,** lanţ de silogisme în care premisele sînt *entimeme* (*v.*). Iată o formă:

| |
|---|
| Toţi $B$ sînt $C$, deoarece toţi $B$ sînt $D$ |
| Toţi $A$ sînt $B$, deoarece toţi $A$ sînt $E$ |
| Toţi $A$ sînt $C$. |

Formă completă şi e. corespunzătoare:

| | |
|---|---|
| Toţi $D$ sînt $C$ | . . . . . . . . . . . |
| Toţi $B$ sînt $D$ | Toţi $B$ sînt $D$ |
| Toţi $B$ sînt $C$ | Toţi $B$ sînt $C$ |
| Toţi $E$ sînt $B$ | . . . . . . . . . . . |
| Toţi $A$ sînt $E$ | Toţi $A$ sînt $E$ |
| Toţi $A$ sînt $B$ | Toţi $A$ sînt $B$ |
| Toţi $B$ sînt $C$ | . . . . . . . . . . . |
| Toţi $A$ sînt $C$ | Toţi $A$ sînt $C$ |

**EPIMORFISM.** *Omomorfism* (*v.*) surjectiv.

**ERGO** (lat. „prin urmare"), cuvînt de legătură (ex. *cogito ergo sum*).

**EROAREA ACCENTULUI,** ambiguitate provenită din modul în care este pus accentul sau din modul în care este plasat cuvîntul în propoziţie. Jevons dă un exemplu din *Biblie* din *Cartea regilor* (Cap. XIII). „Şi a zis fiilor săi: 'Puneţi-mi şaua pe măgar!' Şi l-au înşeuat *pe el*".

**EROAREA AFIRMĂRII CONSECVENTULUI,** raţionament eronat de forma $A \rightarrow B$, $B$, deci $A$. Ex. „dacă cineva ţine o sursă de căldură lîngă termometru atunci mercurul se dilată", „mercurul se dilată prin urmare, cineva ţine o sursă de căldură lîngă termometru". Or s-ar putea să fie alta cauza dilatării. Altă formă eronată se bazează pe faptul că implicaţia nu e necesară.

**EROAREA COMPOZIŢIEI,** eroare materială de tipul echivocaţiei. Se consideră ca adevărat „pentru întreg" ceea ce este are loc doar pentru părţi luate separat sau distributiv. Uneori eroarea e datorată confuziei între sensul „distributiv" şi „colectiv" al cuvîntului „toţi". Exemplu: Toate unghiurile triunghiului sînt mai mici de 180°, $A$, $B$, $C$ sînt *toate* unghiurile triunghiului. $A$, $B$, $C$ sînt (împreună) mai mici de 180°. O altă eroare îşi are sursa în considerarea întregului ca sumă a părţilor.

| |
|---|
| Divizia A constă din regimentele I, II şi III |
| Regimentele I, II şi III sînt bine organizate |
| Divizia A este bine organizată. |

Este posibil ca părţile (regimentele) să fie bine organizate şi totuşi întregul (divizia) să nu fie bine organizat.

Alt exemplu Teoria este formată din propozițiile $P_1$, $P_2$, $P_3$. Propozițiile $P_1$, $P_2$, $P_3$ sînt fiecare consistente. Teoria respectivă este consistentă Or este posibil ca fiecare propoziție, în parte, să fie consistentă și totuși întregul să nu formeze o teorie consistentă
Un exemplu vizează probabilitatea: „de la probabilitatea mare a părților se trece la probabilitatea mare a întregului". Este cazul unei echipe de fotbal constituită din „vedete". Fotbalistul 1 este foarte bun trăgător la poartă Fotbalistul 2 este foarte bun trăgător la poartă . . . . . . . . . Fotbalistul 3 este foarte bun trăgător la poartă Echipa formată din fotbaliștii 1—9 are o mare probabilitate de a marca gol.

**EROAREA DISJUNCȚIEI IMPERFECTE,** raționament eronat, de formele următoare, a) se confundă disjuncția neexclusivă cu disjuncția exclusivă („*x* este student sau *x* este sportiv, *x* este student, prin urmare *x* nu este sportiv"), b) disjuncția exclusivă nu este completă („*x* este european sau asiatic; or *x* nu este european, prin urmare *x* este asiatic") În primul caz, disjuncția fiind neexclusivă din negarea unui termen nu se poate deduce afirmarea celuilalt, în al doilea caz disjuncția nefiind completă din negarea unui termen nu se poate deduce afirmarea celuilalt. Pentru primul caz există două forme eronate $A \vee B,\ A \vdash \bar{B}$; $A \vee B,\ \bar{A} \vdash B$, pentru al doilea caz există o singură formă eronată $A + B,\ \bar{A} \vdash B$, unde pe lîngă $A$ și $B$ există și alți membri.

**EROAREA DIVIZIUNII,** „ceea ce este adevărat despre întreg este adevărat despre părți" sau „de la sensul colectiv la sensul distributiv", este inversă compoziției

Toți studenții formează 1% din populație
Popescu este student

---

Popescu formează 1% din populație.

În prima premisă „toți" are sens colectiv, în a doua — sens distributiv.

Juriul a dat un verdict just
Ionescu este un membru al juriului

---

Ionescu a dat un verdict just

În prima premisă „juriul" este luat în sens colectiv (în care decide majoritatea), în a doua premisă sensul este distributiv Ionescu poate să fie membru al juriului și să nu facă parte din *majoritatea* care a decis just.

**EROAREA NEGĂRII ANTECEDENTULUI,** raționament eronat, de forma $A \rightarrow B,\ \bar{A}$, deci $\bar{B}$ Ex. „dacă răspunzi bine la examen atunci treci, nu răspunzi bine la examen, deci nu treci". Se presupune că răspunsul bun la examen este singura condiție pentru a trece, ceea ce nu e totuși general valabil Altă formă eronată se bazează pe faptul că antecedentul este condiție suficientă, dar nu și necesară, „dacă ai fost la fața locului știi ce s-a întîmplat, or n-ai fost la fața locului nu știi ce s-a întîmplat".

**EROAREA NON SEQUITUR,** constă în faptul că concluzia nu decurge cu adevărat din premisele indicate (în ciuda eventualei aparențe).

Exemplu

Oricine dorește fericirea,
Oamenii virtuoși sînt fericiți

---

Deci oricine dorește virtutea.

Concluzia „decurge aparent" din cauza aparentei relații de identitate între „a fi virtuoși" și „a fi fericit"

**EROAREA OBIECȚIUNILOR,** înseamnă „a arăta că există obiecțiuni împotriva unui plan, teorie sau sistem și de aci se infereazā că trebuie respinse" (R. Whately). În realitate nu decurge decît că ideea, teoria etc nu pot fi mai mult acceptate decît respinse cîtă vreme *există* obiecții. Este un mod de a gîndi conservator, folosit adesea pentru respingerea ideilor noi

**EROAREA OBVERSIUNII SAU CONVERSIUNII ILOGICE** a) în cazul *obversiunii* avem o eroare datorită înțelegerii greșite a primei propoziții. Astfel, se trece greșit de la „cinstea este totdeauna o bună politică" la „necinstea este totdeauna o rea politică" sau de la „nici unui străin nu-i este permis să voteze" la „tuturor cetățenilor le este permis să voteze". În ambele cazuri înțelesul propozițiilor nu este exact surprins b) În ce privește *conversiunea* se confundă frecvent, din cauza unei aparente legături reciproce generale între termeni, conversiunea prin accident cu cea simplă. Astfel, aparent putem trece de la „toți oamenii curajoși sînt generoși" la „toți oamenii generoși sînt curajoși". Impresia că termenii „curajos" și „generos" se implică reciproc este cauza raționamentului prin conversiune greșit. Este necesar să înțelegem exact înțelesul termenilor și relațiile dintre termeni și apoi să efectuăm operația logică.

**EROAREA „PRIN ACCIDENT",** eroare materială de echivocație, constă în confuzia dintre proprietățile esențiale și cele accidentale, între „adevărat prin definiție" și „adevărat prin accident", altfel spus, se confundă ceea ce ține „de principii" cu ceea ce ține „de circumstanțe". Eroarea are două forme: a) directă sau simplă (lat *a dicto simpliciter ad dictum secundum quid*), b) conversă (lat. *a dicto secundum quid ad dictum simpliciter*). Prima constă în a consideră că „ceea ce este adevărat despre un lucru, în general, este adevărat despre el în circumstanțe accidentale sau speciale" A doua constă în a consideră că „ceea ce este adevărat despre un lucru în anumite condiții sau prin accident poate fi adevărat în general (relativ la natura lucrului)". Exemplu. Toți oamenii sînt raționali, prin urmare un om beat se comportă rațional.

Exemplu. Vinul este o băutură bună, prin urmare, vinul este bun pentru un om bolnav de ficat.

În aceste două exemple se comite prima eroare („accident direct"). Pentru „accidentul convers" vom considera exemplul Popescu a vorbit foarte bine la cursul de deschidere, prin urmare, Popescu este un bun vorbitor.

Sursa ambelor erori este că nu se ține seama de „circumstanțele speciale" în care aplicăm ceea ce se consideră „în principiu". Nu se are în vedere că noi considerăm lucru *dintr-un punct de vedere* atunci cînd ne raportăm la natura lui și din *alt punct de vedere* cînd îl luăm în anumite circumstanțe.

**EROR FACTI** (lat. „eroare de fapte"), termen utilizat în domeniul dreptului, opus erorii de formă (v. *eror juris*).

**EROR FUNDAMENTALIS** (lat. „eroare fundamentală"), eroare materială în demonstrație, constă în a porni de la premise false.

**EROR IN FORMA** (lat. „eroare în formă"), eroare care ține de formă (logică, juridică), nu de fapte, de esență.

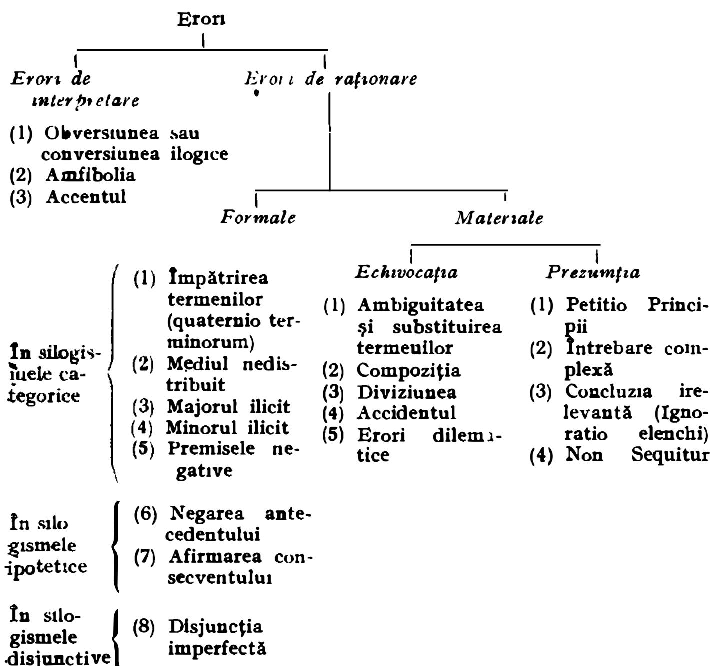
**EROR IN RE** (lat. „eroare în esență"), termen care exprimă o eroare aflată în natura celor discutate, în fapte, nu în formă (v *Eror in forma*).

**EROR JURIS** (lat „eroare de drept"), termen utilizat în domeniul dreptului

**ERORI DILEMATICE**, erori materiale în demonstraţie (v. *Dilema*).

**ERORI FORMALE**, erori care constau din încălcarea regulilor raţionamentului (în particular, a regulilor silogismului).

**ERORI ÎN DEMONSTRAŢIE**, operaţii de gîndire care aparent sînt demonstraţii corecte logic dar care în realitate încalcă regulile logice. Deoarece ele au caracter *tipic* logica formală le-a studiat şi le-a clasificat. Una dintre schemele de clasificare a **e.** în **d.** (după J. E Creighton) este următoarea




Erorile pot să fie comise în mod conştient şi atunci avem de-a face cu *sofisme* sau inconştient şi atunci avem *paralogisme*. Erorile de *interpretare* ţin de înţelegerea greşită a termenilor şi propoziţiilor. Erorile *formale* vizează încălcarea regulilor silogismelor, iar cele *materiale* vizează încălcarea principiilor relative la conţinutul termenilor şi propoziţiilor. Pentru fiecare tip de eroare în parte a se vedea termenii corespunzători.

**ERORI MATERIALE**, erori în demonstraţie care provin din *materia* raţionamentului nu din *formă*.

Toate **e. m.** provin din echivocitate sau prezumţie. Prin urmare ele încalcă următoarele două principii: a) termenii sînt univoc definiţi pe tot parcursul raţionamentului (este o formă a principiului identităţii), b) concluzia să fie întemeiată şi nu simplu presupusă *(v. principiul raţiu-*

*nu suficiente)*. Dintre e. m. fac parte: ambiguitatea şi substituirea termenilor, compoziţia, diviziunea, accidentul şi erorile dilematice

**ERORILE DIN PREZUMŢIE**, erori provenite din presupuneri (sau acceptări) ilicite în argumentare. Există cel puţin trei asemenea erori: a) *petitio principii* şi *întrebarea complexă*, b) *non sequitur*, c) *concluzia irelevantă*.

**ET INCUMBIT PROBATIO, QUI DICIT NON QUI NEGAT** (lat. „sarcina demonstrării revine celui care afirmă, nu celui care neagă") *(v. argumentare)*.

**EXCEPTIO PROBAT REGULA** (lat „excepţia confirmă regula"), maximă metodologică.

**EX CONTINGENTE NECESSARIUM** (lat. „a face din contingent necesar"), eroare de conţinut (v. *Contingent*, *Necesar*)

**EX CONTRARIO** (lat. „prin contrariu"), metodă de demonstraţie prin presupunerea opusului.

**EX FALSO QUODLIBET** (lat „din fals orice"), denumire pentru legea $[\bar{A} \rightarrow (A \rightarrow B)]$.

**EXISTENŢĂ** (în logică), termen cu două semnificaţii: **1. E.** *logică* şi **2. E.** *factuală*. E. *logică* este definită ca necontradicţie logică. A exista în logică = a fi necontradictoriu (Hilbert). Avînd în vedere faptul că posibilitatea logică se defineşte adesea tot ca necontradicţie logică, rezultă că în acest sens a exista (logic) = a fi posibil logic. În matematică demonstraţia de e. se poate face pe două căi: **1.** prin absurd sau **2.** prin indicarea exemplului. De aci rezultă că în textele matematice nu se distinge exact între e. *logică* şi e. *factuală* (factual nu trebuie înţeles neapărat ca fizic) Ce este e. *factuală*? În primul rînd, au e. *factuală* (= de fapt) obiectele fizice (determinabile în spaţiu şi timp), în al doilea rînd, au e. *factuală* şi construcţiile abstracte determinate în raport cu noţiuni mai generale pe care le exemplifică Evident, în acest sens *factual* are un sens relativ. Astfel, numărul 2 este o exemplificare a numărului natural. E. *factuală se indică*, e. *logică se demonstrează*. Cînd spunem „există $x$ astfel că $x + a = a$" noi putem să demonstrăm e. lui $x$ (caz în care „a exista $x$" = „a fi demonstrabil") sau să-l indicăm. Exemplificarea *inexistenţei logice* cu fiinţe imaginare nu este totdeauna reuşită De ex., *centaur* nu este o imposibilitate logică, este doar o absenţă factuală. Care sînt relaţiile între e. logică şi cea factuală? Să le notăm cu $E_L$ şi $E_F$ (1) $E_F \Rightarrow E_L$ (2) $\overline{E}_L \Rightarrow \overline{E}_F$, (3) $E_L \Rightarrow F_F$? (4) $\overline{E}_F \Rightarrow \overline{E}_L$? Relaţiile (3) şi (4) trebuie să fie înţelese ca nedeterminate (= poate să fie e. *factuală* sau poate să nu fie (3), poate să nu fie e. *logică* sau să fie (4)). Uneori prin e. se înţelege adevărul. De ex. cînd se vorbeşte de e. *matematică* se are în vedere acelaşi lucru cu „adevărul matematic".

**EX MERE NEGATIVUS NIHIL SEQUITUR** (lat. „numai din propoziţii negative nu urmează nimic") *(v. silogism simplu)*.

**EX MERE PARTICULARIBUS NIHIL SEQUITUR** (lat. „numai din propoziţii particulare nu urmează nimic" *(v. silogism simplu)*

**EX NIHILO NIHIL** (lat. „din nimic nimic"), principiu care exprimă într-o formă indirectă faptul că nimic nu există fără cauză şi că din ceea ce nu există nu poate să apară ceva ce există (= din nimic nu poate urma nimic) Este îndreptat şi împotriva ideii religioase conform cu care „lumea a fost făcută din nimic". Poate fi corelat cu principiul transformării şi conservării materiei şi energiei, din fizică.

**EX OPPOSITIO** (lat. „prin opoziţie"), metodă de demonstraţie prin presupunerea opusului *(v. Reductio ad absurdum)*.

**EXPERIMENTUM CRUCIS** (lat. „experiment crucial"), experiment care confirmă sau infirmă în mod decisiv o ipoteză.
**EXPLICATIVAE DEFINITIONES** (lat. „definiţii explicative") *(v. definiţie nominală)*.
**EXPLICAŢIE 1.** *(A unei expresii)*, operaţie prin care o expresie *(explicatul)* este înlocuită cu una sinonimă mai clară şi mai precisă *(explicantul)*, **2.** *(E. cauzală)*, determinarea cauzei unui fenomen, **3.** (E. *logică*) justificarea logică a unei propoziţii, **4.** (E. *teleologică*), justificarea prin scop a unei decizii sau acţiuni, **5.** (E. *nomologică*) justificarea faptelor prin legi, **6.** *(E. de concepte)* desvăluirea conţinutului conceptelor.
**EX POST FACTO** (lat. „de după fapte"), ceea ce vine după parcurgerea faptelor.
**EXPRESIE**, unitate sintactico-semantică caracterizată prin formă proprie şi semnificaţie independentă. E. poate fi definită *pur sintactic* prin *regulile de formare* (*v.*). În acest sens, vom înţelege prin **e.** ceva relativ la limbaj, adică **e.** *în L*. Formal, ceva poate să fie **e.** într-un limbaj, dar nu în altul. Există două feluri de **e.**: *termeni* (*v.*) şi *propoziţii* (*v.*). Pentru termeni funcţia principală este *denominativa*, pentru propoziţie funcţia principală este *informativă* (judicativă). E. sînt studiate logic din punctul de vedere al structurii logice şi tipului de semnificaţie. *(V. şi Limbaj formalizat, Limbaj simbolic)*
**EXTENSIUNE**, termen introdus de *Logica de la Port Royal* (*v.*) împreună cu termenul de *comprehensiune* pentru a caracteriza ideile generale (sau termenii generali). **E.** unui termen general este totalitatea lucrurilor la care se poate aplica. Comprehensiunea ideii (sau termenului general) este totalitatea atributelor pe care le cuprinde (qu'elle enferme en soi). William Hamilton (sec. 19) înlocuieşte „comprehensiune" cu „intensiune". *(V. şi Intensiune)*.
În *Logica de la Port Royal* se mai afirmă că **e.** poate fi restrînsă „fără a distruge ideea", dar atributele din comprehensiune nu pot fi restrinse fără a nu distruge ideea. Rămîne neclară problema dacă **e.** se referă la specii sau la indivizi. Este evident că comprehensiunea cuprinde numai notele *esenţiale*. Distincţia corespunde cu traducerile în diferite limbi ale cuvintelor *sfera* şi *conţinutul* noţiunii (de ex. în germană *Umfang* şi *Inhalt*). J. S. Mill a introdus distincţia între componentele semnificaţiei termenului, *denotaţie* şi *conotaţie*. Mulţi autori au identificat **e.** termenului cu *denotaţia*, iar *intensiunea* cu *conotaţia*. J. E. Creighton le-a tratat ca pe „două funcţii sau utilizări ale numelui". Termenul este utilizat *în* **e.** cînd e luat ca denotînd un individ sau o clasă, iar *în intensiune* — cînd e utilizat „pentru a defini sau descrie lucruri mai degrabă decît pentru a le numi". E. Goblot defineşte **e.** şi comprehensiunea în *Traité de logique* limitindu-se la termenii generali: „Extensiunea sau denotarea unui termen este numărul de indivizi conţinuţi în gen, adică judecăţile posibile faţă de care el este atribuit, comprehensiunea sau conotarea este numărul calităţilor comune indivizilor genului, adică judecăţile posibile faţă de care el este subiect". Din mai multe contexte rezultă că se confundă de către mulţi logicieni „a aplica termenul" cu „ a denumi cu un termen". În conformitate cu evoluţia *semanticii logice* (*v.*) această identificare nu pare acceptabilă. Termenul „om" *se aplică* individului Socrate, dar *nu-l denumeşte* pe Socrate. Dacă am accepta că „om" desemnează pe Socrate ar rezulta că trebuie să existe ceva în intensiunea termenului care să-l determine pe Socrate. Şi mai inacceptabilă pare ideea că termenul „om" ar trebui să denumească şi pe toţi indivizii viitori. În *Teoria sistemelor logice* (Gh. Enescu) s-a adoptat ideea că ceea ce denotă termenul

general este *generalul* (unul) cuprins în individual (multiplu). Nu există motiv pentru care n-am accepta aci o entitate abstractă (cum pare a fi sugerat la un moment dat însuși Frege), o entitate de ordinul doi în raport cu indivizii. (Necesitatea ierarhiei a simțit-o și Aristotel cînd a distins între „substanțele prime" și „substanțele secunde".) Putem conveni s-o numim *gen* (genus) un „obiect general". Într-o formă insuficient de clară ideea se regăsește la Roger Bacon, William de Schyresword, Burleigh ș.a. Kneale redă astfel ideea lui Burleigh · „Dacă *homo* semnifică, respectiv înseamnă Socrate și alți indivizi umani, nimeni nu ar putea învăța înțelesul cuvîntului latin fără să învețe că el se aplică la Socrate, ceea ce este complet fals". Că sîntem nevoiți să acceptăm abstracții ca denotații se vede și din utilizarea termenilor „proprietatea *Om*", „albul", „culoarea roșu" ș.a. Rezultă că nu putem confunda e. cu *denotatul* (denotația, denotarea). În logica matematică se vorbește despre e. unui predicat $P(x)$ și se definește prin $\lambda x\ P(x)$

**EXTINDERE DEFINIȚIONALĂ**, termen introdus de H. B. Curry pentru a marca extinderea unui sistem formal, sau lingvistic prin introducerea de noi „termeni" (obiecte formale, termeni lingvistici) Notăm cu $D$ relația „este prin definiție" și cu $S_0$ sistemul inițial. $S_1$ se va numi e. d. a lui $S_0$ dacă sînt îndeplinite următoarele condiții: (1) Termenii lui $S_1$ se formează prin adăugarea la $S_0$ a unor operații (în operație sînt incluși și termenii atomari ca operații de rang zero), (2) Se introduc aserțiuni noi de forma $X\ D\ Y$, (3) Mulțimea postulatelor lui $S_1$ va consta din afirmații de forma $X\ D\ X$ și dintr-o submulțime $S_d$ de postulate („axiome") definitorii de forma $\varphi(A_1, A_2, \ldots, A_m)$, (4) Sînt admise implicații („deducții") de forma $X\ D\ Y \Rightarrow X\ D\ Y'$. Aci $Y'$ se obține din postulatele definitorii, prin înlocuirea definitului cu definitorul. Condiția (4) se va numi „regulă de reducție definițională". Reducția apare ca o „succesiune de definiens" care începe cu aserțiuni de forma $X\ D\ Y$ sau cu postulatul definitoriu și se sfîrșește cu definiendumul final $X$ din $S_0$. Curry, H B., *Foundations of Mathematical logic*.

# F

**FACTUAL,** termen destinat să caracterizeze conceptele care nu sînt introduse (determinate) pe cale *pur logică,* ci pe cale extralogică, prin fapte particulare Este opus *logicului* (*v.*). Astfel avem *posibil factual (v. posibil),* *factual adevărat (v F-adevărat)* ş a. Carnap numeşte astfel de concepte „concepte factuale" sau pe scurt „*F*-concepte".

**F-ADEVĂR** (resp. *F-adevărat*), termen introdus de R. Carnap ca explicant pentru adevărul sintetic sau contingent, în opoziţie cu adevărul logic *(v. L-Adevărul)*, prescurtare de la *adevărul factual.* Condiţia generală a adevărului factual *(F-Adevărul)* este că el nu poate fi stabilit numai pe baza regulilor sistemului semantic, ci este necesar să se facă apel la fapte extralingvistice Definiţia *F-Adevărului* ca şi definiţia *L-Adevărului* este relativă la sistemul semantic. O propoziţie $p_i$ este *F*-adevărată (în $S_1$) dacă şi numai dacă ea este adevărată, dar nu *L-adevărată.* Astfel, propoziţia „Scott este om" este factual adevărată, adevărul ei nu poate fi stabilit numai pe baza regulilor semantice

**FALLACIA ACCIDENTALIS** (lat „eroare prin accident"), eroare logică în care se confundă natura lucrului cu lucrul considerat în circumstanţe particulare (accidentale) sau se confundă diferite circumstanţe ale lucrului. În mod tradiţional se dau două forme: **1)** eroarea prin accident simplă sau directă şi **2)** eroarea prin accident conversă. Prima se exprimă în latineşte prin *a dicto simpliciter ad dictum secundum quid* („de la ceea ce e spus în mod simplu la ceea ce e spus în mod secund"), iar a doua este exprimată prin *a dicto secundum quid ad dictum simpliciter* („de la ceea ce e spus în mod secund la ceea ce e spus în mod simplu"). În primul caz se trece de la ceva asertat simplu în genere la asertarea despre acelaşi lucru luat în circumstanţe speciale.

Exemple:

Cine vîră cuţitul în altul trebuie pedepsit
Chirurgul vîră cuţitul în altul
―――――――――――――――――
Chirurgul trebuie pedepsit.

În prima premisă se asertează în genere despre *a vîrî cuţitul în altul* în timp ce în a doua se asertează despre *a vîrî cuţitul în cazul operaţiei.*

Eu mănînc azi ceea ce am cumpărat ieri
Ieri am cumpărat lapte proaspăt
―――――――――――――――――
Azi mănînc lapte proaspăt.

Premisa primă asertează în genere, iar premisa secundă vizează condiţii speciale (de la „a cumpăra" se trece la „a cumpăra lapte proaspăt"). În cazul invers eroarea constă în a trece de la asertarea despre lucru în circumstanţe speciale la asertarea în genere (independent de circumstanţe).

Exemplu:

Cine bea vin mult bea otravă
Prin urmare, vinul este otravă.

În acest exemplu, se trece de la cazul particular „a bea vin mult" la asertarea generală despre vin. De Morgan a semnalat și al treilea caz de eroare prin accident: trecerea de la asertarea despre lucru în unele circumstanțe speciale la asertarea despre lucru în alte circumstanțe.

Exemplu:

Cine dă unui cerșetor stimulează cerșetoria
Or X dă ajutor să se ridice de jos unui cerșetor

---

X stimulează cerșetoria

În acest exemplu se trece de la circumstanța de a da lucruri sau bani unui cerșetor la circumstanțe de a-i da ajutor să se ridice de jos.

**FALLACIA EXTRA DICTIONEM** (lat. „eroare în afara vorbirii"), eroare logică nelingvistică (*v. erori în demonstrație*).

**FALLACIA PLURIUM INTEROGATIONUM** (lat. „eroarea [mai] multor întrebări"), eroarea logică constînd în formularea mai multor întrebări într-o singură propoziție (*v. erori în demonstrație, întrebare complexă*).

**FALLACIA SECUNDUM DICTIONEM** (lat. „eroare relativă la vorbirea secundă"), eroare logică de natură lingvistică (*v. erori în demonstrație*).

**FALS LOGIC 1.** Logic contradictoriu. Negație a unei legi logice. Ceea ce decurge din negația unei legi logice, **2.** Ceea ce este respins pe baza legilor (axiomelor) logice, **3.** Ceea ce e respins pe baza axiomelor (postulatelor) sistemului și a legilor logice. Exemple a) „Toate propozițiile sint false", „$p$ & $\bar{p}$", „plouă și nu plouă", b) „dacă $2 \times 2 = 4$ atunci $2 \times 3 = 6$ implică dacă $2 \times 2 = 4$ atunci $2 \times 3 = 7$", c) „$2 + 3 = 7$" (e respinsă pe baza axiomelor aritmeticii cu ajutorul legilor logice). **F. l.** se distinge de **f.** *factual* (= **f.** în raport cu faptele empirice) și denotă o *imposibilitate*. **F. l.** implică **f.** *factual*, reciproca nu este adevărată.

**FAPT** (in sens larg), conținutul propozițiilor despre care putem spune că *are loc* sau *nu are loc* în realitate. De ex. faptul *că* $2 + 2 = 4$ este real, faptul *că* $2 + 3 = 8$ nu este real.
În sens restrîns, conținutul propozițiilor despre care spunem *că* are loc în realitate (de ex., $2 + 3 = 5$ este un fapt matematic, $2 + 3 = 8$ nu este un fapt matematic). Faptul este denumit în metalimbajul propoziției prin expresii genitivale complexe (de ex., „asasinarea lui Cezar") sau prin expresii de forma „faptul *că* p" (de ex., „faptul *că* Cezar a fost asasinat"). Așa cum se vede din exemplele inițiale termenul **f.** apare ca un predicat constant în legătură cu conținutul propozițiilor, în expresii de forma „este un **f.**". Se distinge între **f.** de observație, **f.** experimentale și **f.** teoretice în funcție de poziția cognitivă a propoziției.

**F-ECHIVALENȚĂ** (resp. *F-echivalent*), prescurtare introdusă de Carnap pentru echivalența factuală (*v. L-echivalență*).

**FELAPTON**, mod al figurii a III-a. Are schema următoare

*E* Nici un *M* nu e *P*
*A* Toți *M* sint *S*

---

*O* Unii *S* nu sînt *P*.

Forma stilizată: Fiindcă nici un *M* nu e *P*, dar toți *M* sint *S* unii *S* nu sint *P*.

Exemplu

Nici un om calculat nu e generos
Toţi oamenii calculaţi sînt interesaţi

---

Unii oameni interesaţi nu sînt generoşi

Forma stilizată Fiindcă nici un om calculat nu e generos, dar este interesat, unii oameni interesaţi nu sînt generoşi.

**FERIO**, mod al figurii I. Are schema următoare

*E* Nici un *M* nu este *P*
*I* Unii *S* sînt *M*

---

*O* Unii *S* sînt *P*

Forma stilizată Nu toţi *S* sînt *P* deoarece unii *S* sînt *M*, or nici un *M* nu e *P*

Exemplu

Nici o reptilă nu este mamifer
Unele patrupede sînt reptile

---

Unele patrupede nu sînt mamifere

Se observă că în acest mod este contrazisă aparenta legătură universală între patrupede şi mamifere („Toate patrupedele sînt mamifere") În formă stilizată exemplul apare astfel. Nu toate patrupedele sînt mamifere deoarece unele patrupede sînt reptile, or reptilele nu sînt mamifere

**FERISON**, mod al figurii a III a Are schema următoare·

*E* Nici un *M* nu e *P*
*I* Unii *M* sînt *S*

---

*O* Unii *S* nu sînt *P*

Forma stilizată deşi unii *M* sînt *S* nici un *M* nu e *P* şi deci unii *S* nu sînt *P*

Exemplu

Nici un ipocrit nu e profund
Unii ipocriti sînt culţi

---

Unii oameni culţi nu sînt profunzi

Forma stilizată: deşi unii ipocriţi sînt culţi, nici un ipocrit nu e profund şi deci unii oameni culţi nu sînt profunzi

**FESAPO**, mod al figurii a IV-a Are schema următoare

*E* Nici un *P* nu este *M*
*A* Toţi *M* sînt *S*

---

*O* Unii *S* nu sînt *P*

**FESTINO**, mod al figurii a II-a. Are următoarea schemă:

*E* Nici un *P* nu este *M*
*I* Unii *S* sînt *M*

---

*O* Unii *S* nu sînt *P*

Forma stilizată: Unii *S* nu sînt *P* fiindcă unii *S* sînt *M*, or nici un *P* nu este *M*.

Exemplu:

> Nici o ţară liberă nu ia decizii sub ameninţarea cu forţa
> Unele ţări mici iau decizii sub ameninţarea cu forţa
> ―――――――――――――――――――――――――
> Unele ţări mici nu sînt ţări libere

Forma stilizată: Unele ţări mici nu sînt ţări libere, fiindcă ele iau decizii sub ameninţarea cu forţa, or nici o ţară liberă nu ia decizii sub ameninţarea cu forţa.

**FIGURĂ GALENICĂ**, denumire pentru figura a IV-a a silogismului. Descoperirea ei este atribuită (se pare pe nedrept) medicului roman Galanus.

**FIGURILE SILOGISMULUI ÎN CALCULUL PREDICATELOR**, transpunere a figurilor silogismului în logica predicatelor, se face în majoritatea cazurilor prin înlocuirea judecăţilor *A, E, I, O* cu formele echivalente din logica predicatelor. Să considerăm modul *Barbara* din figura I şi modul *Ferison* din figura a III-a:

*Barbara*

$$\begin{array}{ll} \forall x\ (M(x) \rightarrow P(x)) & A \\ \forall x\ (S(x) \rightarrow M(x)) & A \\ \hline \forall x\ (S(x) \rightarrow P(x)) & A \end{array}$$

*Ferison*

$$\begin{array}{ll} \forall x\ (M(x) \rightarrow \overline{P(x)}) & E \\ \exists x\ (M(x)\ \&\ S(x)) & I \\ \hline \exists x\ (S(x)\ \&\ \bar{P}(x)) & O \end{array}$$

Excepţie fac modurile *Darapti* şi *Felapton* (figura III) şi *Bramantip* şi *Fesapo* (figura IV). Ele cer introducerea unei premise suplimentare de existenţă.

*Darapti*

$$\begin{array}{ll} \forall x\ (M(x) \rightarrow P(x)) & A \\ \forall x\ (M(x) \rightarrow S(x)) & A \\ \exists x\ M(x) & * \\ \hline \exists x\ (S(x)\ \&\ P(x)) & I \end{array}$$

*Felapton*

$$\begin{array}{ll} \forall x\ (M(x) \rightarrow \overline{P(x)}) & E \\ \forall x\ (M(x) \rightarrow S(x)) & A \\ \exists x\ M(x) & * \\ \hline \exists x\ (S(x)\ \&\ \overline{P(x)}) & O \end{array}$$

*Bramantip*

$$\begin{array}{ll} \forall x\ (P(x) \rightarrow M(x)) & A \\ \forall x\ (M(x) \rightarrow S(x)) & A \\ \exists x\ P(x) & * \\ \hline \exists x\ (S(x)\ \&\ P(x)) & I \end{array}$$

*Fesapo*:

$$\begin{array}{ll} \forall x\ (P(x) - \overline{M(x)}) & E \\ \forall x\ (M(x) - S(x)) & A \\ \exists x\ M(x) & * \\ \hline \exists x\ (S(x)\ \&\ \overline{P(x)}) & O \end{array}$$

în dreapta am notat cu simbolurile din silogistică felul judecăților, iar premisa suplimentară cu asterisc O traducere analoagă se face in calculul claselor unde însă premisa suplimentară se traduce prin diferența clasei corespunzătoare față de mulțimea vidă Exemplu $M \neq \emptyset$).

**FIGURILE SILOGISMULUI SIMPLU (TIP A E I O).** Notînd termenii silogismului cu *S* (termenul minor), *P* (termenul major) și *M* (termenul mediu) vom putea clasifica silogismele în patru clase după poziția termenului mediu in premise Există patru posibilități (1) *M* este subiect în majoră și predicat în minoră, (2) *M* este predicat în ambele premise, (3) *M* este subiect în ambele premise, (4) *M* este predicat în majoră și subiect în minoră Pentru a memora ușor se obișnuiește să exprimăm fiecare pe scurt astfel *sub-prae, prae-prae, sub-sub, prae-sub* (unde *sub* = = subiect, *prae* = predicat) Figurile sînt reprezentate prin următoarele scheme

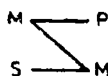


Fig I

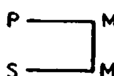


Fig II



Fig III



Fig. IV.

Fig I II, III au fost descoperite de Aristotel, fig IV a fost atribuită medicului roman Galenus (130 — 200), de aceea s-a numit și ,,figura galenică". Unii logicieni contestă că fig IV a fost descoperită de Galenus. *Reguli ale figurilor* La regulile privind poziția termenului mediu se adaugă următoarele (1) În figura I premisa majoră este universală, iar premisa minoră este afirmativă, (2) În figura II premisa majoră este universală și una din premise este negativă, (3) În figura III premisa minoră este afirmativă iar concluzia este particulară, (4) În figura IV a) dacă premisa majoră este afirmativă premisa minoră este universală, b) dacă o premisă este negativă, premisa minoră este universală, c) dacă premisa minoră este afirmativă, concluzia este particulară. *Exemple de silogisme în cele patru figuri*

A Toți M sînt P
A Toți S sînt M

---

A Toți S sînt P
(Figura I)

E Nici un P nu e M
A Toți S sînt M

---

E Nici un S nu e P
(Figura II)

A Toți M sînt P
A Toți M sînt S

---

I Unii S sînt P
(Figura III)

A Toți P sînt A
A Toți M sînt S

---

I Toți S sînt P
(Figura IV)

**FILTRU**, structură de ordine Fie *B* o mulțime într-o *latice (v.)* *A* cu operația ⊥. Mulțimea *B* este **f.** în *A* dacă și numai dacă $\forall a, b \in A$ $a \perp b \in B \Leftrightarrow a \in B$ și $b \in B$. $\langle A, \&\rangle$ este un exemplu de **f.** logic

**FORMAL** **1.** În logica tradițională, ceea ce ține de forma logică, **2.** În logica simbolică, ceea ce ține de *sistemul formal (v.)*, **3.** in știință, in genere ceea ce ține de *structura* lucrurilor, fenomenelor (ex structura de grup)

**FORMALISM,** termen care în metalogică şi metamatematică are două înţelesuri **1.** *Sistem formal (v )* şi **2.** Concepţia filosofică asupra naturii matematicii şi logicii. F. (ca filosofie) este legat în mod deosebit de numele lui Hilbert, dar concepţia fusese deja definită anterior foarte clar de un adversar al lui Frege, anume J Thome. Frege îl va combate special in *Fundamentele aritmeticii* şi *Principiile aritmeticii*. Thome (1898) vorbeşte despre „concepţia formală asupra numerelor" şi scrie (îi redăm cuvintele pentru că modul său de exprimare a fost reluat uneori aproape identic de alţi matematicieni) concepţia formală „nu-şi pune întrebarea ce sînt numerele şi incotro duc ele, ci numai ce li se cere în aritmetică. Pentru concepţia formală, aritmetica este un joc cu semne care se numesc vide. Aceasta înseamnă că ele nu au alt conţinut (în jocul de calcul) decît acela care le este atribuit prin comportarea lor faţă de anumite reguli de combinare (regulile jocului) Jucătorul de şah face uz de piesele sale în mod similar, el le atribuie anumite proprietăţi care determină comportarea lor în cadrul jocului, iar piesele nu sînt decît semne exterioare ale acestei comportări" Dar Thome completează în mod fericit: „Desigur că între aritmetică şi şah deosebirea este importantă. Regulile şahului sînt arbitrare, pe cînd sistemul de reguli pentru aritmetică este astfel încît cu ajutorul unor axiome simple numerele se pot referi la varietăţi supuse percepţiei şi deci pot aduce o contribuţie importantă la cunoaşterea de către noi a naturii". Aproape identic se va exprima Goodstein in *Logica matematică* (1957) figura de şah (de ex. regele) este „rolul figurii, nu însăşi figura. Exact la fel numerele sînt tocmai rolurile pe care cifrele le joacă în limbaj". În ambele cazuri avem un *formalism metodologic* Hilbert dezvoltă un adevărat „program formalist" (în opoziţie cu *logicismul* şi cu *intuiţionismul logico-matematic*) şi trece uneori de la poziţia metodologică la cea filosofică. În studiul său *Gîndirea axiomatică* (1918) el a formulat principiul „La început este semnul Aceste semne n-au nici o semnificaţie". Apoi continuă „obiectele teoriei numerelor sînt înseşi semnele" Mai tîrziu H B. Curry va afirma că matematica este ştiinţa despre sistemele formale *(v. sistem formal)* Programul lui Hilbert consta din două puncte (1) formalizarea matematicii, (2) demonstraţiile de necontradicţie. Primul punct consta din construirea matematicii ca *sistem formal axiomatizat* (altfel spus, ca un şir de sisteme axiomatice formalizate) Hilbert însuşi a făcut puţin în acest sens, dar el a găsit în *Principia Mathematica* material suficient Într-adevăr, în *Fundamentele geometriei* el utilizează un limbaj conceptual, demonstraţiile nu sînt formalizate şi sînt probabil în totalitate raţionamente eliptice În *Grundlagen der Mathematik (v.)* sînt prezentate pe larg conceptele metateoretice, principalele metateoreme, problemele şi metodele În schimb, în *Bazele logicii teoretice* se insistă asupra prezentării sistemelor formale ale logicii (făcîndu-se totuşi un apel larg la *intuiţie*). Un loc deosebit este acordat discuţiei şi demonstraţiilor proprietăţilor sistemelor axiomatice. Prin aceasta este pusă la punct *metoda* elaborării de formalisme (= sisteme axiomatice formale). Etapele formalizării sînt următoarele 1) Construirea unui „limbaj al formulelor", 2) Analiza formală a noţiunilor, propoziţiilor şi demonstraţiilor şi exprimarea lor in limbajul formulelor, 3) Construirea axiomaticii formale şi a demonstraţiilor, abstracţie făcind de orice conţinut, 4) Demonstrarea proprietăţilor sistemului formal axiomatic (în primul rînd *demonstrarea necontradicţiei*) Axiomatica formală este opusă axiomaticii conţinutive (intuitive) însă exagerările filosofice formaliste din unele articole sînt lăsate la o parte cind se trece la construcţiile efective A-

ceasta se vede din următoarele rînduri din *Grundlagen der Mathematik*: „Axiomatica formală după necesități se sprijină pe axiomatica conținutivă în completarea sa, întrucît tocmai aceasta din urmă conduce la început în alegerea formalismelor corespunzătoare și apoi cînd teoria formală stă la dispoziția noastră axiomatica conținutivă ne indică în ce fel teoria formală trebuie să fie aplicată la domeniul considerat al realității". Necesitatea axiomaticii formale decurge din faptul că noi avem de a face cu teorii care „nu reproduc complet adevărata stare de lucruri, ci sînt numai *idealizări simplificatoare* ale acestei stări de lucruri. Astfel de teorii, desigur, nu pot fi fundamentate pe calea trimiterii la evidență sau la experiență" Fundamentarea se face prin demonstrarea necontradicției idealizărilor În acest fel, esențial devine punctul de vedere metodologic în „concepția formalistă". Totuși la cele spuse mai sus trebuie să adăugăm cîteva idei pentru a caracteriza complet concepția formalistă a lui Hilbert: 1) Formalizarea teoriei presupune și formalizarea mijloacelor logice utilizate în ea. (Prin aceasta se adoptă un punct de vedere metodologic și asupra relațiilor dintre logică și matematică), 2) Teoria matematică presupune *infinitul actual (v.)* ca idealizare, infinit exprimabil nu explicit, ci implicit în *conexiunea elementelor formale*, 3) Contra intuiționismului matematic Hilbert păstrează legea terțului exclus, 4) Formalismul permite aplicarea metodelor finitiste (*v. finitismul)* la rezolvarea problemei fundamentale a necontradicției (consistenței) sistemului, ceea ce este o concesie făcută intuiționiștilor pentru a para anumite obiecții din partea acestora, 5) Conținutul sistemului este determinat implicit de axiome — este ceea ce realizează conexiunile date în axiome, 6) Operarea cu obiecte formale (figuri grafice etc.) în cadrul formalismului ne dă posibilitatea să așezăm la baza procesului matematic percepția (cea mai sigură formă a intuiției).

**FORMALIZARE,** 1) trecerea la un anumit gen de procese (*procese formalizate*), 2) construirea de *sisteme formale* (*v.*) și 3) construirea unui anumit tip de limbaje *(v. limbaj formalizat)*. Sensul 3 este secundar și nu ne vom ocupa de el aci Prin f (în sens de proces formalizat) se înțelege desprinderea formei materiale a limbajului de orice conținut și operarea numai cu această formă în virtutea *regulilor pur formale* („sintactice") *(v. reguli formale)* Altfel spus orice proces logic este formalizat (strict formal) dacă în el se operează numai cu forma materială a limbajului în virtutea regulilor formale, abstracție făcînd de orice conținut. **F.** poate fi aplicată în mod consecvent numai la limbajele științifice *riguros* construite *(v. limbaj formalizat)*. Numai astfel de limbaje ne permit să trecem în mod consecvent la **f.**, *să formalizăm* Astfel de limbaje sînt limbajele simbolice ale logicii și matematicii, dar și unele porțiuni din limbajul natural (cum este limbajul geometriei). **F.** nu trebuie confundată cu *simbolizarea (v.)* deși simbolizarea este principala cale de a ajunge la **f.** consecventă Procesele de gîndire formalizate nu sînt o inovație a sec 20 cum s-ar putea crede. Toate procesele de *calcul (v.)* sînt **f.** ale procesului de gîndire, chiar cînd semnele au semnificație (cum e cazul *cifrelor*) căci semnificația nu joacă vreun rol în calcul ci doar combinarea lor după anumite reguli formale. La fel sînt în multe cazuri procesele deductiv-axiomatice din logică și matematică. De aci adesea denumirea de „calcul axiomatic" Apariția *geometriilor neeuclidiene (v.)* este în bună parte rezultatul operării formale, al formalizării tacite. Chiar în gîndirea obișnuită procedăm adesea nu în virtutea înțelesului cuvintelor ci în conformitate cu anumite *automatisme* lingvistice și logice **F.** proceselor de gîndire nu reprezintă, în

sensul definit, doar *trecerea* la forma lor pur materială, cum se poate înțelege din unele contexte (de ex , „să formalizăm această demonstrație"), ci și trecerea la un proces pur formal. **F.** înseamnă înlocuirea unui proces de gîndire intuitiv (bazat pe sensul cuvintelor) cu un proces de gîndire pur formal (abstracție totală făcînd de conținutul cuvintelor, al simbolurilor). Așa dar **f.** are două aspecte · 1) abstractizarea de orice conținut și 2) operarea pur formală (desfășurarea pur formală a proceselor). În general, însă se consideră că **f.** a fost realizată cind sînt asigurate condițiile pentru desfășurarea pur formală a proceselor. În acest sens, putem să definim **f.** ca pe un proces care *asigură condițiile* de desfășurare pur formală a proceselor de gîndire. Aceste condiții sînt două · 1) introducerea de *obiecte formale (v )* în locul cuvintelor cu sens, 2) introducerea de reguli formale (pur sintactice) de operare cu obiectele formale Ca și in cazul altor metode *(v. algoritm)* sensul „formalizării" se dedublează uneori ne referim la un gen de procese, alteori la principiile care le asigură desfășurarea. Cineva formalizează în momentul in care trece de la un proces intuitiv la un proces pur formal sau cind dă condițiile (principiile, regulile) desfășurării pur formale a proceselor În virtutea modului in care definim *metoda (v.)*, probabil de la Descartes incoace, acest al doilea sens a inceput să aibă prioritate Precizăm că „procesele pur formale" pot fi definite independent de **f.** astfel că nu se obține cerc vicios în definiția dată. Al doilea înțeles al **f.** enunțat la inceput este acela de *construire de sisteme formale*, de metodă a sistemelor formale. Prin *sistem formal (v )* se înțelege aci *sistemul formal axiomatic*. Logica, de ex , se consideră formalizată în condițiile în care e construită ca un șir de sisteme formale (axiomatice)

Acest ințeles nu se opune celui definit la început ci este mai degrabă un caz particular (foarte important) al acestuia. Hilbert a împins in prim plan ideea **f.** (în acest înțeles restrins) sperind că toate problemele matematice vor fi rezolvate prin *metoda sistemelor formale* Pornind de la această idee el a elaborat o specie de filosofie asupra logicii și matematicii numită *formalism.* Gödel a limitat in mod sever concepția despre eficiența sistemelor formale prin binecunoscuta sa teoremă de indecidabilitate *(v teorema lui Gödel)*. Împotriva excesului de formalizare formulăm următoarea suită de idei · 1) Nu tot ce este *formalizat* este *corect formalizat* (în particular, nu tot ce este simbolizat este corect simbolizat), 2) Nu tot ce este *corect formalizat* este *interpretabil ca adevărat* (pentru simbolism, nu tot ce este simbolizat corect este și adevărat), 3) Nu orice *adevăr formalizat* este *important* (eficient, esențial). Acesta este un fel de *brici al lui Ockham (v.)* pentru **f.** (resp. simbolizare). Într-adevăr, orice formalism (= sistem formal) trebuie supus unei triple verificări 1) dacă este sau nu corect, 2) dacă e corect trebuie să ne întrebăm in continuare dacă este sau nu interpretabil ca adevărat, 3) dacă este interpretabil ca adevărat trebuie să ne întrebăm ce eficiență are (teoretică sau practică), rezolvă probleme importante sau este de prisos (problemele au fost deja rezolvate pe o cale mai bună) or chiar soluționează banalități (care pot fi rezolvate pe o cale mai puțin pretențioasă). Uneori un formalism (in genere, o formalizare) nu depășește nivelul unei exprimări *ermetice*. Știind cît de impresionat e omul de rînd (sau, în general, cei nepricepuți in „limbajul matematic") simbolizarea și formalizarea pot să dea impresia nejustificată de *profunzime* datorită *ermetismului* (adică al lipsei de comunicare). Pentru a preveni ermetismul și superficialitatea in simbolizare și formalizare este necesar să asigurăm traduce-

rea şi, respectiv, interpretarea într-un limbaj conceptual (intuitiv). Acest ultim principiu este fundamental chiar pentru întemeietorul formalismului D. Hilbert (*v. Grundlagen der Mathematik* ş.a.) care în permanenţă trece de la intuiţie (concepte) la simbolizare şi f. şi invers. În *Grundlagen der Geometrie* (introducere) Hilbert scrie că sarcina axiomaticii (inclusiv a celei formale) „se reduce la analiza logică a intuiţiei noastre spaţiale". Deplasarea cercetărilor logico-matematice spre interpretare şi semantică în genere după o perioadă de „sintacticism" (calcule, sisteme formale) este revelatoare. Analogia dintre jocul de şah şi procesele formale nu trebuie împinsă prea departe. Logica fiind necesară oricărei gîndiri (indiferent de domeniu) este de asemenea necesar ca *ştiinţa logicii* să rămînă un *bun comun* (comunicabil tuturor)

**FORMĂ DE LEGE.** În teoria structurilor trebuie să distingem între lege şi **f. de l.** care este dată în simboluri de anumite categorii (simboluri de obiecte, simboluri de operaţii şi simboluri de relaţii) fără însă a se spune ceva despre conţinutul concret Cu alte cuvinte **f. de l.** este o formulă a unui *sistem formal (v.)*. De ex următoarea formulă din teoria grupurilor este o **f. de l.**

$$a * e = e * a = a$$

Aci nu ştim decît cărei categorii aparţin simbolurile: $a$ — obiect oarecare, $e$ — obiect special, $*$ semn de operaţie, $=$ semnul unei relaţii de echivalenţă. Totuşi o astfel de formulă nu este **f. de l.** decît dacă printr-o interpretare adecvată ea devine *propoziţie adevărată*, adică expresie a legii. Fie următoarele interpretări

1) $a$. număr întreg ($n$)
   $e$. numărul 0 (zero)
   $*$ operaţia $+$
   $=$ relaţia egal
2) $a$ mulţimea ($M$)
   $e$ mulţimea vidă ($\emptyset$)
   $*$ operaţia $\cup$ (reuniunea)
   $=$ relaţia de identitate a mulţimilor ($\equiv$)
3) $a$ variabilă propoziţională ($p$)
   $e$ valoarea v (adevăr)
   $*$ operaţia echivalent ($=$)
   $=$ relaţia logic echivalent ($\equiv$)

Ca urmare, vom obţine trei propoziţii care exprimă *legi* în domeniile respective:

1) $n + 0 = 0 + n = n$
2) $M \cup \emptyset \equiv \emptyset \cup M \equiv M$
3) $(p = \text{v}) \equiv (\text{v} = p) \equiv p$

Avînd aceeaşi formă cele trei legi sînt izomorfe **F. de l.** se poate obţine dintr-o lege (exprimată simbolic, de regulă) în felul următor fiecare semn concret este înlocuit cu o figură grafică în legătură cu care nu reţinem decît că face parte dintr-o categorie de semne. Fie formula simplă din algebră (legea distributivităţii) $x \times (y + z) = (x \times y) + (x \times z)$. Înlocuim $x, y, z$, respectiv cu figurile $D_1$, $D_2$, $D_2$ pe care le considerăm figuri obiectuale (din categoria obiecte), semnul $\times$ cu o şi $+$ cu $*$, (o şi $*$ sînt figuri pentru operaţii), iar semnul $=$ cu $\approx$ (figură pentru relaţie). Obţinem forma de lege: $D_1 \circ (D_2 * D_3) \approx (D_1 \circ D_2) * (D_1 \circ D_3)$. Dacă această formă are şi alte interpretări adevărate decît

forma inițială (și în cazul acesta are astfel de interpretări) ea este o **f. de l.** Ori de cîte ori pentru o formulă care exprimă o *lege* putem găsi o altă formulă izomorfă cu ea (în sensul că simbolurile își corespund pe categorii) și care este, de asemenea, lege, putem prin procedura amintită să detașăm o **f. de l.** Pe de altă parte, este de presupus că orice lege are cel puțin o lege (diferită de ea) izomorfă cu ea, astfel incit putem detașa din orice lege o **f.** *(generală)* **de l. F. de l.** nu este nici adevărată nici falsă, ea nu este propoziție, dar prin interpretare poate deveni propoziție și deci *lege* (altfel spus, teoremă a unei teorii) *(V. și Generalizarea structurală)*

**FORMĂ LOGICĂ,** denumire pentru formele generale ale noțiunilor, judecăților și raționamentelor, în logica tradițională. În teoria cunoașterii, noțiunile, judecățile și raționamentele sînt numite „forme logice de cunoaștere".

**FORMĂ NORMALĂ,** formulă logică caracterizată printre altele prin: a) are o structură logică bine determinată (un anumit fel de operatori, o anumită distribuție a semnelor in formulă), b) orice formulă din sistem este sau **f. n.** sau poate fi adusă prin transformări logice la **f. n.**, c) orice formulă este echivalentă cu forma ei normală. Cele mai cunoscute sînt **f.n.** booleene (baza —, &, ∨) dar există **f.n.** si in alte baze Cele mai importante tipuri de **f. n.**. *booleene generale* (v), *perfecte* (v.), *minime* (v.) *prenexe* (v.) și *Skolem* (v.). Termenul **f. n.** corespunde cu termenul „formă canonică" din matematică (fără a fi identice). **F. n.** sînt implicate in soluționarea diferitelor probleme din logică (deciziei, echivalenței, simplificării expresiilor ș.a.).

**FORMĂ NORMALĂ PRENEXĂ,** formulă a logicii predicatelor care conține *prefix* (v.) real sau vid Orice formulă a logicii predicatelor este sau în forma normală sau reductibilă (cu ajutorul unui algoritm) la o formă normală echivalentă cu ea Matricea formulei (altfel spus, baza sau domeniul de acțiune al cuantorilor) se poate afla in următoarele situații 1) cuprinde nu importă care operatori ai logicii propozițiilor (in cazul in care în genere cuprinde operatori), 2) cuprinde numai operatori dintr-o bază operatorială, 3) se află intr-una din formele normale din logica propozițiilor (generală sau specială) Convenim să numim **f. n. p.** *standard* acea f.n pr a cărei matrice se află în cazul 3) Church utilizează termenul „standard" intr-un sens restrîns (la sistemul său). Pentru sistemul (—, &, V) avem **f. n. p.** *disjunctivă* sau *conjunctivă* (deci două forme standard) Regulile de normalizare prenexă vor depinde de structura formulei in raport cu operatorii propoziționali Formulele $(F(x)\ \&\ F(y)) \rightarrow G(z)$, $\forall x \exists y\ (F(x)\ \&\ (F(y) \lor \bar{F}(y)))$ sînt in **f. n. p.** - prima are prefix *vid*, a doua prefix *real*, prima are matrice de tipul 1) a doua are o matrice de tipul 2) și respectiv 3) (este o **f. n. p.** conjunctivă) Pentru simplificarea algoritmului de normalizare este util să aducem formula la o bază operațională propozițională Algoritmul de normalizare prenexă in baza (—, &, V) presupune formulele

(1) $A \lor \forall x Fx \equiv \forall x (A \lor Fx)$ (4) $A \lor \exists x Fx \equiv \exists x(A \lor Fx)$
(2) $A\ \&\ \forall x Fx \equiv \forall x(A\ \&\ Fx)$ (5) $A\ \&\ \exists x Fx \equiv \exists x(A\ \&\ Fx)$
(3) $\forall x Fx\ \&\ \forall x Gx \equiv \forall x(Fx\ \&\ Gx)$ (6) $\exists x Fx \lor \exists x Gx \equiv \exists x(Fx \lor Gx)$

Se înțelege că în formulele cu partea $A$, $A$ nu conține pe $x$ Algoritmul se bazează in plus pe regulile a) *redenumirii (v. regula redenumirii)* și b) păstrării ordinii cuantorilor. Rostul redenumirii este ca fiecare cuantor să-și păstreze porțiunea din formulă asupra căreia acționează. Considerăm o formulă care a fost deja adusă în baza (—, &, V). $(\forall x F x \lor$

$\vee \exists y\, Fy) \,\&\, \forall x\, \overline{Hx}$. Aplicăm regula redenumirii pentru cel de al doilea cuantor universal și obținem: $(\forall x\, Fx \vee \exists y\, Fy) \,\&\, \forall z\, \overline{Hz}$. Aplicăm apoi formulele (1), (4) și (2) scoțînd cuantorii în prefix în ordinea corespunzătoare. $\forall x\, \exists y\, \forall z\, ((Fx \vee Fy) \,\&\, \overline{H}z)$. Pentru alte baze regulile de normalizare vor fi formulate diferit. Procesul de aducere la **f. n.** este univoc pentru un tip de matrice. Este de remarcat că două formule pot să fie echivalente și să nu aibă aceeași **f. n.**, cu excepția unor **f. n.** speciale. *(V. Formele normale perfecte).*

**FORMĂ NORMALĂ PRESCURTATĂ,** este disjuncția tuturor implicanților simpli sau conjuncția tuturor consecvenților simpli.

**FORMĂ NORMALĂ REDUSĂ (IREDUCTIBILĂ),** este disjuncția tuturor implicanților unui sistem redus *(v. sistemul de implicanți)* sau ea este conjuncția tuturor consecvenților simpli ai unui sistem redus de consecvenți. **F. n. r.** este echivalentă cu funcția corespunzătoare. O funcție poate avea mai multe forme normale ireductibile. Din **f. n. r.** se aleg formele minime.

**FORMĂ NORMALĂ SKOLEM,** este formă normală prenexă care nu are variabile individuale libere și care conține cel puțin un cuantor existențial și nici un cuantor universal nu precede cuantorii existențiali. Cu alte cuvinte ea are forma:

$$\exists x_1 \exists x_2 \ldots \exists x_m \forall y_1 \forall y_2 \ldots \forall y_n A$$

(unde $m \geqslant 1$ și $n \geqslant 0$). Vom numi această formă și *forma Skolem standard.* Orice formulă a logicii predicatelor este sau în **f. n. Skolem** sau poate fi redusă printr-un algoritm la o asemenea formă. O formulă nu este neapărat echivalentă cu **f. n. Skolem**, între ele există relația de *echivalență deductivă (v.).*

**FORMĂ NORMALĂ SKOLEM PENTRU REALIZABILITATE,** este o formă normală prenexă fără variabile libere cu prefixul de tipul

$$\forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_m \exists y_1 \exists y_2 \ldots \exists y_n$$

(unde $m \geqslant 1$ și $n > 0$). Procesul de normalizare constă în următoarele: (1) Fiind dată o formulă $A$, aflăm forma Skolem standard pentru $\bar{A}$

$$\exists x_1 \exists x_2 \ldots \exists x_m \forall y_1 \forall y_2 \ldots \forall y_n M$$

(unde $m \geqslant 1$, $n \geqslant 0$); (2) Aflăm forma normală prenexă pentru negația ultimei formule, adică:

$\forall x_1 \forall x_2 \ldots \forall x_m \exists y_1 \exists y_2 \ldots \exists y_n M'$ ceea ce și este forma Skolem pentru realizabilitate.

**FORME NORMALE PERFECTE.** Orice FNBG este **f. n. p.** dacă și numai dacă satisface în plus următoarele condiții: 1) formula conține în fiecare membru toate variabilele care se găsesc în ea, 2) în orice membru al formulei termenii primi nu se repetă, 3) membrii formulei nu se repetă, 4) nici un membru nu conține o variabilă împreună cu negația sa. Există, de asemenea, în mod corespunzător FNBG două forme normale perfecte — conjunctivă (FNCP) și disjunctivă (FNDP). Dacă o formulă este FNBG atunci pentru aducerea ei la **f. n. p.** ne folosim de următoarele reguli: (1) dacă un membru $\alpha$ al formulei nu conține o variabilă $t$ atunci ea se adaugă după regulile

$\alpha \vee (t \,\&\, \bar{t})$ (pentru FNCP);

$\alpha \,\&\, (t \vee \bar{t})$ (pentru FNDP) și în continuare se revine la FN prin distribuție.

(2) dacă un termen se repetă el se reduce conform cu regulile.

$$t \,\&\, t = t$$

$$t \vee t = t,$$

(3) dacă un membru se repetă el se reduce conform cu regulile

$$\alpha \,\&\, \alpha = \alpha$$

$$\alpha \vee \alpha = \alpha$$

(4) dacă un membru conține $(t, \bar{t})$ atunci el se elimină Exemplu Să se aducă la FNDP formula $(p \vee (q \,\&\, r))$. Se observă că în membrul întîi $(p)$ lipsesc literele $q$, $r$, iar în membrul doi lipsește litera $p$ Adăugăm $q$ la membrul $p$

$$(p \,\&\, (q \vee \bar{q})) \vee (q \,\&\, r)$$

$$(p \,\&\, q) \vee (p \,\&\, \bar{q}) \vee (q \,\&\, r)$$

La primii doi membri adăugăm $r$, la ultimul $p$

$((p \,\&\, q) \,\&\, (r \vee \bar{r})) \vee ((p \,\&\, \bar{q}) \,\&\, (r \vee \bar{r})) \vee ((q \,\&\, r) \vee (p \,\&\, \bar{p}))$

$pqr \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee pqr \vee \bar{p}qr$

(În vederea observării mai rapide a componenței membrilor am pus literele in ordinea alfabetică). În forma normală se repetă membrul $pqr$ ca urmare operăm simplificarea și obținem FNPD

$$pqr \vee pq\bar{r} \vee p\bar{q}r \vee p\bar{q}\bar{r} \vee \bar{p}qr$$

Există unele metateoreme importante în legătură cu formele normale 1) tautologia are FNDP cu $2^n$ membri (unde $n$ = numărul de variabile), 2) tautologia nu are FNCP, 3) contradicția are FNCP cu $2^n$ membri, 4) contradicția nu are FNDP Se poate folosi pentru aflarea **f. n. p.** și procedeul matriceal

**FORMELE NORMALE BOOLEENE (GENERALE) (FNBG)**, forme normale în baza $\{-, \&, \vee\}$ Pot fi definite prin introducerea unor concepte ajutătoare în două feluri Vom introduce noțiunile de „termeni primi", „conjuncții prime" și „disjuncții prime".
a) Numim termen prim orice variabilă propozițională și negația ei ($p$, $q$, ... $\bar{p}$, $\bar{q}$, ...), b) Orice conjuncție de termeni primi va fi numită „conjuncție primă" Exemple $p$, $\bar{p}$, $p \,\&\, q$, $p \,\&\, q \,\&\, \bar{r}$ sînt conjuncții prime, c) Orice disjuncție de termeni primi va fi numită „disjuncție primă". Exemple $p$, $\bar{p}$, $q$, $p \vee \bar{p}$ $p \vee \bar{q}$, $p \vee r \vee q$. Din b) și c) rezultă că la limită conjuncțiile prime și disjuncțiile prime sînt identice ($p$, $q$, $r$, $\bar{p}$, $\bar{q}$, $\bar{r}$).
Definim apoi două feluri de forme normale „forma normală conjunctivă" (FNC) și „forma normală disjunctivă" (FND), d) FNC $=_{df}$ orice conjuncție de disjuncții prime, e) FND $=_{df}$ orice disjuncție de conjuncții prime. În fine definim FNBG. f) FNBG $=_{df}$ FND sau FNC. Din d) și e) decurge că uneori FNC și FND se identifică atunci cînd formula se reduce la termeni primi, atunci cînd formula este conjuncție sau disjuncție de termeni primi
O altă definiție a formei normale (FNBG) este prin intermediul „operatorului principal" și al proprietăților formei normale g) FNBG $=_{df}$ orice formulă a logicii propozițiilor care a) conține cel mult operatorii $-$, $\&$, $\vee$ (poate nici unul), b) negația cade numai pe variabile, c) opera-

torul principal nu apare în membrii expresiei Dacă operatorul principal este & atunci avem FNC, dacă operatorul principal este $\vee$ atunci avem FND. Ca urmare a definirii FN putem formula problema aducerii la forma normală: fiind dată o expresie $A$ (care nu e în forma normală) să se afle forma ei normală Rezolvarea acestei probleme necesită următoarele reguli · a) reguli de eliminare a operatorilor care nu apar în forma normală, b) reguli de eliminare a negației de pe expresiile compuse, c) reguli de scoatere a operatorului principal din membrii expresiei. Iată aceste reguli:

$a_1)\ \dfrac{A \rightarrow B}{\bar{A} \vee B} \quad a_2)\ \dfrac{A = B}{\bar{A}\, B \,\&\, \bar{B}\, A}$

(dacă apar și alți operatori nebooleeni decît $\rightarrow$, $=$ atunci se introduc reguli și pentru aceștia)

$b_1)\ \dfrac{\bar{\bar{A}}}{A} \quad b_2)\ \dfrac{\overline{A \,\&\, B}}{\bar{A} \vee \bar{B},} \quad b_3)\ \dfrac{\overline{A \vee B}}{\bar{A} \,\&\, \bar{B}}$

$c_1)\ \dfrac{(A \,\&\, B) \,\&\, C}{A \,\&\, B \,\&\, C} \quad c_2)\ \dfrac{(A \vee B) \vee C}{A \vee B \vee C}$

$c_4)\ \dfrac{A \,\&\, (B \vee C)}{(A \,\&\, B) \vee (A \,\&\, C)} \quad c_5)\ \dfrac{A \vee (B \,\&\, C)}{(A \vee B) \,\&\, (A \vee C)}$

Exercițiu Să se afle FNBG ale formulei

$$\overline{p \rightarrow (q = r)}$$

Rezolvare

| | |
|---|---|
| $\overline{\bar{p} \vee (q = r)}$ | (reg. $a_1$)) |
| $\overline{\bar{p} \vee (\bar{q}r \,\&\, \bar{r}q)}$ | (reg. $a_2$)) |
| $\bar{\bar{p}} \,\&\, \overline{(\bar{q}r \,\&\, \bar{r}q)}$ | (reg. $b_3$)) |
| $p \,\&\, \overline{(\bar{q}r \,\&\, \bar{r}q)}$ | (reg. $b_1$)) |
| $p \,\&\, (\overline{\bar{q}r} \vee \overline{\bar{r}q})$ | (reg. $b_2$)) |
| $p \,\&\, (\bar{\bar{p}} \vee \bar{r} \vee \bar{\bar{r}} \vee \bar{q})$ | (reg. $b_3$)) |
| $p \,\&\, (q \vee \bar{r} \vee r \vee \bar{q})$ | (reg. $b_1$)) |

În continuare urmează să ne decidem pentru una din FN. Aceasta este deja FNC. Ea poate fi scrisă mai simplu astfel · $p \,\&\, q\, \bar{r}\, r\, \bar{q}$ FND urmează imediat: $pq \vee p\bar{r} \vee pr \vee p\bar{q}$ (reg. $c_4$).

**FORMULĂ,** succesiune finită de simboluri (dintr-un limbaj simbolic) sau o succesiune finită de obiecte formale dintr-un sistem formal. **F.** se definește exact relativ la sistem (lingvistic, formal) prin reguli inductive *(v. definiție inductivă)*. Există diferite tipuri de **f.** **1)** **f.** în care numai simbolurile pentru obiecte (toate sau o parte) sînt variabile (ca în algebra obișnuită), **2)** **f.** în care semnele pentru obiecte și proprietăți sînt variabile, iar semnele pentru operații sînt constante (ca în logică),

3) f. in care toate semnele (pentru obiecte, operații și proprietăți) sînt variabile (ca în teoria structurilor) De ex · a) $a + b = b + a$ ($a, b$ — variabile, $+$, $=$ — constante), b) $\forall x\ (F(x) \vee \overline{F(x)})$ ($x$, $F$ — variabile, $\vee$, $\forall$ — constante), c) $a * b = b * a$ ($a$, $b$, $*$, $=$ — variabile). În scopuri euristice se utilizează și f. incomplete, de ex · $Fx_1 \& Fx_2 \& \ldots \& \& Fx_n \& \ldots$ (punctele aci sugerează continuarea la infinit). Prin f. (într-un limbaj sau sistem formal) nu se înțelege totuși *doar* o secvență individuală de simboluri, ci totalitatea secvențelor *echivalente grafic* (*v. echivalență grafică*). O proprietate importantă a f. este *lungimea* Lungimea unei f. este numărul de simboluri din f. De ex f. „$a + b = b + a$" are lungimea 7 (avînd 7 simboluri) Lungimea f. este utilizată adesea in demonstrații prin inducție (matematică) după lungimea f. De regulă, termenul f. corespunde cu ceea ce în limbajul natural se numește „propoziție" (deci, f. = formulă propozițională), totuși în anumite cazuri f. este aplicată și la termeni, de ex în chimie („formula apei $H_2O$") Chiar in logică există o situație ambiguă in teoria funcțiilor de adevăr unde nu e clar dacă avem termeni sau propoziții De ex „$p \vee q$" este o f. care intuitiv ar reprezenta o propoziție disjunctivă, dar în teoria funcțiilor de adevăr ea reprezintă o *operație* iar operațiile sînt redate prin termeni, nu prin propoziții

**FORMULĂ VARIANTĂ**, o formulă $B$ este variantă a unei formule $A$ dacă și numai dacă $B$ se obține prin substituție din $A$ astfel că intrările identice rămîn identice după inlocuire, iar cele diferite rămîn diferite. Ex. variantă a formulei $(p \& q) \rightarrow p$ este $(r \& s) \rightarrow r$ dar nu $(r \& s) \rightarrow s$. În legătură cu formula variantă au loc teoremele · a) varianta variantei lui $A$ este varianta lui $A$ b), $A$ își este propria sa variantă, c) varianta unei teoreme este însăși teoremă, d) sistemul axiomatic nu se schimbă dacă axiomele sînt înlocuite cu variante Relația de variantă este după cum rezultă din cele de mai sus o relație de echivalență

**FORMULE OMOGENE**, formule propoziționale (scheme de propoziții) în limbajul logic ale căror variabile sînt de aceeași *categorie semantică* (*v.*) și ale căror *constante logice* sint din aceeași clasă (clasa operatorilor propoziționali, clasa cuantorilor clasa operatorilor silogistici sau clasa operatorilor modali) Ex. formulele calculului propozițional sint f o., formulele calculului predicatelor de un ordin dat sînt omogene etc. Două f. o. sînt *corelative* una la alta dacă provin una din alta prin anumite operații logice (dualizare, conversiune introducerea scoaterea sau deplasarea negației ) (*v. raporturi logice între propoziții*) De ex $p \vee q$ poate proveni din $p \& q$ prin dualizare (*v. dualitate*), $TS - \bar{P}$ provine din $TS + P$ prin obversiune, $\forall x\ Fx$ provine din $\exists x\ Fx$ prin dualizare, $TS + P$ provine din $TS - P$ prin negație. F. o. corelative pot fi sau nu echivalente. Termenul de formulă corelativă este o extindere a termenului de *formulă variantă* (*v.*) introdus de A. Church

**FRESISON**, mod al figurii a IV-a Are schema următoare

$E$ Nici un $P$ nu e $M$

$I$ Unii $M$ sînt $S$

---

$O$ Unii $S$ nu sînt $P$.

**FUNCŢIA CONJUNCŢIEI**, funcţie de adevăr simbolizată $p \& q$, $p \cdot q$, $p \wedge q$ (citeşte „$p$ şi $q$"), se defineşte prin matricea

| $p$ | $q$ | $p \& q$ |
|---|---|---|
| v | v | v |
| v | f | f |
| f | v | f |
| f | f | f |

Poate fi definită mai pe scurt prin următoarea regulă conjuncţia este adevărată atunci şi numai atunci cînd toate argumentele ei sînt adevărate. Proprietăţile mai importante ale conjuncţiei sînt următoarele

a) $p \& p \equiv p$ (idempotenţa)
b) $p \& q \equiv q \& p$ (comutativitatea)
c) $(p \& q) \& r \equiv p \& (q \& r)$ (asociativitatea)
d) $(p \& q) \rightarrow p$ (contracţia)
e) $(p \& q) \rightarrow$

**FUNCŢIA DISJUNCŢIEI NEEXCLUSIVE**, funcţia de adevăr simbolizată de obicei prin „$p \vee q$" (citeşte „$p$ sau $q$") şi definită în logica bivalentă prin matricea

| $p$ | $q$ | $p \vee q$ |
|---|---|---|
| v | v | v |
| v | f | v |
| f | v | v |
| f | f | f |

O definiţie mai scurtă în cuvinte disjuncţia este falsă atunci şi numai atunci cînd toate argumentele ei sînt false Disjuncţia are următoarele proprietăţi importante ·

a) $p \vee p \equiv p$ (idempoteuţa)
b) $p \vee q \equiv q \vee p$ (comutativitatea)
c) $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$ (asociativitatea)
d) $p \rightarrow (p \vee q)$ (extinderea)
e) $q \rightarrow (p \vee q)$

**FUNCŢIA ECHIVALENŢEI**, funcţie de adevăr simbolizată prin $p = q$ sau $p \leftrightarrow q$ sau $p \Leftrightarrow q$ sau $p \equiv q$ (citeşte · „$p$ este echivalent cu $q$") şi definită prin matricea.

| $p$ | $q$ | $p = q$ |
|---|---|---|
| v | v | v |
| v | f | f |
| f | v | f |
| f | f | v |

În cuvinte poate fi definită mai pe scurt astfel · echivalenţa este funcţia de adevăr adevărată atunci şi numai atunci cînd ambele argumente iau aceeaşi valoare. Dealtfel „echivalenţa „=echi+valenţă, adică „aceeaşi valoare" Proprietăţi ale echivalenţei ·

a) $p = p$ (legea identităţii sau reflexivitatea)
b) $(p = q) = (q = p)$ (simetria)

c) $((p = q) \& (q = r)) \rightarrow (p = r)$ (tranzitivitatea)
d) $((p = q) = r) = (p = (q = r)$ (asociativitatea)
e) $(p = q) = (\bar{q} = \bar{p})$ (contrapoziția)

**FUNCȚIA EXCLUDERII** (= disjuncția exclusivă = sumă după modulul 2) notată prin $p \oplus q$ sau $\neq$ sau $p + q$ sau $p w q$. Se definește prin

| $p$ | $q$ | $p \oplus q$ |
|---|---|---|
| v | v | f |
| v | f | v |
| f | v | v |
| f | f | f |

Este negația echivalenței

$$p \oplus q \equiv \overline{p = q}$$

Excluderea are proprietățile de comutativitate și asociativitate.
Ea satisface încă legile

(1) $p \oplus p \equiv f$ (3) $p \oplus v \equiv \bar{p}$

(2) $p \oplus f \equiv p$ (4) $p \oplus \bar{p} \equiv v$

Disjuncția neexclusivă se definește prin $\oplus$ și &

$$p \vee q \equiv (p \oplus q) \oplus p q$$

**FUNCȚIA IMPLICAȚIEI (MATERIALE)**, funcție de adevăr simbolizată prin $p \rightarrow q$ sau $p \supset q$ sau $p \Rightarrow q$ (citește „$p$ implică $q$")
Este definită prin matricea

| $p$ | $q$ | $p \rightarrow q$ |
|---|---|---|
| v | v | v |
| v | f | f |
| f | v | v |
| f | f | v |

În cuvinte poate fi definită astfel implicația este funcția de adevăr falsă atunci și numai atunci cînd primul argument *(antecedentul)* este adevărat și al doilea argument *(consecventul)* este fals. Implicația materială provine de la descrierea raporturilor de valoare ale *inferenței deductive* cu care însă nu trebuie confundată Principalele legi ale implicației sînt următoarele:

a) $p \rightarrow p$ (legea reflexivității)
b) $((p \rightarrow q) \& (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$ (tranzitivitatea)
c) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\bar{q} \rightarrow \bar{p})$ (contrapoziția)
d) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ (adevărul implică orice),
e) $\bar{p} \rightarrow (p \rightarrow q)$ (falsul implică orice)
f) $(p \rightarrow \bar{p}) \rightarrow \bar{p}$ (reducerea la absurd)
g) $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ (autodistributivitatea)

**FUNCȚIA MAJORITARĂ**, funcție a logicii propozițiilor a cărei formă de bază este Maj $(p_1, p_2, p_3) = p_1p_2 \vee p_1p_3 \vee p_2p_3$ Operatorul Maj se mai notează cu # astfel că Maj $(p_1, p_2, p_3) = p_1 \# p_2 \# p_3 = \# (p_1, p_2, p_3)$

J. von Neumann a arătat că $\{\#, -, ©\}$ sau $\{\#, -, 1\}$ sînt baze funcțional complecte. Iată cîteva corelații de bază ale acestei logici

(1) $p_1 \,\&\, x_2 = p_1 \# p_2 \# 0$
(2) $p_1 \vee p_2 = p_1 \# p_2 \# 1$
(3) $p_1 \# p_2 \# p_2 = p_1$
(4) $p_1 \# \bar{p}_1 \# p_2 = p_2$
(5) $\overline{p_1 \# p_2 \# p_3} = \bar{p}_1 \# \bar{p}_2 \# \bar{p}_3$
6) $(p_1 \# p_2 \# x_3) \# (\bar{p}_1 \# p_2 \# p_3) \# p_1 = p_1 \# p_2 \# p_3$
(7) $(p_1 \# p_2 \# p_3) \# (p_1 \# p_2 \# p_4) \# p_5 = p_1 \# p_2 \# (p_3 \# p_4 \# p_5)$

(Valorile 1 și 0 sînt respectiv *adevărul* și *falsul*)

**FUNCȚIA NEGAȚIEI**, funcția simbolizată prin $\bar{p}$ sau $-p$ sau $\neg p$ (citește: „non-$p$"), definită prin matricea

| $p$ | $\bar{p}$ |
|---|---|
| v | f |
| f | v |

Proprietate $\bar{\bar{p}} = p$ (legea dublei negații sau legea involuției)

**FUNCȚIE**, aplicație dintr-o mulțimi $A$ într-o mulțime $B$ astfel că fiecărui element considerat din $A$ îi asociem (îi punem în corespondență) un și numai un element din $B$. Pe scurt, o f așa cum a fost definită mai sus, este o „corespondență univocă" sau o „punere în corespondență univocă" (= asociere univocă de elemente). Componentele f. sînt: a) domeniul f., altfel spus „domeniul de definiție al f. "(aceasta este mulțimea $A$), b) codomeniul f., altfel spus „domeniul de semnificație" al f. (aceasta este mulțimea $B$) și c) regulile de corespondență univocă Dacă se consideră nu neapărat toate elementele din $A$ atunci se spune că f. este „definită *în* $A$", dacă se consideră *toate* elementele din $A$, se spune că f. este „definită *pe* $A$". Analog, dacă se consideră nu neapărat toate elementele din $B$ vom spune că f. „ia valori în (din) $B$", iar dacă avem în vedere *toate* elementele din $B$ vom spune că f. „ia valori *pe* $B$". De observat este că „în" nu exclude „pe". Această distincție ne obligă la a deosebi domeniul (resp codomeniul) *posibil* de cel *real* Notația tradițională a f. este $b = f(a)$ („$b$ este f. de a") (unde $a \in A$ și $b \in B$). Notația modernă este $f\ A \rightsquigarrow B$ („$f$ aplică $A$ în $B$") Uneori în loc de f. și „aplicație" se spune „transformare". Elementul $a$ ($a \in A$) se numește „preimagine", iar $b$ ($b \in A$) „imagine". În acest fel $b$ este imaginea lui $a$ (ceea ce coincide cu $a$ scrie $b = f(a)$), iar $a$ este preimaginea lui $b$. Două f. diferă dacă diferă mulțimea imaginilor sau mulțimea preimaginilor sau regulile de corespondență (aci „sau" este neexclusiv).

Exemple 1) Fie $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ și $B = \{a, b, c, d\}$
Convenim să definim f. *pe* $A$ și să ia valori *pe* $B$, în felul acesta

(1) $a = f(1)$
(2) $b = f(2)$
(3) $c = f(4)$
(4) $d = f(5)$
(5) $b = f(3)$

Formulele (1)—(5) redau regulile de corespondență. 2) Putem schimba f. de ex. astfel · considerăm mulțimea $A' \subset A$, astfel $A' = \{1, 2, 4, 3\}$ și mulțimea $B$, deci $f\ A' \rightsquigarrow B$ Regulile vor fi (1), (2), (4), (5) Putem

schimba mulțimea $B$, considerînd $B' \subset B$ sau $C$, astfel că $B \subset C$ etc. Păstrînd mulțimile $A$, $B$, putem schimba regulile, de ex., astfel:

$(1)'\ a = f\ (2)$
$(2)'\ b = f\ (1)$
$(3)'\ c = f\ (4)$
$(4)'\ d = f\ (3)$
$(5')\ b = f\ (5)$

**F.** pot fi clasificate după diferite criterii. Vom distinge mai întîi între **f.** *descriptive* și **f.** *logice*, apoi **f.** *injective*, *surjective* și *bijective*, *relații funcționale*, **f.** *identice* și **f.** *constante*, **f.** *unare* (= monadice) și **f.** *n-are* (= n-adice), **f.** *calculabile* ș.a. (v.)

*Obs.* Expresia funcțională „$f(x)$" este utilizată ambiguu: a) pentru a desemna **f.**, b) pentru a desemna *valoarea funcțională* (în genere), c) pentru a desemna imaginea elementului $x$, d) pentru a desemna însăși expresia funcțională (= utilizare autonimă).

**FUNCȚIE BIJECTIVĂ.** funcție simultan injectivă și surjectivă.

**FUNCȚIE CANONICĂ.** O funcție f: $A' \to A$ ($A' \subset A$) care este o restringere a f identice f: $A \to A$. Exemplu: putem restrînge funcțiile $V^n \to V$ (cu $V = \{1, 1/2, 0\}$) la $V'^n \to V$ (cu $V'^n = \{\mathbf{v}, \mathbf{f}\}_1 \times \ldots \times \{\mathbf{v}, \mathbf{f}\}_n$).

**FUNCȚIE CONSTANTĂ.** funcție care satisface condiția $\forall a\, f(a) = K$ (unde $K$ este o constantă). În logică (TFA) tautologiile și contradicțiile sînt **f. c.**

**FUNCȚIE CONVERSĂ** (sau **INVERSĂ**). Fiind dată o funcție $f: A \to B$ dacă există o funcție $f^{-1}: B \to A$ astfel că ea are *proprietatea de involuție* (v.) $(f^{-1})^{-1} = f$ vom spune că $f^{-1}$ este *conversa* (inversa) lui $f$). Fie $A = \{1, 2, 3, 4\}$ și $B = \{1, 4, 9, 16\}$. Este evident că $y = x^2$ și $x = \sqrt{y}$ sînt **f. i.** în raport cu cele două mulțimi ($x \in A$, $y \in B$). În dependență de numărul de argumente (funcții binare, ternare, etc.) se pot da diferite noțiuni de **f. c.**

Exemplu: fiind dată o funcție binară $\varphi(x, y)$ dacă există o funcție binară $\psi(x, y)$ astfel că $\varphi(x, y) = \psi(y, x)$ vom spune că ea este **f. c.** și respectiv că cele două funcții sînt *reciproc converse*.

**FUNCȚIE COMPUSĂ,** este o „funcție de funcții" — simbolic: $h = f \circ g$, unde $f: A \to B$, $g: B \to C$, $f \circ g: A \to C$ și există $b \in B$ astfel că $b = f(a)$, $c = g(b)$, deci $\forall a \in A\ \exists c\ c = g[f(a)]$. În logică o astfel de aplicație este $I(x, y)$, unde $A = \lambda\langle xy\rangle F(x, y)$, $B$ = mulțimea propozițiilor corespunzătoare lui $F(x, y)$ și $C = V$ (adică mulțimea valorilor logice).

**FUNCȚIE DE ADEVĂR,** funcție definită pe $V^n$ ($n = 1, 2, \ldots, k$) și care ia valori din $V$ ($V$ = mulțimea valorilor logice). f: $V^n \to V$. Se observă că graful funcției este o submulțime a produsului $V^n \times V$. Se definește prin *matrice* sau prin indicarea *regulilor* de corespondență.

Matricele pot avea diferite forme. Pentru două valori sînt folosite de obicei matrice de forma

| $p_1, \ldots p_n$ | $f(p_1 \ldots p_n)$ |
|---|---|
| | $\ldots$ |

unde pe coloană în stînga sînt puse valorile variabilelor, iar în dreapta valorile corespun-

zătoare funcţiei. Pentru mai mult de două valori sînt comode matrice de forma

| $p$ \ $q$ | 1 2 ... n |
|---|---|
| 1<br>2<br>.<br>.<br>n | |

unde la intersecţia liniilor lui $p$ şi $q$ se pun valorile funcţiei.
Considerăm matricea *implicaţiei materiale* (v.)

| $pq$ | $p \rightarrow q$ |
|---|---|
| vv | v |
| vf | f |
| fv | v |
| ff | v |

Domeniul funcţiei este $V \times V$, iar codomeniul $V$, adică:

$$f : \{\langle vv \rangle, \langle vf \rangle, \langle fv \rangle, \langle ff \rangle\} \rightarrow \{v, f\}$$

Produsul cartezian are opt elemente, $(2 \times 2) \times 2 = 8$. Graful funcţiei are doar patru elemente, acestea sînt :

$$G_{\rightarrow} = \{\langle\langle vv \rangle, v \rangle, \langle\langle vf \rangle, f \rangle, \langle\langle fv \rangle, v \rangle, \langle\langle fv \rangle, v \rangle, \langle\langle ff \rangle, v \rangle\}$$

**F. de a.** fac parte din clasa funcţiilor logice. O clasificare a **f. de a.** se obţine în dependenţă de numărul de valori din mulţimea $V$. Implicaţia de mai sus este definită pentru $V = \{v, f\}$, adică pentru logica bivalentă (adevăr-fals).

În vederea simplificării reprezentării valorilor putem utiliza cifre pentru valorile logice, de ex. 1 = adevăr, 0 = fals. Aceasta este doar o *aritmetizare* (v.) aparentă. În acest fel vom avea logici cu $V_1 = \{1\}$, $V_2 = \{1, 0\}$, $V_3 = \{0, 1, 2\}$, ... Ca urmare funcţiile vor fi de tipul:

$$f_1 : V_1^n \rightarrow V_1$$
$$f_2 : V_2^n \rightarrow V_2$$
$$f_3 : V_3^n \rightarrow V_3$$
$$\cdots\cdots$$
$$f_m : V_m^n \rightarrow V_m$$

**F. de a.** apar ca urmare a caracterizării *propoziţiilor compuse* din punctul de vedere al raporturilor de valoare.

Exemplu: considerăm conjuncţia „$p$ şi $q$", unde $p$ şi $q$ sînt propoziţii cu sens iar „şi" reprezintă o legătură de sens a acestor propoziţii. Conjuncţia în logica bivalentă poate avea două valori: adevăr (v) şi fals (f). Dacă „$p$ şi $q$" este adevărată atunci „$p$" este adevărat şi „$q$" este adevărat;

dacă „$p$ și $q$" este falsă atunci cel puțin uua din două („$p$" sau „$q$") este falsă Ca urmare obținem următorul tabel·

| $p$ și $q$ | $pq$ |
|---|---|
| v | vv |
| f | vf<br>fv<br>ff |

Se observă că deducția asupra valorii este necesară numai în cazul prım (de la v la (v, v)) în timp ce în presupunerea de fals există treı posibilitățı (așa dar nu putem deduce ceva precis cu privire la valoarea uneı componente sau alteıa). Dacă acum considerăm tabelul în abstract, adică fără a ıuai avea în vedere legătura cu propozițiile (așa cum în matematică considerăm numerele fără a maı ține seama de mulțimile pe care le caracterizează), atunci constatăm că între mulțimea perechilor dın dreapta și mulțimea valorilor diu stînga putem stabilı o corespondență univocă (adică o *funcțıe*). Operăm o inversare a tabeluluı peutru a corespunde obışnuinței noastre de a scrie funcția de la stinga la dreapta·

vv — v

vf —<br>
fv — | — f<br>
ff —

| $pq$ | $f(p, q)$ |
|---|---|
| vv | v |
| vf | f |
| fv | f |
| ff | f |

Observăm că inversarea tabelului și trecerıle de la stinga la dreapta siut operații pur formale, *neavînd vreo semnificațıe în domenıul operării cu propozițiı*. Această observație este important· pentru a evita anumite aspecte paradoxale. Trecerea de la operarea cu valorı (de la „calculul cu valori") la operarea logică cu propoziții implică anumite condiții care țın de aplicarea teoriei f. de a. la mulțimea propozițiilor. Numărul f. de a. în presupunerea că avem $n$ variabile și $m$ valori, se calculează astfel

$$N = m^{(m^n)}$$

Pentru $m = 2$ (logica bivalentă) și $n = 2$ (două argumente), avem $N = 2^{(2^2)} = 16$ Aceste funcții pot fi reprezentate în următorul tabel·

| $p\ q$ | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| vv | v | v | v | v | v | v | v | v | f | f | f | f | f | f | f | f |
| vf | v | v | v | v | f | f | f | f | v | v | v | v | f | f | f | f |
| fv | v | v | f | f | v | v | f | f | v | v | f | f | v | v | f | f |
| ff | v | f | v | f | v | f | v | f | v | f | v | f | v | f | v | f |

Iată şi denumirile acestor funcţii:

1) = tautologie
2) = disjuncţie neexclusivă
3) = replicaţie (inversa implicaţie)
4) = $q$ neutru faţă de $p$ (simbolic: $p^*q = p$) (afirmaţie de $p$)
5) = implicaţie
6) = $p$ neutru faţă de $q$ (simbolic: $p \circ q = q$) (afirmaţie de $q$)
7) = echivalenţă
8) = conjuncţie
9) = incompatibilitate
10) = excludere (disjuncţie exclusivă)
11) = negaţie de $q$
12) = antiimplicaţie
13) = negaţie de $p$
14) = antireplicaţie
15) = antidisjuncţie
16) = contradicţie

Se pot defini şi două funcţii de un singur argument:

| $p$ | $\vdash p$ | $\bar{p}$ |
|---|---|---|
| v | v | f |
| f | f | v |

Acestea sînt „afirmaţie de $p$" şi „negaţie de $p$". De observat că negaţia este inversă afirmaţiei. În ce priveşte tabelul de 16 funcţii ele sînt dispuse simetric faţă de jumătatea tabelului (linia care desparte pe 8 de 9), astfel că funcţiile simetrice sînt în raport de negaţie.

$$f_1 = \overline{f_{16}}$$
$$f_2 = \overline{f_{15}}$$
$$\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots$$
$$f_8 = \overline{f_9}$$

**FUNCŢIE IDENTICĂ**, funcţie care satisface condiţia $\forall a\ f(a) = a$. Astfel este în logica (TFA) funcţia aserţiunii $\vdash p$, căci $\vdash p \equiv p$.

**FUNCŢIE INJECTIVĂ** (simplu univocă), prescurtat f aplică *pe* A în B — este funcţia care satisface condiţia $a \neq a' \Rightarrow f(a) \neq f(a')$. Cu alte cuvinte, la elemente diferite din $A$ corespund imagini diferite din $B$. Negaţia în TFA este evident o astfel de funcţie. Funcţia $f(x) = x^2 = x \cdot x$ este, de asemenea, injectivă, de ex. ca aplicaţie de $Z \to Z$.

**FUNCŢIE N-ADICĂ**, funcţie al cărei domeniu este un *produs cartezian* (*v.*) $A_1 \times \ldots \times A_n$ (factorii pot fi şi identici) şi al cărei *graf* (*v.*) are forma: $F \subset (A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n) \times B$. Exemple din logică orice funcţie $n$-ară din TFA ($p \,\&\, q$, $p \vee q$, $p_1 \,\&\, p_2 \,\&\, \ldots \,\&\, p_n$ etc.), orice f. $n$-adică predicativă ($<(x, y)$, $=(x, y)$, *între* $(x, y, z)$).

**FUNCŢIE PROPOZIŢIONALĂ**, termen cu două semnificaţii: **1)** *propoziţie deschisă* (*v.*) şi **2)** aplicaţie de forma $f: D \to V$, unde $D$ este un domeniu de obiecte oarecare, iar $V$ — mulţimea valorilor logice. Pe scurt, prin **f. p.** se înţelege o funcţie logică (în sens larg) sau expresia unei funcţii logice. De ex.: „$x$ este par" (sau scris altfel „Par ($x$)") este o propoziţie deschisă care exprimă o funcţie logică. Dacă $D$ este $V^n$ atunci avem o funcţie de adevăr. Ceea ce ne interesează în logică este propoziţia deschisă

și numai în dependență de această funcția. Acest lucru este important mai ales pentru cazul în care avem propoziții deschise *de relație* (de ex. „$x$ este fiul lui $y$") unde pe lîngă ideea de funcție logică poate să apară și ideea de relație funcțională care interesează nemijlocit teoria mulțimilor și poate interveni în logică la nivelul metateoretic (în cadrul metodelor de natură matematică). În propoziția „$x$ este fiul femeii $y$" avem atît o relație funcțională (pentru orice om există o singură mamă corespunzătoare) cît și o funcție logică: $D \times C \to V$ (la perechile $(a, b)$ — $a \in D$, $b \in C$ — asociem univoc valorile (**v, f**) ($D$ = domeniu, $C$ = codomeniu). **F. p.** sînt studiate în logica predicatelor, relațiile funcționale în teoria relațiilor.

**FUNCȚIE SURJECTIVĂ,** prescurtat $f$ aplică $A$ *pe* $B$ — este o funcție în care $\forall b$ ($b \in B$) există cel puțin un $a$ ($a \in A$) astfel că $b = f(a)$. Orice funcție de adevăr — $f$: $V^n \to V$ — este de acest gen.

**FUNCȚII RECURSIVE,** funcții a căror valoare poate fi calculată de la simplu la complex (în ordinea construirii inductive a expresiei funcționale). Funcțiile TFA, funcțiile aritmetice (+, —, ×, ÷) sînt **f. r.** căci ele sînt „recursiv calculabile". Raționamentul prin care calculăm valoarea unei **f. r.** se numește *raționament recursiv* (sau recurent). **F. r.** sînt definite prin scheme de recursie care sînt și reguli de calcul. Notînd valorile logice cu 0 și 1 putem unifica formal funcțiile TFA cu cele aritmetice. Schemele de recursie pentru funcțiile logice vor fi atunci $\bar{p} = 1 - p$, $p \& q = p \times q$ etc. Pe lîngă schemele de recursie calculul cere și definițiile inductive ale funcției.

De ex. să se calculeze $\overline{p \& \bar{q}}$. Rescriem expresia conform cu definițiile recursive $1 - (p \times (1 - q))$. Descompunem inductiv expresia: 1, $p$, $q$, $1-q$, $p \times (1 - q)$, $1-(p \times (1 - q))$.

Rezolvăm în ordinea complexității: dacă $p = 1$ ș $q = 1$ atunci $1 - q = 0$, $p \times (1 - q) = 0$, deci $1 - (p \times (1 - q)) = 1$; dacă $p = 1$ și $q = 0$ atunci $1 - q = 1$, $p \times (1 - q) = 1$, deci $1 - (p \times (1 - q)) = 0$; dacă $p = 0$ și $q = 1$ atuuci $1 - q = 0$, $p \times (1 - q) = 0$, deci $- 1 (p \times (1 - q)) = 1$, dacă $p = 0$ și $q = 0$ atunci $1 - q = 1$, $p \times (1 - q) = 0$, deci $1 - (p \times (1 - q)) = 1$. Se observă însă că prin această procedură funcțiile logice au fost reduse la cele aritmetice. Se presupune că cele aritmetice dispun de scheme de recursie proprii. **F. r.** se împart în două mari clase. *funcții primitiv-recursive* și *funcții general recursive*. **F. r.** *primitive* presupun trei funcții inițiale: *constantă, succesor* și *de identificare*. Restul **f. r.** *primitive* se obțin din acestea prin schema de substituție sau alte scheme. Schemele următoare definesc implicit noțiunea de funcție primitiv-recursivă:

(I) $\varphi(x) = x'$ (succesor)

(II) $\varphi(x_1, \dots x_n) = q$ (constantă)

(III) $\varphi(x_1, \dots x_n) = x_i$ (identificare)

(IV) $\varphi(x_1, \dots x_n) = \psi(\chi_1(x_1, \dots x_n), \dots, \chi_m(x_1, \dots x_n))$ (substituție)

(V-a) $\begin{cases} \varphi(0) = q \\ \varphi(y') = \chi(y, \varphi(y)) \end{cases}$

(V—b) $\begin{cases} \varphi(0, x_2, \dots x_n) = \varphi(x_2, \dots x_n) \\ \varphi(y', x_2, \dots x_n) = \chi(y, \varphi(y, x_2, \dots x_n), x_2, \dots x_n). \end{cases}$

Schemele adunării și înmulțirii sînt exemple pentru (V-a)

(1) $$\begin{cases} x + 0 = x \\ x + y' = (x + y)'; \end{cases}$$

(2) $$\begin{cases} x \times 0 = 0 \\ x \times y' = x + (x \times y) \end{cases}$$

(S.C. Kleene, *Introduction to Metamathematics*, 1952).

# G

**GEN** (lat *genus*) **1.** (La Aristotel), substanță secundă (ca și specia) spre deosebire de individ care este substanță primă, este unul într-o multitudine de indivizi, există în individual dar nu ca individul *acum* și *aici*, este (împreună cu specia) esența individului, este predicat despre fiecare individ *în* care există, **2.** (la Boețiu), similaritate *(similitudo)* ce poate fi desprinsă din fiecare individ" (Kneale), este unul și deci este desemnat de termenul general așa cum individul este desemnat de numele propriu, **3.** (În logica tradițională), generalul în raport cu individualul, astfel spus **g.** exprimă o noțiune supraordonată altei noțiuni numită *specie* (v ), **4.** (În biologie), categorie taxonomică printre altele **G.** de cea mai mare generalitate se numește *summum genus* (el nu poate fi și specie), după cum specia care nu mai poate fi **g.** este *infima species.* **Între** noțiunile **g.** și noțiunile *specii* au loc următoarele raporturi . a) orice noțiune aflată între *summum genus* și *infima species* este **g.** în raport cu noțiunile subordonate și specie în raport cu noțiunile supraordonate, b) conținutul **g.** este cuprins în conținutul noțiunii specie, c) sfera speciei este cuprinsă în sfera **g.**, d) orice **g.** are cel puțin două specii, e) orice specie are cel puțin un **g.**, f) relației **g.** specie i se aplică *legea raportului invers* (v.). Silogistica judecăților, *A*, *E*, *I*, *O*, la Aristotel se bazează **în** principal pe concepția sa despre **g.**, specie și individ, dar deja de la Aristotel apar oscilații fie în spre *extensivism*, fie în spre *comprehensivism* (v. *doctrina universalelor*). Deficiențele apar din dificultatea de a înțelege dialectica general-particular. Concepînd **g.** (în sens ontologic) ca existînd *în* indivizi (ca unul în multiplu) Aristotel s-a apropiat mult de punctul de vedere dialectic însă dinamica acestui raport i-a scăpat. Contexte diferite ne arată că **g.** nu poate fi identificat cu *extensiunea* cum au cei mai mulți tendința s-o facă. Cind spunem „genul *om* a apărut în pleistocen" nu înțelegem că clasa oamenilor (care cuprinde *toți* indivizii umani) a apărut în pleistocen De asemenea, cînd spunem „omul a parcurs mai multe faze în dezvoltare" înțelegem că genul *om* s-a realizat într-o serie de specii succesive, dar pentru a-l numi *om* este necesar să se conserve ceva în seria speciilor. Se înțelege, ca în toate abstracțiile, intervine un grad de idealizare, dar aceasta stă în esența cunoașterii. Ne raportăm la realitate abstract și simplificator.

**GENERALIZARE,** operația de trecere de la o noțiune la alta mai generală (resp. de la specie la gen) prin *eliminarea* notelor definitorii și *reținerea notelor* cu o sferă mai largă. Generalizarea are două laturi : **1)** *neglijarea* a ceea ce e specific, **2.** *abstractizarea* (reținerea) a ceea ce este mai general. „Facem abstracție de" și „abstractizăm" — iată alte moduri de exprimare.

**G.** are mai multe cazuri a) trecerea de la o noțiune la alta mai generală (stabilirea genului unei noțiuni, b) trecerea de la *n* noțiuni la o noțiune *comună* (genul comun mai multor specii), c) trecerea de la *n* noțiuni la *m* noțiuni ($n > m$) (subordonarea unor specii la mai multe genuri). Operația c) exprimă pe plan mintal clasificarea.

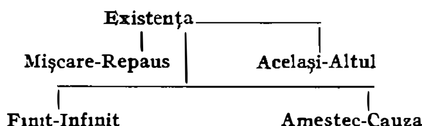
**GENERALIZARE PRIPITĂ**, eroare inductivă de tipul lui *non sequitur* (v.). Ea constă în trecerea de la un număr neînsemnat de cazuri (care în plus nu sînt bine analizate) la toate cazurile.

„*X* a vorbit bine în şedinţele *A*, *B*

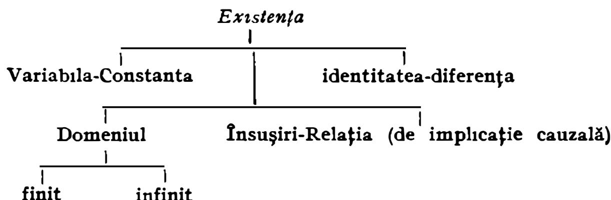
prin urmare, *X* vorbeşte bine în toate şedinţele". Există tendinţa de a trage concluzii generale pornind de la un număr mic de fapte, mai ales cînd e vorba de caracterul omului.

**GENERALIZARE STRUCTURALĂ**, generalizare pe bază de izomorfism sau omomorfism. Termenii sînt extinşi de la un sistem la altul izomorf cu el sau de la un sistem la altul omomorf cu el Într-o astfel de generalizare natura entităţilor nu are importanţă, ci doar corelaţiile dintre ele. Dacă două sisteme $S_i$, $S_j$ sînt izomorfe atunci generalizarea se poate face in orice sens, dacă $S_j$ este omomorf cu $S_i$ (dar nu izomorf) atunci generalizarea se face de la $S_i$ către $S_j$ nu şi invers.
Frege în *metoda relaţiei de denumire* (v ) şi Carnap în *metoda extensiunii sistensiunii* (v.), utilizează această procedură Conceptul de „algebră logică" este generalizat pe bază de izomorfism de la mulţimi la funcţii de adevăr (bivalente) şi la scheme cu relee şi contacte (ca dealtfel şi la altele). Acelaşi concept poate fi generalizat la numere numai pe bază de omomorfism, întrucît are loc pentru domenii numerice foarte restrînse.

**GENURI SUPREME.** În dialogul *Sofistul*, Platon consideră următoarele cinci „idei" (pe care le numeşte **g. s.**) ca fiind cele mai importante: *Existenţa, Mişcarea, Repausul*, (= nemişcarea), *Acelaşi* şi *Altul*. Ulterior, în *Philebos*, introduce alte patru idei importante: *Finitul, Infinitul, Amestecul*, şi *Cauza*. Este prima încercare de a sistematiza categoriile filosofice. El va influenţa pe Aristotel în *Categorii* şi, evident, dezvoltarea ulterioară a dialecticii. Putem introduce schema:




*Existenţa* se sprijină, pe de o parte, pe *mişcare* şi *repaus*, iar pe de altă parte pe *acelaşi* şi *altul* (altfel spus *identicul* şi *diferitul*). Probabil că în loc de *finit* şi *infinit* ar fi mai adevărată traducerea *limitatul* şi *nelimitatul* pentru a sugera doar ideea de cantitate cu care sînt corelate *în mod obişnuit* cele două categorii. Amestecul este *complexul* de însuşiri prin care determinăm, de ex , un individ ca Socrate Am corelat *amestecul* cu *cauza* deoarece tocmai cauza determină însuşirile. Putem da o interpretare (mai exact reinterpretare modernă) logică schemei



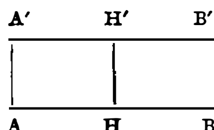
O formulă logică poate cuprinde toate aceste aspecte: $\exists x(x \equiv a \,\&\, x \neq b \,\&$ $\&\, b \Rightarrow a)$ (Domeniul este presupus) Prin aceasta vrem să sugerăm corespondența ideilor (izomorfismul) ca o cale de a studia structural evoluția lor.

**GENUS GENERALISSIMUM** (lat. „genul suprem") (*v. gen.*).

**GEOMETRIE NEEUCLIDIANĂ,** geometrie care înlocuiește postulatul V al lui Euclid („postulatul paralelelor") cu alte formulări care luate *pur formal* (*v.*) par să contrazică acest postulat. Disputa în jurul postulatului V și apariția geometriilor neeuclidiene au contribuit, în bună măsură, la dezvoltarea metodei deductive și a pus o serie de probleme pentru metoda axiomatică și pentru semantica logică. Postulatul V nu a părut evident nici tuturor matematicienilor antici. Proclus (sec. 4 e.n.) a încercat să îl înlocuiască cu *definiția* paralelei ca locul geometric al tuturor punctelor aflate la o distanță egală de dreapta dată. Dificultatea a fost însă doar deplastă: acum era necesar să demonstreze că „locul geometric" e o dreaptă. Saccheri (1733) a depus eforturi considerabile pentru demonstrarea postulatului V, ceea ce nu i-a reușit, dar experimentul său n-a fost zadarnic, căci el a pus o serie de probleme logice. Cu timpul a fost descoperită o clasă de propoziții *echivalente logic* (*v.*) cu postulatul V, ceea ce putem prezenta simbolic astfel:

$$P_5^1 \equiv P_5^2 \equiv P_5^3 \equiv - - - \equiv P_5^n$$

Evident că *demonstrația* în care una din aceste propoziții se deduce din alta, din acest lanț, este în *cerc*, or acest lucru s-a întîmplat celor ce au încercat să demonstreze $P_5$. Saccheri a pornit de la următoarea figură (dreptunghi):




(Se vede că segmentul $A'B'$ este paralel cu $AB$) În legătură cu unghiurile $A'$, $B'$ putem face trei ipoteze: (1) $A'$, $B'$ sînt unghiuri drepte, (2) $A'$, $B'$ sînt unghiuri obtuze, (3) $A'$, $B'$ sînt unghiuri ascuțite. Ipoteza (1) este o propoziție echivalentă cu postulatul V. Schema demonstrației sale este următoarea:

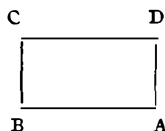
$$\frac{\begin{array}{c}(1) \vee (2) \vee (3)\\ (2) \vdash \neg (2)\\ (3) \vdash \neg (3)\\ \neg (2),\ \neg (3)\end{array}}{(1)}$$

După respingerea lui (2) rămîne cu $\neg(1) \equiv (3)$ și Saccheri a presupus că aci poate aplica *consequentia mirabilis*. În realitate, el respinge (2) presupunînd tacit că există segmente liniare de orice mărime (altfel spus, că nu există cel mai mare segment liniar). Din (2) deduce că suma unghiurilor interne triunghiului este întotdeauna mai mare decît două unghiuri drepte, ceea ce intuitiv pare absurd. La fel concluzia că există un maximum al segmentelor liniare. Demonstrația lui $\neg(3)$ nu este completă. El deduce

din (3) doar concluzii „intuitiv absurde". Exemple de concluzii intuitiv absurde a) dacă două paralele au o perpendiculară comună atunci de ambele părţi ale perpendicularei ele se îndepărtează la infinit, b) dacă două paralele nu au nici o perpendiculară comună atunci ele apropriindu-se asimptotic într-o parte, se depărtează infinit de cealaltă. Tot din (3) deducem că suma unghiurilor interne unui triunghi este mai mică decît două unghiuri drepte. Ulterior s-a arătat că (2) corespunde geometriei eliptice (Riemann) şi (3) corespunde geometriei hiperbolice (Bolyai-Lobacevski). Viciul demonstraţiei consta în faptul că pentru respingerea lui (2) şi (3) el trebuie să presupună tacit o propoziţie echivalentă cu (1). Cu alte cuvinte (2) $\vdash \neg(2)$ deoarece (2) contrazice o propoziţie (*m*), or (*m*) $\equiv$ $\equiv$ (1); (3) $\vdash \neg(3)$ deoarece (3) contrazice (*n*), or (*n*) $\equiv$ (1). Sau într-o formă mai slabă: vrem să demonstrăm *A* prin eliminarea lui $\neg A$. Dar $\neg A$ este eliminat deoarece e incompatibil cu *B*. Se presupune tacit că *B* este adevărat, dar $A \vdash B$ (ceea ce se omite). În acest fel, punctele slabe ale demonstraţiei sînt: a) supoziţia tacită a lui *B* şi *b*) omisiunea faptului că *B* se deduce din *A*. Pe de altă parte Saccheri invocă pur şi simplu „absurditatea intuitivă" a concluziilor şi atunci raţionamentul ia forma (evident greşită)

$$\frac{A \vdash B}{\neg A} \text{ (unde } B \text{ este intuitiv absurd)}$$

Saccheri a simţit că ipoteza unghiului ascuţit nu duce la o *contradicţie logică* şi a încercat o altă demonstraţie care însă s-a dovedit greşită. Ce a rămas din încercările de demonstraţie ale lui Saccheri? În primul rînd, erorile comise de Saccheri sînt instructive pentru teoria demonstraţiei: a) problema cercului vicios în demonstraţie poate lua forme mai subtile, b) scoaterea în evidenţă a clasei de propoziţii logic echivalente, c) necesitatea de a distinge între *logic contradictoriu* şi *intuitiv* contradictoriu, d) raţionamentele lui Saccheri scoteau în evidenţă necesitatea de a preciza ce înseamnă „raţionament prin absurd" şi *consequentia mirabilis*. Pe de altă parte, Saccheri a pus la dispoziţia geometricilor două „sisteme de concluzii" care în mod ciudat nu cuprindeau *în sine* contradicţia logică. Se stabilea o relaţie logică curioasă între aceste «sisteme de concluzii» şi geometria lui Euclid, relaţie care pentru intelectualul de rînd nu e clară nici azi. Lambert (1766) a reluat problema. El consideră, de asemenea, un dreptunghi:




Presupune că unghiurile *A*, *B* şi *C* sînt drepte, iar pentru unghiul al patrulea *D* face presupunerile (1) este drept, (2) este obtuz, (3) este ascuţit. Ipoteza (1) este echivalentă cu postulatul V. Ipoteza (2) i s-a părut că poate fi redusă la o contradicţie (deci respinsă prin absurd). Încercînd să respingă pe (3) ajunge la un „sistem complex de concluzii", pe care oricît l-a dezvoltat n-a găsit contradicţia. În mod foarte instructiv el scrie: „Demonstrarea postulatului lui Euclid poate fi împinsă atît de departe că rămîne, evident, un mărunţiş. Dar printr-o analiză grijulie se

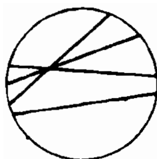
vede că tocmai în acest mărunțiș aparent constă esența problemei; de obicei el conține sau propoziția de demonstrat sau postulatul echivalent ei". Lambert însă a mers mult mai departe făcînd ipoteza că „a treia ipoteză e adevărată pe o pseudosferă" și că de aceea „nu poate fi respinsă în plan". Legendre (1752—1833) se ocupă mai îndeaproape de relațiile dintre postulatul V și suma unghiurilor interioare triunghiului făcînd trei ipoteze: (1) suma este egală cu două unghiuri drepte, (2) suma este mai mare ca două unghiuri drepte, (3) suma este mai mică decit două unghiuri drepte. Ipoteza (1) este echivalentă cu postulatul V. Demonstrațiile lui deși sînt greșite sînt interesante. Ipoteza (2) i se pare că e respinsă prin absurd, iar pentru ipoteza (3) a folosit pe nesimțite un echivalent al postulatului V. El a extins „sistemele de concluzii necontradictorii" în legătură cu ipotezele (2) și (3). Rămîne curios faptul istoric că ipotezele (2) analizate de cei trei gînditori au părut a fi respinse în timp ce la ipotezele (3) s-a observat destul de repede dificultatea Bolyai și Lobacevski, în mod concomitent, au formulat existența unei noi geometrii corespunzătoare ipotezelor (3). Această geometrie admite că printr-un punct exterior unei drepte se pot duce două paralele la acea dreaptă. Ulterior s-a generalizat afirmîndu-se posibilitatea unei infinități de paralele care trec printr-un punct exterior unei drepte Această geometrie s-a numit ulterior *hiperbolică* Lobacevski a arătat că postulatul V *nu este dependent logic* de celelalte Geometria lui Euclid este *uzuală*, iar geometria sa *imaginară*. Experiența trebuie să decidă care dintre ele corespunde mai mult proprietăților spațiului real. Riemann a construit ulterior o geometrie numită *eliptică* și care are la bază afirmația că printr-un punct exterior unei drepte nu trece nici o paralelă la acea dreaptă. Unificarea geometriilor s-a făcut prin clasificarea lor relativ la gradul de curbură. 1) geometrie de curbură zero (euclidiană), 2) geometrie de curbură negativă (hiperbolică), 3) geometrie de curbură pozitivă (eliptică). La acestea s-a adăugat geometria *absolută* (invariantă în raport cu gradul de curbură). **G. n.** au deschis cîteva probleme majore (1) cele trei postulate par să *se nege reciproc*, adică am avea trei propoziții $A$, $B$, $C$ care se află în următoarele raporturi $A = \neg B \;\&\; \neg C$, $B = \neg A \;\&\; \neg C$, $C = \neg A \;\&\; \neg B$ (fiecare dintre ele este echivalentă cu negația celorlalte două), (2) fiecare din cele trei propoziții generează un sistem necontradictoriu (consistent) de consecințe Or, cum e posibil ca trei propoziții care se neagă reciproc săfie *adevărate* deopotrivă (adevărate, în primul rînd, în sens logic, nu sint contradictoriiin consecințele lor)? Cum e posibil ca $A$ și $\neg A$ să fie simultan adevărate? Aceasta *este* o încălcare flagrantă a principiului necontradicției
Există următoarele ieșiri din situație 1) sau două din postulate sînt false, 2) sau este fals că „postulatul paralelelor este înlocuit cu negația lui", 3) sau principiul necontradicției este fals. A treia soluție este imposibilă, căci a interzice principiul necontradicției echivalează cu a permite totul (nu mai există alegere între adevăr și fals). Necontradicția este așa cum s-a arătat mai tîrziu (Hilbert) esențialul în ce privește metoda axiomatică. Respingînd 3) trebuie să respingem și 1), căci postulatele respective neducînd nici unul la contradicție descriu cel puțin o *posibilitate logică* (cum ar fi spus Leibniz) sau o *existență logică* (cum ar fi spus Hilbert) Avînd o lume „logic posibilă" putem să încercăm să-i găsim un corespondent „factual", lucru care a și fost făcut prin descoperirea de *modele* pentru **g. n.** (Beltrami, Felix Klein, Poincaré, Riemann). Înainte de a reveni la problema metodelor să discutăm soluția 2) Prin eliminare rezultă că această propoziție este falsă, cu alte cuvinte, în ciuda aparențelor, nu avem o inlocuire a postulatului paralelelor cu o *negație* a sa, căci nu există două adevă-

rări care să se contrazică între ele (care să se *nege* reciproc) Rămîne să explicăm *negația aparentă*. Explicația constă în faptul că în procesele de demonstrație corespunzătoare s-a operat cu termenii geometriei (*punct, dreaptă, plan* etc ) și relațiile geometrice *în mod pur formal* (= abstracția făcîndu-se de conținutul expresiilor) (*v. formalizare*). Deși propozițiile respective erau legate de un conținut conceptual în procesul logic ele au fost tratate *în mod tacit* ca simple *formule* ale căror componente abia urmează să fie interpretate (*v interpretare*). Această procedură a fost explicit indicată de D Hilbert în *Grundlagen der Geometrie*. Termenii *punct, dreaptă, plan* au pentru geometrul care operează *pur formal* doar o semnificație *implicită*, aceea pe care o determină sistemul de corelații (axiome) formale. Să considerăm următorul sistem de formule pe care le postulăm pentru o *lume posibilă* (*v.*) :

1 $a > b$
2. $a = c$

Formăm un sistem prin care negăm cele două postulate:
1'. $\neg(a > b)$
2'. $\neg(a = c)$

Ca formule, evident, ele se *neagă reciproc* (1 cu 1' și 2 cu 2'), dar de îndată ce le dăm o interpretare ambele sisteme pot deveni adevărate, *nu însă în aceeași interpretare*. De ex.: pentru 1 și 2 luăm numerele (3, 2), pentru 1' și 2' luăm (fiul, tatăl), astfel că pentru primul sistem $a = 2$, $b = 3$ $c = 2$, iar pentru al doilea $a$ = fiul, $b$ = tatăl și $c$ = tatăl. Relațiile, în primul caz, vor fi relații cunoscute din aritmetică, în al doilea caz, relații de vîrstă. Abia prin interpretare formulele devin *propoziții* și anume *adevărate* Dar ele nu devin adevărate în *aceeași interpretare*. Două formule (sau dacă vreți două „propoziții" tratate *pur formal*) care *se neagă reciproc* pot să devină propoziții adevărate *în interpretări diferite*. În concluzie · 1) două formule care se neagă reciproc nu pot face parte din același sistem ele nu pot fi adevărate împreună în aceeași interpretare (pentru același model) și 2) două formule care se neagă reciproc *pot* deveni adevărate ambele dar în sisteme diferite de interpretare (excepție fac anumite formule logice). Or sistemele de postulate pentru geometrii nu sînt interpretate în același mod. O curiozitate pe lîngă care n-ar trebui să se treacă cu ușurință constă în faptul că modelele **g. n.** sînt „*cufundate*" în modelul geometriei euclidiene (fără a fi identice cu acesta) Dăm un singur exemplu formulat de Felix Klein pentru geometria hiperbolică. Se consideră un cerc



1 *Punct* va fi numit orice punct *interior* cercului, 2. *Dreapta* va fi numită orice *coardă* a cercului, 3. *Plan* va fi evident mulțimea punctelor interioare cercului Prin urmare cînd Lobacevski spune că „printr-un punct exterior unei drepte trec nu mai puțin de două drepte paralele cu dreapta dată"

el vorbeşte despre cu totul altceva decît euclidienii care spun „printr-un punct exterior unei drepte trece o singură dreaptă paralelă cu dreapta dată" Este ca şi cum am avea două limbaje în care forma cuvintelor este aceeaşi dar înţelesul lor este deosebit. Relaţiile logice intre geometrii pot fi înţelese corect numai după ce am înţeles exact natura *formalizării* (*v.*) şi *interpretării* (*v.*).

**GRAF** (în sens restrîns), sistem de mulţimi $[\{a_i\}, \{b_j\}]$ (cu $i = 1, 2, \ldots \ldots m$; $j = 1, 2, \ldots n$) astfel că fiecărui element $a_i \in \{a_i\}$ îi corespunde o pereche $b_{j1}, b_{j2} \in \{b_j\}$ (unde $b_{j1}, b_{j2}$ pot fi identice). Elementele lui $\{a_i\}$ se numesc laturi sau *muchii*, iar elementele lui $\{b_j\}$ se numesc *vîrfuri*. Astfel, *pătratul logic* (*v.*) este figura geometrică ce reprezintă un **g.** — fiecărui raport logic *(latură)* îi corespund două tipuri de judecăţi *(vîrfuri)* (În sens larg) **G.** este definit ca o submulţime a unui produs cartezian: $G \subset \subset A_1 \times A_2 \times \ldots \times A_n$. Legătura dintre cele două noţiuni este evidentă $G \subset [\{a_i\} \times \{b_{j1} \times b_{j2}\}]$. Dacă **g.** este $G \subset A^n$ atunci se numeşte **g.** în sens König. O funcţie logică binară este o submulţime a produsului $(V \times V) \times V$ (unde $V = \{$adevăr, fals$\}$). După cum se poate observa o astfel de funcţie luată strict ca aplicaţie $V^2 \rightsquigarrow V$ nu este **g.** în primul sens, dar considerînd produsul $V^2 \times V$ avem un **g.** în primul sens în care laturile sînt coloanele de valori, iar vîrfurile elementelor mulţimii $V^2 \times V$ (unde elementele perechii sînt luate într-o ordine determinată). Astfel, pentru *implicaţia materială* (*v.*) avem laturile $(v\,v\,v,\ v\,f\,f,\ f\,v\,v,\ f\,f\,v)$ (altfel spus *coloanele* din matrice) şi vîrfurile corespunzătoare $(\langle\langle v\,v\rangle, v\rangle; \langle\langle v\,f\rangle, f\rangle; \langle\langle f\,v\rangle, v\rangle; \langle\langle f\,f\rangle, v\rangle)$. Unui **g.** îi putem asocia o figură geometrică *(diagramă, grafic)* sau o *matrice*. (Tîrnoveanu M., *Elemente de logică matematică*, 1965)

**GRĂMADA.** Problemă pusă de Eubulid. Nu e un sofism cum se crede ci o problemă reală, anume problema noţiunilor imprecise (sau ceea ce se numeşte în ultima vreme a „mulţimilor vagi"). Un bob nu formează o **g.** nici două boabe, nici trei ... Un milion de boabe formează o **g.** Care este linia de despărţire? Mergînd însă din aproape în aproape ar trebui să spunem că nu ştim dacă la un milion de boabe avem o **g.**, sau şi mai strict, că nu avem o **g.**, Emil Barel trece în revistă cîteva soluţii *(Probabilité et certitude)*. 1) Este vorba de „utilizare de cuvinte" şi deci neinteresantă. 2) Se poate rezolva prin introducerea unor expresii distincte: **g.** *neînsemnată*, **g.** *mică*, **g.** *mare* ş.a. Aceasta însă nu face decît să deplaseze problema. 3) Considerăm ca soluţie „părerea medie" (= media părerilor) a celor ce privesc. În acest sens nu e nevoie de *consens* ci de o *majoritate suficientă* (exemplu 95%). Totuşi problema reapare: va fi grămadă la 94%, dar la 93%, 92% etc.? 4) Soluţia *administrativă* — decidem pur şi simplu că la valoarea $k$ trebuie considerată **g.** Dificultatea însă se deplasează asupra valorii $k$ (adică a procesului de stabilire a ei). 5) Ultima soluţie trecută în revistă este cea legată de „conţinutul fizic" (Poincaré) care satisface relaţiile $A = B$ şi $B = C$, $A > C$. Problema raţionamentului **g.** se reformulează din această perspectivă astfel: $A_1 = A_2$, $A_2 = A_3$, $A_3 = A_4$, ... . . $A_{99} = A_{100}$, deci $A_1 = A_{100}$.

Or egalităţile fizice nu se comportă astfel, căci $A = B$ fizic înseamnă că nu putem percepe diferenţele, dar între, să zicem, $A_1$ şi $A_{50}$ diferenţele se acumulează încît noi le putem percepe astfel că putem spune $A_{50} < A_1$.

Or există un moment in care răspunsul la întrebarea „este aceasta o **g.**" se învîrte în jurul unei anumite cifre care este probabilitatea $p$. Această

probabilitate întrerupe continuitatea. Revenim acum la perspectiva „mulțimilor vagi". Conform cu teoria mulțimilor vagi conceptul de **g.** este imprecis și deci nu i se poate aplica terțul exclus.

**GRUNDLAGEN DER MATHEMATIK** (germ. *Fundamentele matematicii*), operă fundamentală pentru logică și matematică elaborată de D Hilbert și P. Bernays, publicată în două volume (1934, 1939), revăzută în 1968 de către P. Bernays. Cuprinde logica standard și analiza logică a matematicii aritmetizate. Ca și *Principia Mathematica* (v ) este un tratat de *logică matematică* în înțelesul restrîns al cuvîntului ( = analiza logică a matematicii), are la bază concepția formalistă (= matematica este știința sistemelor formale). Primul volum este consacrat calculelor logice (calculul propozițiilor și calculul predicatelor) și formalizării aritmeticii, cel de al doilea volum cuprinde teoria demonstrațiilor (aplicată la matematică). Deși concepută de pe poziții formaliste, lucrarea se distinge printr-o îmbinare a formalizării cu intuiția, ceea ce-i dă o claritate aparte în rindul operelor celebre de logică matematică. Se poate spune că a creat un adevărat *stil original* de expunere, ceea ce i-a atras mulți adepți.

**GRUNDZÜGE DER THEORETISCHEN LOGIK** (germ. *Bazele logicii teoretice*), operă celebră de logică simbolică pură, elaborată de D. Hilbert și W. Ackermann, publicată în 1938, ediție revăzută de Ackermann în 1947. Cuprinde logica standard ( calculul propozițiilor și calculul predicatelor). Se distinge prin claritate și calități pedagogice excepționale, ceea ce a făcut din ea cel mai utilizat manual de logică simbolică.

**GRUP**, structură algebrică definită printr-un cuplu $\langle A, *\rangle$ (unde $A$ este o mulțime de entități și $*$ o operație definită pe această mulțime) astfel că satisface următoarele proprietăți:

a) $\forall abc\ ((a * b) * c = a * (b * c))$

b) $\exists!e\forall a\ (a*e = e* a = a)$

c) $\forall a\exists!\bar{a}(a*\bar{a} = \bar{a}*a = e)$

(unde „=" este o *relație de echivalență* (v.))

Cu alte cuvinte, **g.** este caracterizat prin asociativitatea operației, existența elementului neutru și existența elementului invers. În aritmetică cuplul $\langle Z, +\rangle$ (unde $Z$ este mulțimea numerelor întregi) formează un grup. Descoperirea grupurilor în logică o datorăm lui M.H. Stone. Astfel $\langle A, \neq\rangle$ și $\langle A, =\rangle$ formează grupuri. În primul caz elementul neutru este **f** (falsul), în al doilea — **v** (adevărul). În ambele cazuri inversul fiecărui element este elementul însuși. Ca urmare legile de **g.** vor fi respectiv:

(1) $((p \neq q) \neq r) = (p \neq (q \neq r))$ și (1) $((p = q) = r)\ (p = (q = r))$

(2) $(p \neq \mathbf{f}) = p$ (2) $(p = \mathbf{v}) = p$

(3) $(p \neq p) = \mathbf{f}$ (3) $(p = p) = \mathbf{v}$

Dacă grupul are în plus proprietatea de comutativitate $a*b = b*a$ el se numește *abelian*. Se observă ușor că cele două grupuri logice sînt și grupuri abeliene.

# H

**HOMO MENSURA,** expresie prin care se desemnează principiul lui Protogoras: „Omul este măsura tuturor lucrurilor, a celor care există precum că există şi a celor ce nu există precum că nu există" Formulare care pune accent pe om ca sistem de referinţă.

# I

**I 1.** Simbol pentru judecăţile particular afirmative („Unii $S$ sînt $P$"), **2.** Simbol pentru judecăţile modale cu modusul negativ şi dictumul afirmativ (ex. „Nu este posibil $p$").

**IDEAL,** o structură de ordine Fie $I$ o mulţime în *laticea* (*v.*) $A$, cu operaţia $\top$. Spunem că $I$ este **i.** dacă şi numai dacă $\forall a,b \in A \quad a \top b \in I \Leftrightarrow \Leftrightarrow a \in I$ şi $b \in I$. Cuplul logic $\langle A, \vee \rangle$ este un **i.** Noţiunea de **i.** este duală cu cea de *filtru* (*v.*).

**IDEALIZARE,** proces de reflectare simplificată a realităţii, reflectare în care se face abstracţie de (= *se neglijează*) anumite proprietăţi esenţiale ale obiectelor, fenomenelor etc. **I.** este corelatul *abstractizării* (*v.*) ori mai exact, abstractizarea are două aspecte a) *se reţin* anumite însuşiri, proprietăţi, relaţii, b) *se neglijează* alte însuşiri, proprietăţi, relaţii. În funcţie de gradul de **i.** trece pe primul plan abstractizarea (ca reţinere de proprietăţi) sau **i.** (ca neglijare de proprietăţi). În cazul simplei abstractizări, **i.** este mascată de faptul că, pe primul plan, se află proprietăţile *reţinute*. În realitate, orice abstractizare conţine **i.** (adică o simplificare esenţială a realităţii) fie măcar şi pentru faptul că «reţinerea însuşirilor comune» presupune o *omogenizare* care în realitate nu are loc. Să luăm conceptul de *om*. Este evident că însuşirea esenţială pe care o reţinem, *raţionalitatea*, ascunde o omogenizare care iese la iveală imediat ce analizăm mai cu atenţie lucrurile. Fiecare individ uman este *raţional*, dar există atîtea *moduri* de a *fi raţional* cîţi indivizi există încît fără anumite simplificări, uniformizări, omogenizări n-am putea scoate din extrem de «aproximativele asemănări» conceptul de *raţional*. Pe de altă parte, **i.** presupune o anumită *izolare, diferenţiere netă, radicală* care în realitate nu există (în realitate avînd *treceri* abia perceptibile). Identificare radicală, pe de o parte, diferenţiere radicală, de pe alta, iată cele două laturi ale **i.**, a metodei de extrapolare,

de depășire a limitelor experienței, percepției și uneori a conceptelor obișnuite. Faptul că folosim termenii *pur, ideal, perfect, absolut, imaginar* în legătură cu astfel de abstracții arată tocmai caracterul lor idealizat. Fără simplificare, fără fragmentare nu există abstractizare și în aceasta constă universalitatea principiului (resp. procesului) **I.** Uneori gradul de **i.** duce pînă la abstracție de „lucrul în sine" (= ca totalitate de însușiri interne) și reținerea doar a anumitor *raporturi (externe)*. Metoda axiomatică (și resp metoda structurilor) are nevoie de introducerea unor *elemente ideale* care ajută la simplificarea procesului logic de rezolvare a anumitor probleme. Există anumite *excepții* a căror recunoaștere complică teoria. Este necesar să interpolăm excepțiile în seria cazurilor obișnuite ca pe niște «cazuri limită». Avem introducerea a ceea ce numim *obiecte ideale* (*v*.). Extrapolarea (= trecerea peste limitele percepției, experienței și cazurilor obișnuite) a termenilor și propozițiilor fundamentale ale teoriei duce la interpolarea excepțiilor ca pe niște cazuri limită. De ex., teoria obișnuită euclidiană capătă o simplificare dacă în loc să introducem excepția că există drepte care nu se intersectează în nici un punct, vom spune că „există drepte care se intersectează la infinit". În acest fel noțiunea de „intersecție a dreptelor" se extinde peste limitele obișnuite și odată cu ea apar concepte ideale ca „punct la infinit", „dreaptă la infinit", „plan la infinit" (în cazul geometriei în spațiu). La fel, în loc să introducem excepția aplicării operației *radical* de numere negative, vom introduce numerele *imaginare* (resp. complexe). În contrast cu Brouwer, Hilbert introduce printre conceptele ideale și *infinitul actual* (*v*.). Există o singură condiție teoretică a introducerii de termeni ideali, anume . *sistemul de axiome să rămînă necontradictoriu prin extrapolare.* În acest caz, după cum arată Hilbert, sistemul de axiome nu reproduce complet realitatea ci *simplificat*, avem o *coincidență* aproximativă. Există diferite grade de **i.** 1. **I.** implicită în abstractizare, caz în care termenii au o extensiune reală (de ex. putem indica pentru «rațional» indivizi pe care-i considerăm raționali). 2 **I.** explicită în care „lucrul în sine" dispare rămînînd numai *raporturile*. Astfel sînt *punctele, dreptele, planul*. Ele nu pot fi exemplificate direct în experiență deși le putem reprezenta și gîndi intuitiv. De acest nivel sînt și „fenomenele aleatoare". 3. **I.** explicită în care „lucrul în sine" nu există, nu poate fi reprezentat sensibil și gîndit intuitiv ci numai *formal* (ca ansamblu de relații formale) În această categorie intră „punctele la infinit", „dreapta la infinit", „planul la infinit" care diferă de gradul doi de **i.** puncte, drepte, planuri (obișnuite). Atît în cazul 2 cît și 3 însă avem *ceva* ce este determinat de raporturi (externe) mai mult sau mai puțin abstracte. Procedura este metodologică, căci astfel de *obiecte* luate ca atare nu există decît ca *obiecte abstracte* (*v*.). Le gîndim «ca și cum ar exista» deoarece în acest fel teoria devine mai simplă și mai eficientă **I.** de la nivelul 2 este proprie și *percepțiilor* nu numai *conceptelor*. **I.** în concepte are la bază supoziții *pragmatice* (neglijabilitatea practică, simplitatea și comoditatea operațiilor de gîndire, limita la care putem aborda fenomenele în mod eficient). **I.** în percepție este pur și simplu limita capacității de percepție (de ex. · indiscernabilul, imperceptibilul).

**IDEE,** provine din grecește de la εἶδος (= formă). *Teoria formelor* a lui Platon tradusă în limbile moderne prin „teoria ideilor" a contribuit la impunerea cuvîntului. St. Augustin i-a acordat înțelesul de „arhetip al cugetului divin" și Thomas d'Aquino vorbește despre *divina ideas*. În Renaștere înțelesul era *imago* (imagine ?). Descartes și Locke l-au folosit în locul termenilor medievali *species* și *intentio* (= forme existente în mintile oamenilor). În momentul de față **I.** s-a stabilit la înțelesul de concept

sau judecată. Se spune „am i. de om" (= am noţiunea omului) sau formulez i. adevărată că „omul este biped" (= judecata că omul este biped).

**IDEM PER IDEM** (lat.), definiţie prin sine, $A = \mathrm{df} A$ (*v. definiţie*).

**IDENTITATE**, relaţie între două entităţi α, β (indivizi, clase, proprietăţi) notată în mod obişnuit cu ≡ sau mai simplu cu = (semn utilizat în mod tradiţional numai pentru egalitate) şi definită astfel: (1) $\alpha = \beta = \mathrm{d}f\ \forall F\ (F(\alpha) \Leftrightarrow F(\beta))$. Definiţia a fost dată de Leibniz deşi într-o formă mai puţin precisă: „Eadem sunt quorum unum potest substitui alteri salva veritate" (toate obiectele prin substituţie îşi păstrează puterea fără schimbarea sensului"). După cum s-a remarcat aci are loc confuzia între *utilizare* şi *invocare*. *lucrurile* sînt identice, dacă *numele* unuia dintre ele poate fi pus în locul *numelui* celuilalt fără încălcarea adevărului (Church). Frege (*Grundgesetze der Arithmetik*) elimină confuzia introducînd noţiunea printr-o axiomă. Peirce o introduce prin definiţie. I. mai poate fi înţeleasă ca un *concept ideal* (neglijare totală a deosebirilor), ca *echireferenţă* a semnelor, ca *indiscernabilitate* a obiectelor, ca *neglijare practică* a deosebirilor. Russell o dă în forma următoare:

„$x$ este identic cu $y$ dacă $y$ aparţine fiecărei clase căreia aparţine $x$" sau altfel spus dacă $x$ este $u$ atrage după sine $y$ este $u$ pentru toate semnificaţiile lui $u$. Church introduce semnul „=" printr-o definiţie de prescurtare: (2) $x = y. = \mathrm{d}f\ \forall F(F(x) \Rightarrow F(y))$ Spre deosebire de definiţia dată mai sus (1), această definiţie se referă la indivizi ($x$, $y$ sînt constante individuale sau variabile individuale). Strict vorbind atît (1) cît şi (2) sînt „scheme de definiţie". De remarcat este şi diferenţa că autorii mai sus citaţi utilizează in locul echivalenţei (⇔) în definitor numai implicaţia (⇒). În schimb se deduce formula: (3) $x = y \Rightarrow (F(x) \Leftrightarrow F(y))$ Cum in (2) $x$ şi $y$ sînt intersubstituibile concluzia este evidentă. Din punctul de vedere al naturii relaţiei — i. este o relaţie de echivalenţă — este de preferat s-o redăm tot printr-o relaţie de echivalenţă („echivalenţa formală"). Într-adevăr i. este *reflexivă*, *simetrică* şi *tranzitivă*. Aceleaşi proprietăţi le are echivalenţa formală. Deosebirea între ele este de *ordin*: o relaţie de ordin inferior este definită printr-o relaţie de ordin superior. Pentru mulţimi (clase) se poate da o definiţie specifică · două mulţimi sînt identice dacă şi numai dacă ele au aceleaşi elemente (*v. axioma extensionalităţii*). De i. trebuie să deosebim i. *prin definiţie* (= df). Această ultimă expresie este ambiguă: în primul rînd, ea are sensul de „relaţie de definiţie" (relaţie care nu face parte din clasa relaţiilor de echivalenţă), în al doilea, ea înseamnă i. *care decurge* dintr-o definiţie (altfel spus, dintr-o relaţie de definiţie), ceea ce este o i. în sensul (1).

**IDENTITATEA MULŢIMILOR**, relaţie notată, de regulă, cu ≡ şi definiţia astfel: $X \equiv Y = \forall x(x \in X \Leftrightarrow x \in Y)$

Este o relaţie de echivalenţă (în sensul teoriei relaţiilor), adică *reflexivă*, *simetrică* şi *tranzitivă*. Ea nu trebuie confundată cu egalitatea (biunivocitatea, echivalenţa) mulţimilor. Relaţia lor este aceasta: $X \equiv Y \Rightarrow X \sim Y$ inversa nu este adevărată în genere. Problema dificilă care se pune în legătură cu expresia „$X \equiv Y$" este cum să interpretăm această formulă. Fiind identice „$X$" şi „$Y$" sînt doar două semne pentru aceeaşi mulţime, prin urmare, a vorbi că mulţimea $X$ este identică cu mulţime $Y$ înseamnă a da impresia că avea două mulţimi pe care le comparăm. Pe de altă parte, dacă expresia „X ≡ Y" înseamnă semnul „X" desemnează aceeaşi mulţime ca şi „Y" aceasta transformă expresia „X ≡ Y" într-o metaexpresie care vorbeşte despre simbolurile „$X$" şi „$Y$" şi deci nu-şi are locul în teoria mulţimilor. O soluţie care ne permite să integrăm expresia $X \equiv Y$ în

teoria mulțimilor este să considerăm **i. m.** ca pe un caz limită al relației de diferență între mulțimi — adică diferența mulțimilor este o mulțime de proprietăți identică cu mulțimea vidă

**IGNORAMUS ET IGNORABIMUS** (lat. „nu știm și nu vom ști"), formulă sceptică de încheiere a unei discuții.

**IGNORANTIA NON EST ARGUMENTUM** (lat „ignoranța nu este argument"), replică la cei ce răspund prin „nu știu", în loc să argumenteze

**IGNORATIO ELENCHI** („ignorarea tezei") concluzie irelevantă, eroare prin prezumție, constînd în substituirea concluziei de dovedit cu o altă propoziție, mai mult sau mai puțin apropiată de ea. Există mai multe forme de *concluzii irelevante* (prin ignorare) : **1.** Argumentum ad hominem, **2.** Argumentum ad populum, **3.** Argumentum ad ignorantiam, **4.** Argumentum ad verecundiam, **5.** Argumentum ad misericordiam, **6.** Eroarea de obiecție și, prin extensie, argumentum ad baculum (*v* )

**IGNOTUM PER IGNOTIUS** (lat „ceva necunoscut prin altceva și mai necunoscut"). Formulă ce caracterizează o greșeală logică în definire.

**IMPLICANT** (= ipoteză, premisă). Fiind date două funcții $\varphi(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ și $\psi(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ se spune că $\varphi$ este implicantul lui $\psi$ dacă pentru orice *alegere* de valori care dă valoarea *adevăr* pentru $\varphi$ obținem valoarea *adevăr* pentru $\psi$. Se observă că variabilele reunite ale celor două funcții sînt identice cu $(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ în timp ce una din ele poate conține mai puține variabile decît această mulțime. Exemple: $p \& q$ este **i.** pentru $p$, $p$ este **i.** pentru $p \vee q$, $pq$ este **i.** pentru $qp$. Una și aceeași funcție poate să aibă mai mulți implicanți. Termenul **i.** este frecvent folosit în formularea metodelor de *minimizare*, în alte contexte se folosește termenul *ipoteză* sau chiar *premisă*

**IMPLICANT SIMPLU,** orice expresie $\varphi$ care este *implicant* (v.) al unei expresii $\psi$ și **1)** are formă de produs logic elementar (= conjuncție primă) **2)** nici o parte strictă a acestui produs elementar nu mai este implicant al lui $\psi$. Exemplu Fie $\psi = \bar{p} \vee q \vee r$. Se observă că $\bar{p}$, $q$, $r$, $\bar{p} \vee q$, $\bar{p} \vee r$, $q \vee r$ sînt **i. s.** ai acestei funcții în timp ce $pq$, $qr$ nu sînt **i. s.** deoarece părțile lor sînt la rîndul lor implicanți.

**IMPLICAȚIA RELAȚIILOR** (sau extensional subsumarea, incluziunea relațiilor) — simbolic $R \Rightarrow Q$ — se definește : $R \Rightarrow Q = \forall x \forall y (xRy \Rightarrow xQy)$. Exemplu · $x = y \Rightarrow x \geqslant y$.

**IMPLICAȚIE CAUZALĂ,** relație de implicație între cauză și efect *(v. cauzalitate)*. Pe lîngă proprietățile generale ale relației de implicație are proprietățile de *ireflexivitate (v.)* și *asimetrie (v )*. Dacă prin *cauză* se înțelege numai *cauza imediată* atunci relația de cauzalitate este intranzitivă, totuși este mai în conformitate cu uzul general să considerăm *cauza* în înțelesul mai larg (mediată sau imediată) : dacă *a* cauzează pe *b* și *b* cauzează pe *c* atunci se poate spune și că *a* cauzează pe *c*.

**IMPLICAȚIE CONTRAFACTUALĂ,** implicație al cărei antecedent este o presupunere inversă stării de fapt. Ex „dacă unirea lui Mihai s-ar fi consolidat atunci țările române ar fi avut altă dezvoltare", „dacă imperiul otoman n-ar fi cucerit imperiul bizantin, estul Europei ar fi avut altă dezvoltare".

**IMPLICAȚIE FORMALĂ,** termen introdus de B. Russell pentru a desemna implicația $\forall x (P(x) \Rightarrow Q(x))$ („$P(x)$ implică *totdeauna* $Q(x)$)". Ea se deosebește de implicația materială nefiind definibilă ca funcție

de adevăr. Este folosită pentru formalizarea legilor naturii, cu alte cuvinte ea este *„formă de lege"* Exemplu de **i. i.** adevărată $\forall x$ (Metal $(x) \Rightarrow$ Dilată $(x)$), ceea ce este, evident, o lege din fizică).

**IMPLICAȚIE INFERENȚIALĂ,** relație de implicație între propoziții (judecăți). Se notează cu $\vdash$ și are schema $A \vdash B$ (citește „din $A$ se inferă $B$"). Pe lîngă proprietățile generale ale relațiilor de implicație este reflexivă ($A \vdash A$) și antisimetrică (*uneori* dacă $A \vdash B$ atunci $B \vdash A$). Cazul cel mai interesant de **i. i.** este implicația deductivă **I. i.** depinde de forma propozițiilor și de distribuția valorilor logice. *(V. Inferență, Raționament, Deducție)*

**IMPLICAȚIE NOMOLOGICĂ,** relație necesară redată în legile științei Ex dacă $2 \times 2 = 4$ atunci $\sqrt{4} = 2$ sau mai general, dacă $y = x \times x$ atunci $\sqrt{y} = x$ *(v. și propoziții nomologice)*. Notînd cu $p$ antecedentul și cu $q$ consecventul (succedentul) o putem descrie astfel. $p$ este condiție suficientă pentru $q$ și $q$ este condiție necesară pentru $p$.

**IMPLICAȚIE STRICTĂ,** implicație modală redată prin propoziția „este necesar ca dacă $p$ atunci $q$" sau „$p$ implică in mod necesar $q$" Se notează cu $\prec$ și are schema $p \prec q$ A fost introdusă de Lewis cu scopul de a scăpa de *paradoxele implicației materiale (v )* și de a reda mai adecvat relația de inferență. *(V. Sistemele modale tip Lewis)*.

**INCLUZIUNE,** relație între mulțimi, notată prin $\subset$ și definită

$$(a)\ X \subset Y = \forall x\ (x \in X \rightarrow x \in Y)$$

Există două feluri de **i.**: *strictă nestrictă* (**i.** definită mai sus este nestrictă) **I.** nestrictă admite că avem $X \equiv Y$ sau $X \not\equiv Y$, ea este notată uneori diferit $\subseteq$ **I.** strictă implică faptul că $X \not\equiv Y$. În teoria mulțimilor se ia, de regulă, ca bază **i.** nestrictă (analogul relației $\leqslant$) și se definește ca un caz restrîns incluziunea strictă. Printre proprietățile **i.** avem (b) $X \subset X$ (reflexivitatea), (c) $((X \subset Y)\ \&\ (Y \subset Z)) \rightarrow X \subset Z$ (tranzitivitatea) (d) $X \subset Y \rightarrow \overline{Y} \subset \overline{X}$ (contrapoziția) O teoremă importantă a teoriei mulțimilor spune că $X \subset Y \rightarrow X^* = Y^*$, unde $X^*$, $Y^*$- numere cardinale **I.** este o relație slabă de ordine. Exemple de **i.**: Numere naturale $\subset$ Numere intregi; Tineri sportivi $\subset$ Mulțimea sportivilor. Pe baza **i.** introducem *identitatea mulțimilor* (concept ideal)

$$X \equiv Y = X \subset Y\ \&\ Y \subset X$$
$$X \equiv Y = \forall x\ (x \in X \Leftrightarrow x \in Y)$$

Tot pe baza **i.** introducem operațiile de *extindere* și *restrîngere* Convenim să le notăm respectiv cu *Ext* și *Res*

$$Y \equiv \text{Ext}\ (X) \Leftrightarrow X \subset Y\ \&\ X \not\equiv Y$$
$$X \equiv \text{Res}\ (Y) \Leftrightarrow X \subset Y\ \&\ X \not\equiv Y$$
$$X \equiv \text{Res}\ (Y) \Leftrightarrow Y \equiv \text{Ext}\ (X)$$

Operațiile de *extindere* și *restrîngere* corespund operațiilor logice cu noțiuni numite respectiv *generalizarea* și *determinarea* noțiunilor. De asemenea, ele pot fi corelate cu unele noțiuni din topologie.

**INDEPENDENȚĂ LOGICĂ**, proprietate a unei mulțimi de propoziții sau a unei mulțimi de termeni. Se poate vorbi, de asemenea, de independența operatorilor care nu sînt totuși termeni în înțelesul obișnuit al cuvîntului. Definiții curente (1) o mulțime de termeni (resp. operatori) este independentă dacă nici un termen (resp. operator) din mulțime nu se definește prin intermediul celorlalți, (2) o mulțime de propoziții este independentă dacă nici o propoziție din mulțime nu se deduce din celelalte. Independența unui sistem de expresii este definită prin independența fiecărei expresii în parte. Un interes deosebit prezintă independența pentru sistemele axiomatice (axiome, reguli). Se pot da diferite definiții. Fie $S$ un sistem de axiome $A_1, A_2, \ldots, A_n$ Spunem despre o axiomă $A_i$ din $S$ că este independentă dacă ea nu este teoremă în raport cu celelalte axiome. Analog o regulă $R$ este independentă de celelalte reguli prime dacă $R$ nu se deduce din aceste reguli (eventual în combinație cu axiomele). Dacă regula $R$ se deduce din celelalte reguli prime (și eventual din axiome) ea este *derivată* Altă definiție: o axiomă (sau o regulă) este independentă în $S$ dacă există o teoremă care nu poate fi demonstrată fără această axiomă (sau regulă). Se poate întîmpla că dacă se schimbă sistemul de axiome una sau mai multe reguli să devină independente și invers, dacă se schimbă sistemul de reguli se poate ca o axiomă sau mai multe să devină dependente Ca urmare, independența axiomelor trebuie corelată cu independența regulilor Raportînd independența la *teoria postulatelor (v.)* Church distinge „independența relativă la demonstrabilitate" și „independența relativă la concluzii". Un postulat $A$ este independent relativ la demonstrabilitate dacă el nu este teoremă a sistemului care constă din celelalte postulate și din logica asociată Un postulat $A$ este independent relativ la concluzii dacă el nu este consecință a celorlalte postulate. Reamintim că Church înțelege prin *postulate* axiomele unui domeniu special (de ex axiomele lui Peano).

Definițiile date mai sus sînt formale (sintactice) Se poate da o definiție relativă la interpretare Un sistem de axiome formale este independent dacă pentru fiecare axiomă a sistemului există o interpretare astfel că toate celelalte axiome iau o anumită valoare (sau anumite valori) pe care axioma considerată nu le ia Se poate vorbi și de o „definiție relativă la metoda de demonstrație a proprietății" Acesta este cazul definiției date Această procedură de definire prin interpretare este utilizată pentru calculul propozițiilor Pentru calculul predicatelor de ordinul unu este utilizată o altă procedură și deci definiția relativă la procedură se va schimba. În ce privește definiția prin interpretare ea este valabilă pentru orice sistem formal, dar nu este o procedură de demonstrație a proprietății pentru orice sistem formal Pentru a demonstra independența axiomei 1 din calculul propozițional Hilbert-Ackerman se folosesc interpretările

| $p$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| $\bar{p}$ | 1 | 0 | 2 |

| $p/q$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 |
| 2 | 0 | 2 | 0 |

(matrice pentru disjuncție)

Axiomele 2, 3, 4 (H-A) vor lua toate valoarea 0 in timp ce axioma 1 nu. Pentru calculul predicatelor de ordinul unu (H-A) se procedează la demonstrarea independenței prin reducția la calculul propozițiilor Astfel, pentru axioma $\forall x\, Fx \rightarrow Fy$ se procedează la înlocuirea lui $\forall x\, Fx$ cu $\forall x\, Fx \vee p \vee \bar{p}$ și pentru axioma $Fy \rightarrow \exists x\, Fx$ se înlocuiește,

$\exists x\, Fx$ cu $\exists x\, Fx \,\&\, p \,\&\, \bar{p}$. Orice formulă deductibilă din $Ax_1 - Ax_4$ și $Ax_6$ devine din nou formulă deductibilă după transformarea indicată, în timp ca $Ax_5$ devine contradictorie. *(v. calculul propozițiilor, calculul predicatelor)*. Cu privire la importanța independenței există divergențe între logicieni. Unii (de ex., Church) consideră că nu este o proprietate *necesară*, alții (de ex., Novikov) dimpotrivă, o consideră importantă sub anumite aspecte. Gr. C. Moisil in *Logica modală generală* a arătat cum prin anexarea și suprimarea de axiome independente se pot construi noi sisteme axiomatice.

**INDIVID.** În mod obișnuit prin **i.** se înțelege *individul fizic* (de ex.: *Napoleon*, planeta *Terra*). În logica modernă categoria **i.** este relativă la un sistem teoretic, respectiv, la un sistem lingvistic, în sensul restrîns al cuvîntului *(v. limbaj)*. Carnap (in *Semnificație și necesitate*) definește astfel indivizii: sînt ,,acele entități care sînt luate ca elemente ale universului discursului în *S*, cu alte cuvinte, pentru entitățile de cel mai jos nivel (pe care îl numim nivel zero), cu care avem de a face în *S*, indiferent ce sînt aceste entități" (lucruri fizice, numere, puncte spațio-temporale sau altele) Pentru problema individualului în sens fizic *v. doctrina universalelor*.

**INDUCȚIE,** proces de generalizare; raționament prin care se trece de la constatări despre cazurile singulare dintr-o mulțime de obiecte la aserțiuni despre toate cazurile (in sens distributiv). Schematic: fie clasa $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ de obiecte și proprietatea $F$. Dacă s-a constatat că au loc $F(x_1)$, $F(x_2)$, $F(x_{n-k})$ $(0 < k < n)$ atunci asertînd $\forall x\, F(x)$ facem un raționament inductiv (= raționament prin generalizare). În cazul in care $k = 0$, **i.** este completă adică avem schema: $\dfrac{F(x_1), \ldots, F(x_n)}{\forall x\, F(x)}$ Dacă $k > 0$ și $k < n$, atunci **i.** este *incompletă*, altfel spus generalizarea este *amplificatoare*.

Schemă: $\dfrac{F(x_1), F(x_2), \ldots, F(x_k)\ (0 < k < n)}{\forall x\ F(x).}$ Această **i.** incompletă este desigur cazul cel mai interesant. Dacă mulțimea de obiecte este finită atunci **i.** este *în principiu* completă (in sensul că cel puțin în principiu, abstracție făcînd de limitele noastre spațio-temporale) toate cazurile pot fi trecute in revistă. Ea este numai contingent incompletă (deci, amplificatoare). Dacă mulțimea este infinită atunci **i.** este în principiu *(în mod necesar)* incompletă. Ce legătură are această **i.** cu **i.** matematică? **I.** matematică este un raționament mixt inductivo-deductiv, ea este **i.** și anume **i.** completă numai in *bază* în timp ce în *pasul inductiv* este deducție *(v. inducție matematică)*. Dealtfel **i.** completă este tot un fel de deducție sau, mai exact, este punctul în care **i.** și deducția se întîlnesc Schema este $F(x_1) \,\&\, F(x_2) \,\&\, \ldots \,\&\, F(x_n) \vdash \forall x\, F(x)$ conform cu legea $F(x) \,\&\, F(x_2) \,\&\, \ldots \,\&\, F(x_n) \equiv \forall x\, F(x)$ sau pentru cazul infinit (irealizabil de către noi). $\prod_{i=1}^{\infty} F(x_i) \equiv \forall x\, F(x)$. Pentru **i.** completă are loc principiul dacă premisele sînt adevărate concluzia este adevărată Pentru **i.** incompletă (amplificatoare) un astfel de principiu nu mai este valabil, concluzia poate fi cel mult credibilă in baza unor condiții care ne permit să-i acordăm adevăr cu o probabilitate (adesea nespecificată) mai mare sau mai mică. Factorii care fac credibilă concluzia într-un mare grad sînt cel puțin următorii: a) numărul cazurilor inspectate: cu cît mai multe cazuri am inspectat (în presupunerea că n-am întîlnit nici unul contrar)

cu atît mai credibilă devine concluzia, b) modul de alegere a cazurilor: după anumite reguli sau aleatoriu, c) relația dintre proprietatea $F$ și proprietatea caracteristică clasei de obiecte, d) relațiile dintre proprietatea $F$ și alte proprietăți universale ale obiectelor din clasă, e) utilizarea deductivă a concluziei.

Factorul b) îl vom divide în trei pentru *reguli* · $b_1$) operînd o clasificare asupra mulțimii supusă I. vom alege unul sau mai multe cazuri pentru fiecare clasă, dacă fiecare caz ales satisface pe $F(x)$ atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$, $b_2$) dacă clasele sînt dispuse într-o ordine astfel că avem „clase pe extremă", elementele din clasele extreme sînt cele mai relevante, $b_3$) alegînd cazul cel mai puțin așteptat raționăm astfel: dacă și cazul cel mai puțin așteptat satisface proprietatea $F$, atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$. La cazurile alese după reguli se adaugă cazul aleator: $b_n$) dacă obiecte alese cu totul la întîmplare satisfac proprietatea $F$ atunci este credibil că $\forall x\, F(x)$.

Factorul c) îl vom divide, de asemenea, în trei · $c_1$) dacă dincolo de mulțimea noastră, să-i zicem $U$, are loc că $\overline{G(x)} \rightarrow \overline{F(x)}$, unde $G$ este o proprietate caracteristică pentru $U$, atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$, $c_2$) dacă $F$ variază cantitativ împreună cu alte proprietăți generale din U atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$, $c_3$) dacă dispariția lui $F$ în toate cazurile cercetate implică dispariția altor proprietăți generale atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$. d) Dacă numărul proprietăților generale care se află în relațiile $c_1 - c_3$ cu $F$ este mare atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$. e) Dacă din ipoteza $\forall x\, F(x)$ deducem numai propoziții adevărate pentru obiecte din $U$, atunci e credibil că $\forall x\, F(x)$. Unul dintre cele mai interesante cazuri de I. este I. *cauzală* (*v.*).

**INDUCȚIE MATEMATICĂ**, metodă demonstrativă formulată inițial pentru numere naturale, dar generalizată de logica modernă. **I. m.** are două momente: a) *bază*, b) *pasul inductiv*. *Baza* constă din faptul că se demonstrează că o proprietate $P$ are loc pentru anumite entități inițiale: $e_1, \ldots, e_n$ $(n \geq 1)$. *Pasul inductiv*. Se presupune că entitățile ulterioare sînt derivate cu ajutorul unor reguli formale din entitățile date. Distingem astfel între „entitățile date" și cele „derivate imediat" din acestea. Se demonstrează că dacă $P$ are loc pentru entitățile date (oarecare) ea are loc și pentru entitățile derivate din acestea. Odată ce s-a demonstrat acest lucru se conchide că orice entitate din sistemul considerat are proprietatea $P$. Forma clasică a principiului (încetățenit odată cu teoria numerelor naturale a lui Peano) este. $(P(0)\ \&\ P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall m\, P(m)$. Este evident că pentru a demonstra concluzia trebuie să procedăm ca în cazul raționamentului *modus ponens* (*v.*) a cărui premiză majoră este tocmai principiul formulat, ca urmare schema demonstrației are următoarea formă:

$(P(0)\ \&\ P(n) \Rightarrow P(n+1)) \Rightarrow \forall m\, P(m)$ (axiomă)
$P(0)$ (se demonstrează)
$P(n) \Rightarrow P(n+1)$ (se demonstrează)
$\forall m\, P(m)$.

În matematică principiul este reformulat pentru mulțimi de numere, pentru numere transfinite, pentru numere ordinale, pentru „mulțimi bine ordonate". În logică se utilizează fie în forma de „inducția structurală", fie ca inducție „după lungimea expresiei". Exemplu: demonstrăm prin inducție structurală teorema „orice teză a sistemului axiomatic propozițional (Hilbert — Ackerman) este tautologie". (Prin *teză* se înțelege axiomă sau teoremă a sistemului). 1. *Baza inducției*. Se demonstrea-

ză prin matrice că axiomele 1 — 4 sînt tautologii. 2. *Pasul inductiv.* Se demonstrează că dacă din formule care sînt tautologii se trag concluzii conform cu regula substituției sau și modus ponens atunci se obțin tautologii. Demonstrația se face prin absurd: se presupune că Γ sint tautologii și că $C$ este o concluzie falsă, ceea ce e imposibil prin urmare $C$ este tautologie. 3. *Concluzie* Orice teză este tautologie Al doilea exemplu este de demonstrație după lungimea formulei
Demonstrăm *teorema deducției* ($v$) în calculul propozițiilor Fie axiomele următoare în $S$

$$S_1.\ A \rightarrow (B \rightarrow A)$$
$$S_2.\ (A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$$
$$S_3.\ (\bar{A} \rightarrow \bar{B}) \rightarrow (B \rightarrow A)$$

Demonstrăm: dacă $\Gamma, A \vdash B$ atunci $\Gamma \vdash A \rightarrow B$
Γ este un set (finit) arbitrar de formule din sistemul propozițional $S$, iar $D$ o derivare (= șir finit de formule) a lui $B$ din $\Gamma \cup \{A\}$ (derivarea se face conform cu modus ponens). $D$ constă din $n$ formule $D_1, \ldots, D_n$, deci are *lungimea* $n$. I. *Bază:* $n = 1$. $D$ are lungimea unei formule, adică $\Gamma \cup \{A\} \vdash B$ este o formulă Dat fiind $D$, construim o derivare $D'$ (nu neapărat de lungime unu) a lui $A \rightarrow B$ din Γ. Avînd în vedere că $D$ constă numai dintr-o formulă rezultă: $D = D_n = \ldots = D_1 = B$.
Există trei cazuri: 1) $B$ este axiomă, 2) $B$ este teoremă în Γ, 3) $B$ este însăși $A$.
În continuare construim $D'$ astfel că $A \rightarrow B$ să fie ultima formulă care derivă din Γ.
*Cazul 1.* $B$ este axiomă $D'$ este o derivare de lungimea 3.
1 $B$ (axiomă prin ipoteză)
2 $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ (axiomă prin $S_1$)
3 $A \rightarrow B$ (modus ponens). Operînd cu axiome ($S_1 - S_3$) avem evident o *demonstrație* (nu o simplă derivare).
*Cazul 2.* $B$ este in Γ. $D'$ va fi, de asemenea, de lungime 3 (adică are trei pași, trei formule)

1 $B$ (dat)
2 $B \rightarrow (A \rightarrow B)$ (axiomă prin $S_1$),
3 $A \rightarrow B$ (modus ponens).

*Cazul 3* $B$ este $A$ Prin urmare $A \rightarrow B$ este însăși $A \rightarrow A$ și deci $D'$ va fi de lungime 5

1 $A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)$ (axiomă prin $S_1$),
2 $(A \rightarrow ((A \rightarrow A) \rightarrow A)) \rightarrow ((A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A)$ (axiomă prin $S_2$)
3 $(A \rightarrow (A \rightarrow A)) \rightarrow (A \rightarrow A)$ (modus ponens la 1 și 2)
4 $A \rightarrow (A \rightarrow A)$ (axiomă prin $S_1$)
5 $A \rightarrow A$ (modus ponens la 3 și 4).

II *Pasul inductiv* Dacă teorema deducției are loc pentru o derivare mai mică decît $k$ atunci ea are loc pentru orice derivare de lungimea $k$. Presupunem că $D$ are lungimea $k$ ($D$: $\Gamma \cup \{A\} \vdash B$) Vor fi patru cazuri: 1. $B$ este axiomă, 2 $B$ este în setul Γ, 3. $B$ este $A$ însuși, 4 $B$ este consecința imediată prin modus ponens din două formule precedente Cazurile 1 — 3 sînt exact ca în bază, demonstrăm cazul 4. Fie $D_i$, $D_j$ formule precedente ($i < k$, $j < k$), iar $B = D_k$. Avem două posibilități a) $D_i$ $D_j \rightarrow B$, b) $D_j \cdot D_i \rightarrow B$ (altfel $B$ n-ar fi consecință

imediată din $D_i$, $D_j$). Luăm indiferent care alternativă, de ex., $D_j$. Lungimea derivării lui $D_i$ din $\Gamma \cup \{A\}$ este mai mică decît $k$ şi deci:

1. $\Gamma \vdash A \to D_i$ (adică această ipoteza inductivă rezultă din $\Gamma, A \vdash D_i$), Apoi avem ·

2. $\Gamma \vdash A \to D_j$ (adică $\Gamma \vdash A \to (D_i \to B)$) în continuare:

3. $\Gamma \vdash (A \to (D_i \to B)) \to ((A \to D_i) \to (A \to B))$ (axiomă prin $S_2$).

Folosind teoremele dacă $\Gamma \vdash A$ şi $\Gamma \vdash A \to B$ atunci $\Gamma \vdash B$ şi, dacă $\vdash A$ atunci $\Gamma \vdash A$, în raport cu 2 şi 3, avem

4. $\Gamma \vdash (A \to D_i) \to (A \to B)$

Aceleaşi teoreme le aplicăm la 1 şi 4

5. $\Gamma \vdash A \to B$. Q. E. D. Teorema este valabilă pentru toate derivările din $S$. Ea are loc pentru cazul cu cea mai mică lungime şi dacă are loc pentru un caz arbitrar are loc pentru cazul imediat următor, deci, este valabilă pentru toate cazurile. (Hunter G., *Metalogic*, 1971)

**INEL**, structură algebrică, constă dintr-o mulţime $A$ înzestrată cu două operaţii *, o astfel că satisface condiţiile a) este grup abelian în raport cu operaţia *, b) cealaltă operaţie este distributivă la stînga şi la dreapta în raport cu operaţia de grup. Un exemplu de **i.** în teoria numerelor este $\langle Z, +, \times \rangle$. În logică, $\langle A, \neq, \& \rangle$ şi $\langle A, =, \vee \rangle$ formează **i.** Întradevăr, în raport cu $\langle A, \neq \rangle$ şi resp. $\langle A, = \rangle$ avem grupuri abeliene La acestea se adaugă distributivitatea celei de a doua operaţii faţă de operaţia de grup, respectiv:

a) $(p \,\&\, (q \neq r)) \equiv ((p \,\&\, q) \neq (p \,\&\, r)$ (distributivitate la dreapta), b) $((q \neq r) \,\&\, p) = ((q \,\&\, p) \neq (r \,\&\, p))$ (distributivitate la stînga) pentru $\langle A, \neq, \& \rangle$ şi

c) $(p \vee (q = r) = ((p \vee q) = (p \vee r))$ distributivitate la dreapta);

d) $((q = r) \vee p) \equiv (q \vee p) = (r \vee p)$ (distributivitate la stînga) pentru $\langle A, =, \vee \rangle$

**INFERENŢĂ 1.** Proces de trecere de la premise la concluzie, **2.** Relaţie între premise şi concluzie *(v. relaţie inferenţială)*. 3 Termen sinonim cu *raţionament* (*v.*)

**INFERENŢE BAZATE PE PĂTRATUL LOGIC,** inferenţe care au ca premisă majoră o „relaţie" din *pătratul logic* (v.), ca premisă minoră afirmarea sau negarea uneia din propoziţiile aflate în relaţie, iar concluzia constă din afirmarea sau negarea (în funcţie de caz) a celeilalte propoziţii. Notăm relaţiile din pătrat astfel · contrarietate: $p/q$, contradicţie. $p + s$, $q + r$, ordonare: $p \to r$, $q \to s$, subcontrarietate $r \vee s$ Ca urmare, vom avea următoarele scheme de inferenţe:

(1) $\dfrac{p/q \quad p}{\bar{q}}$ (2) $\dfrac{p/q \quad q}{\bar{p}}$ (3) $\dfrac{p + s \quad p}{\bar{s}}$ (4) $\dfrac{p + s \quad s}{\bar{p}}$ (5) $\dfrac{p + s \quad \bar{p}}{s}$ (6) $\dfrac{p + s \quad \bar{s}}{p}$

(analog cu (3) — (6) avem schemele cu $q + r$), (7) $\dfrac{p \to r \quad p}{r}$ (8) $\dfrac{p \to r \quad \bar{r}}{\bar{p}}$

(analog cu (7), (8) avem scheme cu $q \to s$),

$$(9)\ \frac{\begin{array}{c} r \vee s \\ \bar{r} \end{array}}{s}, \quad (10)\ \frac{\begin{array}{c} r \,\mathsf{V}\, s \\ \bar{s} \end{array}}{r}$$

Schemele pot fi exprimate eliptic, eliminînd premisa majoră, ex.

$$(1)\ \frac{p}{\bar{q}},\quad (2)\ \frac{q}{\bar{p}}\ \text{etc.}$$

De asemenea, schemele pot fi exprimate cu ajutorul predicatelor *adevărat, fals*. Ex (1) dacă $p$ este contrar cu $q$ şi $p$ este adevărat, atunci $q$ este fals (aceasta deoarece contrariile nu pot fi împreună adevărate), ..., (3) dacă $p$ exclude $s$ şi $p$ este adevărat atunci $q$ este fals, ... (5) dacă $p$ exclude $s$ şi $p$ este fals atunci $s$ este adevărat (contradictoriile nu pot fi nici împreună adevărate, nici împreună false), ..., (7) dacă $p$ este supraordonat lui $r$ şi $p$ este adevărat atunci $r$ este adevărat etc. Exemple de inferenţe conform cu schemele date:

$$(1)\ \frac{\begin{array}{c} A/E \\ A \end{array}}{\bar{E}}\quad (3)\ \frac{\begin{array}{c} A + O \\ A \end{array}}{\bar{O}}\quad (5)\ \frac{\begin{array}{c} A + O \\ \bar{A} \end{array}}{O}\quad (9)\ \frac{\begin{array}{c} I \,\mathsf{V}\, O \\ \bar{I} \end{array}}{O}$$

Aceste inferenţe sînt *legi de raţionare* (*v.* *A, E, I, O*). Le putem formula şi liniar, de exemplu: $((A/E)\ \&\ A) \vdash \bar{E}$.
Exemple concrete (eliptice): (1) dacă «toţi oamenii sînt muritori» este adevărată, atunci «nici un om nu este muritor» este falsă (în virtutea relaţiei de contrarietate dintre cele două judecăţi), (7) dacă «toţi oamenii sînt muritori» este adevărată, atunci «unii oameni sînt muritori» este adevărată (în virtutea relaţiei de ordonare) (v. *pătratul logic* şi *A, E, I, O*)

**INFIMA SPECIES,** termen latin care desemnează clasele care nu mai pot fi divizate în alte clase. Uneori s-a considerat în mod greşit că *homo* este o **i. s.** (*v. arborele lui Porfir*). Probabil se avea în vedere că între *om* şi *indivizii umani* nu se mai află o *diviziune esenţială* (dar *esenţial* depinde de criterii).

**INFINIT ACTUAL,** idealizare utilizată în matematica clasică; constă în a concepe mulţimile infinite ca „date simultan", altfel spus, toate elementele mulţimii sînt date în acelaşi timp. Hilbert acceptă noţiunea numai ca pe o *idealizare* (*v.*), Brouwer în schimb o respinge, făcînd-o responsabilă de apariţia paradoxelor. După Brouwer, conceptul de **i. a.** apare ca rezultat al extinderii *principiului terţului exclus* (*v.*) asupra *mulţimilor infinite* (*v.*). Brouwer limitează terţul exclus la mulţimile finite şi propune în locul *infinitului actual* noţiunea de *infinit potenţial* (*v.*). O mulţime infinită este, după Brouwer, o mulţime *în devenire*, care se extinde mereu, o mulţime permanent *deschisă*.

**INFINIT POTENŢIAL,** concept care presupune că mulţimile infinite nu pot fi date simultan, ci sînt concepute în *continuă creştere, în devenire*. Conceptul de **i. p.** este pus de către Brouwer la baza matematicii intuiţioniste (*v. Intuiţionism logico-matematic*). **I. p.** poate fi raportat şi la universul fizic în sensul că pot fi concepute *sisteme de dimensiuni oricît de mari* fără însă a avea sisteme date actual în dimensiuni spaţio-temporale infinite.

**INTENSIUNE** 1. (În teoria noţiunii), comprehensiunea (conţinutul noţiunii), 2. (În teoria termenilor), sensul termenului, 3. (În semantica lui Carnap), entitate care satisface *L-echivalenţa* (*v.*) a doi designatori, 4. Proprietate care determină o clasă (extensiunea),

**INTERPRETARE,** acordare de semnificaţii obiectelor elementare şi secvenţelor finite de obiecte elementare ale unui sistem formal. Fiecărei categorii de obiecte formale i se asociază printr-o corespondenţă univocă un domeniu de obiecte (diferit de obiectele sistemului formal) sau se indică funcţia pe care obiectul formal o îndeplineşte în i. în caz că e obiect auxiliar. Prin aceasta secvenţele de obiecte formale devin *expresii* ale unui limbaj formalizat (termenii devin simboluri sau cuvinte, iar formulele propoziţii sau scheme de propoziţii. Fie formalismul cu obiectele formale: 1. $x, y, z, \ldots$; 2. $F, G, H, \ldots$; 3. $-, \&, \vee, \rightarrow, \forall, \exists$, 4. (,) şi cu secvenţe de forma $F(x), F(x, y), \ldots G(x), G(x, y), \ldots, \overline{F}(x), \ldots, F(x) \& G(x) \ldots, F(x) \vee G(y), \ldots, F(x) \rightarrow F(y), \ldots, \forall x F(x), \ldots, \exists x F(x)$. I. va consta în faptul că vom asocia categorii de entităţi pentru obiectele neauxiliare şi in consecinţă pentru formule *(secvenţe)*.

1. $x, y, z, \ldots$ se vor referi la domeniul indivizilor,
2. $F, G, H, \ldots$ se vor referi la domeniul proprietăţilor de indivizi;
3. — se va referi la operaţia logică negaţie

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| & | ,, | ,, | ,, | ,, | conjuncţie |
| V | ,, | ,, | ,, | ,, | disjuncţie |
| → | ,, | ,, | ,, | ,, | implicaţie |
| ∀ | ,, | ,, | ,, | ,, | cuantificare universală |
| ∃ | ,, | ,, | ,, | ,, | ,, existenţială. |

4. (,) vor ajuta la precizarea semnificaţiei secvenţelor. Secvenţele devin scheme de propoziţii: „individul $x$ are proprietatea $F$" (pentru $F(x)$), „nu are loc $F(x)$" (pentru $\overline{F}(x)$), „$x$ are proprietatea $F$ şi $y$ are proprietatea $G$" (pentru $F(x) \& G(y)$) etc. Aceasta este i. generală, ea devine completă dacă se indică pentru fiecare obiect formal ce anume semnificaţie i se asociază la un moment dat. De ex., pentru $x$ vom alege obiectul *Napoleon*, pentru $F$ proprietatea *general*. Secvenţa $F(x)$ va deveni in acest caz „General (Napoleon)" adică „Napoleon este general". Putem apoi alege pentru $x$ pe 2, pentru $y$ pe 3 şi pentru $F$ pe $<$, vom creea propoziţia $2 < 3$ care e o exemplificare a schemei de propoziţie $x < y$, Se observă că i. lui $F(x, y)$ are în acest caz următoarele nivele: a) $x$ şi $y$ se află în relaţia $F$, b) $< (x, y)$, c) $< (2, 3)$. Se observă, de asemenea, că pentru i. este nevoie de un metalimbaj mult mai larg decît limbajul destinat să descrie sistemul formal *ca* sistem formal. Corespondenţele vor fi stabilite prin reguli de corespondenţă care vor fi numite şi „reguli de interpretare" sau „reguli semantice de desemnare" (de referinţă). Categoriile de entităţi care pot fi asociate în genere sînt: 1) domeniu de obiecte oarecare, 2) domeniu de operaţii, 3) domeniu de proprietăţi. Lingvistic aceasta înseamnă că obiectele formale devin nume de obiecte, expresii de operaţii, expresii de proprietăţi, iar formulele devin expresii propoziţionale. Expresiile termeni pot desemna fie obiecte (simple) fie operaţii asupra obiectelor. O i. este *corectă* dacă fiecare secvenţă a sistemului formal devine termen sau propoziţie (sau, mai abstract, schemă de termeni şi resp. de propo-

ziții). În sensul concret cel mai tare o i. transformă fiecare formulă a sistemului formal în propoziție adevărată sau falsă sau realizabilă. În raport cu axiomele sistemului formal o i. este corectă dacă toate axiomele se transformă în propoziții adevărate (desigur cu condiția că sistemul formal axiomatic satisface toate proprietățile formale cerute, în special *necontradicția*. Orice i. completă, împarte formulele sistemului în *cel puțin* trei clase: formule care devin propoziții adevărate *(teze)*, formule care devin propoziții false și formule care devin *propoziții deschise* (*v.*) O i. generală care transformă axiomele sistemului în expresii universal adevărate este un model general al sistemului *(v. model)*.

**INTERPRETAREA MATRICEALĂ A MODALITĂȚILOR.** Sistemele modale pot fi interpretate prin matrice, adică prin mulțimi de valori reprezentate cifric. Au fost utilizate matrice pentru demonstrarea proprietăților de consistență și independență. De aci nu se poate conchide că sistemele sînt polivalente Hilbert și Ackermann utilizează matricea *n-valentă* pentru a demonstra independența sistemului propozițional bivalent Matricele au următoarele caracteristici: (a) fiecare axiomă a sistemului în chestiune va lua una din valorile indicate independent de valoarea variabilelor, (b) dacă o regulă de transformare a sistemului este aplicată la o formulă sau la formule care iau numai valoarea (valorile) indicată (indicate) atunci formula rezultantă va lua numai valoarea desemnată (valorile desemnate), (c) axioma caracteristică noului sistem va lua o valoare nedesemnată pentru valorile date variabilelor (Hughes & Cresswell *An Introduction to modal logic*) Există matrice *finite* și *infinite*, apoi matrice *caracteristice* (satisfac numai sistemul respectiv) și matrica *necaracteristice*. Astfel, pentru sistemele $S_1$, $S_4$, $S_5$, $S_8$ sînt date matrice tetravalente care le realizează, pentru sistemul $S_2$ există matrice octavalente. S-a arătat că nici unul din sistemele $S_1$ — $S_8$ și in general sistemele de „tip Lewis" nu are o matrice caracteristică finită Orice sistem este *caracterizat* de o algebră booleană infinită $\langle M, S, -, *, \times \rangle$ unde $M$ = mulțimea elementelor, $S$ = parte strictă a lui $M$ (nevidă), iar restul, operații — (complementarea), $\times$ (produsul), * (corespunde lui $\Diamond$) Cu ajutorul matricelor se demonstrează nu numai proprietățile sistemelor, ci se rezolvă (in unele cazuri?) problema deciziei Pentru sistemul $S_1^0$ se pot utiliza matricele următoare cu valorile $\{1, 2, 3, 4\}$ și valorile pentru formule demonstrate $\{1, 2\}$

| $p$ | $\sim p$ |
|---|---|
| 1 | 4 |
| 2 | 3 |
| 3 | 2 |
| 4 | 1 |

| $p$ | $\Diamond p$ |
|---|---|
| 1 | 1 |
| 2 | 2 |
| 3 | 1 |
| 4 | 3 |

| $\wedge$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

În conformitate cu definițiile pentru $\Box$, $\vee$, $\prec$, se obțin noi matrice. Orice formulă demonstrabilă are o valoare indicată (1 sau 2), iar opusa are valorile 3 sau 4, ceea ce demonstrează că sistemul este necontradictoriu. Se poate utiliza și matricea bivalentă (0, 1) dacă ținem seama de corelațiile

$$\Diamond p = p$$
$$\Diamond 0 = 0$$
$$\Diamond 1 = 1$$

Iată şi matrice pentru sistemul $S_1$.

| $p$ | $\sim p$ | $\Diamond p$ |
|---|---|---|
| 1 | 4 | 2 |
| 2 | 3 | 2 |
| 3 | 2 | 2 |
| 4 | 1 | 4 |

| $\wedge$ | 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| 2 | 2 | 2 | 4 | 4 |
| 3 | 3 | 4 | 3 | 4 |
| 4 | 4 | 4 | 4 | 4 |

Diferenţa faţă de matricele anterioare apare în cazul posibilităţii. Pentru sistemul $S_3$ se folosesc matrice cu opt valori. Cu ajutorul algebrelor booleene se demonstrează anumite proprietăţi ale sistemelor. Mc Kinsey introduce în acest scop unele noţiuni noi: 1) *extindere* a unui sistem $S$, 2) *extindere veritabilă* a unui sistem $S$. Dacă avem un sistem $S'$ astfel că orice propoziţie demonstrabilă în $S$ este demonstrabilă în $S'$, atunci $S'$ este o *extindere* a lui $S$. Dacă cele două clase de propoziţii nu sînt identice atunci $S'$ reprezintă o *extindere veritabilă*. Un sistem necontradictoriu este *complet* în sens strict dacă el nu posedă o extindere veritabilă necontradictorie. Sistemele incomplete au cel puţin o extindere completă. El a demonstrat că: a) $S_4$ şi deci $S_5$, ca extindere a lui $S_4$, posedă numai o extindere completă, b) $S_2$ (şi deci $S_1$) posedă infinit de multe extinderi complete. S. C. Scorggs a demonstrat că $S_5$ are numai extinderi veritabile (cu regulile substituţiei şi modus ponens) cu o matrice caracteristică finită. Pentru $S_5$ a demonstrat că există infinit de multe extinderi finite şi că calculul clasic al propoziţiilor este o extindere completă a lui $S_5$. Mc Kinsey şi A. Tarski au arătat că $S_4$ este izomorf cu calculul intuiţionist al lui Heyting. Ei au formulat trei funcţii de traducere a unui sistem în altul ($S_4$ în sistemul lui Heyting şi reciproc). $S_5$ şi calculul clasic al propoziţiilor sînt, de asemenea, reciproc traductibile (Hallden, Dummatt, Lemmon). Pentru sistemele de tip Ackermann nu s-au găsit matrice caracteristice (v. *sisteme modale tip Lewis*).

**INTERSECŢIE,** operaţia cu mulţimi notată de regulă cu $\cap$ şi definită

$$X \cap Y \equiv \{x \mid x \in X \;\&\; x \in Y\}$$

Aceasta înseamnă că **i.** $X \cap Y$ este formată din elementele care aparţin atît lui $X$ cît şi lui $Y$. Proprietăţile **i.**

$X \cap Y \equiv Y \cap X$ (comutativitate)

$X \cap X \equiv X$ (idempotenţă)

$(X \cap Y) \cap Z \equiv X \cap (Y \cap Z)$ (asociativitate). **I.** este *distributivă* (*v.*) faţă de reuniune ($\cup$).

$$X \cap (Y \cup Z) \equiv (X \cap Y) \cup (X \cap Z)$$

În raport cu ambele are loc legea absorbţiei $X \cap (X \cup Z) \equiv X$ şi legea lui de Morgon · $\overline{X \cap Y} \equiv \overline{X} \cup \overline{Y}$. Exemplu de mulţime obţinută prin **i.** „mulţimea studenţilor-sportivi". Un caz special de **i.** este **i.** infinită scrisă $\bigcap_{i=1}^{\infty} X_i$

**INTRANZITIVITATE** (presc. *Intrans*), proprietate formală a relaţiilor obţinută prin negarea totală a tranzitivităţii. Se defineşte astfel ·

$$Intrans\,(R) = \forall\, x\, y\, z\, \overline{Trans\,(R)}$$

Astfel relația „$x$ este tatăl lui $y$" (simb. $T(x, y)$) este intranzitivă, căci nu există $x, y, z$ astfel ca din $T(x, y)$ și $T(y, z)$ să conchidem $T(x, z)$

**INTUIȚIONISM LOGICO-MATEMATIC**, concepție filosofică asupra logicii și matematicii elaborată, în principal, de matematicienii olandezi L.R. J. Brouwer și A. Heyting în dispută cu *logicismul* (*v.*) și *formalismul* (*v.*). O variantă a intuiționismului numită *constructivism* (*v.*) a fost elaborată de A. A. Markov (U.R.S.S.). Problema de la care s-a pornit a fost aceea în legătură cu rolul *infinitului actual* (concept de bază al matematicii clasice) în apariția paradoxelor teoriei mulțimilor. Poincaré a sugerat că tocmai conceptul de infinit actual (încheiat, dat simultan) este responsabil de apariția acestor paradoxe. Apele în problema infinitului fuseseră deja tulburate de Kant în *Critica rațiunii pure*, dar ideile sînt schițate chiar în *Fizica* lui Aristotel. În justificarea antitezei la prima antinomie Kant scria: „un agregat infinit de lucruri reale nu poate fi considerat ca un tot dat, deci nici ca dat *în același timp*". Gauss, Kronecker ș.a. au respins ideea infinitului actual. Brouwer a pornit și el de la Kant în mai multe puncte ale concepției sale, chiar dacă în anumite privințe se îndepărtează de acesta. 1) Intuiția timpului este „fenomenul fundamental al intelectului uman" din ea poate fi derivată întreaga matematică. 2) Matematica constă din judecăți sintetice *a priori*. 3) Procesele matematice constau din «construcții» (un fel de experimente mentale). Intuiția constă în conceperea clară a construcțiilor intelectuale. 4) Matematica nu are un conținut „independent de gîndire" și este „independentă de experiență". 5) Existența obiectului matematic este admisă dacă este dat un procedeu care ne poate duce *în principiu* (abstracție făcînd de limitele practice în legătură cu lungimea procesului efectuat) la construcția efectivă (intuibilă) a obiectului respectiv. 6) Infinitul este *potențial (v. infinit potențial)* nu actual Infinitul actual este rezultatul extinderii principiului terțului exclus asupra mulțimilor infinite. Aceasta este și cauza apariției paradoxelor. 7) Matematica are de a face cu infinitul, dar obiectul său care este construcția matematică intelectuală exclude infinitul actual și admite numai infinitul *în devenire* (potențial). 8) Matematica intuiționistă cere o logică proprie, *logica intuiționistă* (*v.*) care este o logică *infinitistă*, fără terțul exclus, fără dubla negație și fără raționamentul prin absurd. Această logică a fost formulată de Heyting. 9) Enunțurile universale sînt demonstrate în unele cazuri cînd se constată că enunțul existențial corespunzător implică o contradicție și deci trebuie respins.

$$\neg\exists x(F x \,\&\, \neg G x) \rightarrow \forall x \neg(F x \,\&\, \neg G x)$$

10) Matematica intuiționistă admite numai metode care sînt în acord cu principiile deja amintite, ele sînt numite „metode constructive" (sau intuiționiste). Pe lîngă aceste idei este util, pentru înțelegerea intuiționismului, să reținem că logica sa cere o altă interpretare pentru simboluri pentru a o distinge de logica clasică, altfel în aceeași interpretare logica clasică se poate deduce din axiomele lui Heyting. Brouwer a echivalat respingerea terțului exclus cu respingerea rezolvabilității oricărei probleme matematice. Absolutizînd metoda constructivistă intuiționiștii au ajuns la o concepție idealistă asupra matematicii și logicii. Matematica „intuiționistă" nu depinde însă în mod logic de acest fundament idealist.

**INVERSAREA RELAŢIEI**, schimbarea termenilor şi a sensului relaţiei (în caz că e contrară). Ex. trecerea de la $x > y$ la $y < x$ este **i. r.**, $y < x$ fiind *inversata* lui $x > y$. Între relaţia directă şi inversata ei există întotdeauna raport de echivalenţă Ex $x > y \equiv y < x$.
Uneori se confundă *relaţia inversată* cu *conversa relaţiei* (*v.*), ceea ce evident este o eroare.

**INVERSIUNE**, inferenţă bazată pe schimbarea *cantităţii* judecăţii şi a calităţii termenilor sau şi cópulei. Se deosebesc două feluri de **i.** ale judecăţilor *A, E, I, O*: **1)** *parţială* (presupune schimbarea calităţii subiectului şi a cópulei), **2)** *totală* (presupune schimbarea calităţii termenilor).
Legi de **i.** parţială: (1) $TS - P \Rightarrow U\bar{S} + P$, (2) $TS + P \Rightarrow U\bar{S} - P$
Legi de **i.** totală: (3) $TS - P \Rightarrow U\bar{S} + P$ (4) $TS + P \Rightarrow U\bar{S} + \bar{P}$. Judecăţile particulare nu dau inferenţe valide prin **i. I.** totale se obţin prin obversiunea **i.** parţiale. Ca şi contrapoziţia trecerea de la o judecată la inversa ei parcurge un lanţ de judecăţi: $TS - P$, $TS + \bar{P}$ (obversiune), $T\bar{P} + S$ (conversiune), $T\bar{P} - \bar{S}$ (obversiune), $U\bar{S} - \bar{P}$ (conversiune), $U\bar{S} + \bar{\bar{P}}$ (obversiune), $U\bar{S} + P$ (dubla negaţie).

**IPOTEZĂ**, **1)** presupunere din care urmează să deducem anumite concluzii (ex **i.** raţionamentului prin absurd), **2)** presupunere (sau ansamblu de presupuneri) prin care ne propunem să explicăm un fapt nou (a cărui explicaţie reală n-o cunoaştem încă) sau care asertează (fără a demonstra) existenţa unui fapt (ex. „păsările se orientează pe baza magnetismului globului pămîntesc", „pămîntul a luat naştere prin desprindere din soare", „există viaţă în sistemul planetar cel mai apropiat"). În legătură cu unul şi acelaşi fapt, neexplicat încă, pot fi formulate mai multe **i.** Există o serie de condiţii logice pe care **i.** trebuie să le satisfacă a) necontradicţia sistemului de concluzii care decurg din ea, b) dacă e în acord cu principiile ştiinţei (şi nu este o alternativă la astfel de principii) trebuie să fie în acord şi cu concluziile care decurg din ele, c) dacă **i.** îşi propune explicarea unor fapte ea trebuie să fie competitivă (adică să explice cel puţin la fel de bine faptele ca şi **i.** concurente), d) dacă asertează existenţa unui fapt nou trebuie să existe adevăruri deja demonstrate care s-o confirme, e) să nu existe adevăruri care s-o infirme.

**IREFLEXIVITATE** (presc. *Iref*), termen derivat prin negaţia tare a reflexivităţii, desemnînd faptul că proprietatea $Ref(R)$ nu are loc pentru nici un caz. Se defineşte astfel · $Iref(R) = \bar{\exists} x(x\, R\, x)$. Astfel, relaţia $<$ este ireflexivă căci $\forall x(\overline{x < x})$.

**IZOMORFISM** (gr. *isos* = egal, *morphe* = formă, aceeaşi formă), relaţia complexă între două obiecte, mulţimi, sisteme care constă în a avea *aceeaşi formă* (indiferent de natura entităţilor puse în corespondenţă). Este convenabil să privim obiectele ca sistem şi să definim **i.** prin *corespondenţa binnivocă (v.)* a elementelor între ele, a operaţiilor între ele, a proprietăţilor (însuşiri şi relaţii) între ele. Acesta este **i.** complet (perfect). **I.** *parţial* e relativ la un tip de structură. De ex. un *sistem formal (v.)* şi reprezentarea sa sînt perfect izomorfe. $\langle Z, +\rangle$ are aceeaşi *structură algebrică* cu $\langle P, \equiv\rangle$ şi $\langle P, \not\equiv\rangle$, unde $\langle Z, +\rangle$ este mulţimea numerelor întregi înzestrată cu operaţia de adunare, $\langle P, \equiv\rangle$ este mulţimea funcţiilor de adevăr înzestrată cu operaţia echivalenţă, iar $\langle P, \not\equiv\rangle$ este mulţimea funcţiilor de adevăr înzestrată cu operaţia de excludere (nonechiva-

lenţa). În plus ⟨P, =⟩ şi P, ≠⟩ sînt considerate în cadrul logicii bivalente. Aceste trei sisteme au aceeaşi structură, anume structura de *grup (v.)*. În schimb ⟨Z, +, ×⟩ şi ⟨P, =⟩ sînt izomorfe în ce priveşte structura de grup, dar nu cea de inel. Noţiunea de i. definită mai sus este cea mai tare, căci ea impune corespondenţa sub trei aspecte: elemente, operaţii şi proprietăţi. Cum structura poate fi definită mai larg sau mai restrîns *(v. structuri matematice)* putem să ne limităm la ideea că sistemele sînt izomorfe dacă ele satisfac aceeaşi structură (şi structura se presupune a fi definită în abstract, independent de natura sistemelor) Dacă în exemplul de mai sus limităm mulţimea P la mulţimea valorilor logice (v, f) structura va fi realizată şi vom avea i. în acest ultim sens, dar nu în sensul iniţial, căci nu putem stabili corespondenţă biunivocă între *Z* şi (v, f). În funcţie de necesităţi vom aplica o noţiune sau alta De ex , uneori în modelarea fizică *(v. model)* este necesar să ţinem seama de numărul elementelor (altfel spus, de echivalenţa mulţimilor de elemente), alteori putem face abstracţie de aceasta (V şi *Omomorfism*).

# Î

**ÎMPĂTRIREA TERMENILOR,** eroare logică bazată pe polisemantismul termenilor. Un silogism simplu trebuie să aibă trei şi numai trei termeni, or dacă termenul mediu este luat într-un înţeles în prima premisă şi în alt înţeles în a doua premisă silogismul are patru termeni (de aci **î. t.**). Exemplu

Adevărul este o proprietate a judecăţii
Propoziţia „2 + 3 = 5" este un adevăr
———————————————————————
Propoziţia „2 + 3 = 5" este o proprietate a judecăţii

Aci termenul *adevăr* este luat în prima propoziţie aşa cum se arată în sensul de *proprietate a judecăţii,* dar în a doua propoziţie este luat în sensul de *judecata adevărată,* în acest fel se obţine o concluzie eronată.

**ÎNTREBARE COMPLEXĂ,** eroare logică de prezumţie Se bazează pe presupunerea că ceva este adevărat sau că ceva este fals şi presupune deja un anumit răspuns, iar prin răspunsul direct se asertează mai mult decît o singură propoziţie. **Î. c.** are caracter retoric şi este frecvent utilizată în dezbaterile publice. Exemple 1) „Trebuie oare să fure din moment ce nu i se oferă de lucru?", 2) „Este cineva perfect?", 3) „Locuieşti la Braşov sau la Bucureşti?" Prima întrebare presupune că „nu trebuie să fure" şi deci că „trebuie pedepsit", a doua întrebare presupune că „nimeni nu este perfect" şi că deci „vinovatul trebuie scuzat (cel puţin în parte)", a treia întrebare presupune că cel întrebat locuieşte la Bucureşti sau la Braşov. Dacă se dă răspunsul „Locuiesc la Sibiu" aceasta implică şi negarea prezumţiei

**ÎNŢELEGERE LOGICĂ,** proces de înţelegere a expresiilor şi, resp, a ideilor care constă în a) traducerea lor în limbajul experienţei personale (resp exprimarea ideilor în acest limbaj), b) definirea termenilor şi transformarea propoziţiilor în propoziţii sinonime sau echivalente logic, c) operarea formală corectă cu expresiile (resp ideile), d) aplicarea expresiilor la domeniul de semnificaţie (indicarea denotatului sau a elementelor extensiunii), în genere la realitate. Aceasta este **î. l.** *completă.* Există două tipuri de abatere de la înţelegerea *completă:* **1.** capacitatea de a opera formal cu expresiile fără a le putea aplica la realitate (la cazuri particulare etc.) şi **2.** capacitatea de a utiliza în aplicaţii expresiile (aplicarea lor corectă, adesea prin simplă exemplificare) fără a le putea defini şi a opera formal corect cu ele. **Î. l.** i se asociază impresia psihică de înţelegere dar înţelegerea psihică (impresia) nu este un criteriu al **î. l.** Corelatul **î. l.** este transmiterea logică pe înţeles *(comunicarea inteligibilă)* Aceasta se realizează cînd ne sprijinim pe limbajul experienţei personale al celui ce recepteazǎ şi se verifică prin probarea pe rînd a criteriilor **î.**

# J

**JUDECATA 1.** Formă logică constînd într-o afirmare sau o negare. **2.** Informaţie transmisă de o propoziţie, altfel spus, sensul propoziţiei. În logica tradiţională, **j.** este una din categoriile de bază alături de *noţiune (v.)* şi *raţionament (v.)*. **J.** este o categorie *conceptuală* (ţine de limbajul abstracţiilor). În logica modernă se preferă categoria semiotică *propoziţie*. **J.** este actul elementar de gîndire, altfel spus odată cu **j.** începe gîndirea propriu-zisă Expresiile care nu redau o **j.** nu fac decît cel mult să reamintească de *obiecte*, să trimită la obiecte, *să ne îndrepte atenţia* spre anumite obiecte, ele sînt „gînduri incomplete".

**JUDECATĂ DE MODALITATE,** judecată care are una din formele „Este posibil *p*", „Este necesar *p*", „Este imposibil *p*", „Este contingent *p*" sau respectiv formele corespunzătoare cu negaţia („Nu este posibil *p*", „Este posibil non-*p*") etc. Părţile judecăţii modale sînt *modusul* (v) şi *dictumul* (v.). Judecata modală se poate raporta la stări de fapt şi atunci forma ei exactă este „Este *M ca p*" (unde *M* este modalitatea) iar *p* exprimă starea de fapt sau se raportează la o propoziţie *p* ca in forma „Este posibil *p*". Propoziţia „Este posibil *ca* mîine să plouă" se referă la starea de fapt *să plouă*, dar propoziţia „Este posibil mîine va ploua" este o prescurtare pentru „Este posibil să fie adevărată propoziţia „mîine va ploua" (v. şi *Pătratul modalelor*).

**JUDECATĂ PARTICULAR AFIRMATIVĂ,** judecată de forma *unii S sînt P*, simbolizată prin *I* şi avînd schema *US — P*. Se distinge de judecata particular exclusivă care are forma *numai unii S sînt P*. În raport cu aceasta *I* este neexclusivă, „unii" însemnînd cel puţin un, mai mulţi sau poate toţi. Ex. „Unii oameni sînt muritori" (particular neexclusivă), „numai unii studenţi sînt sportivi" (particular exclusivă). Orice judecată particular exclusivă poate fi exprimată printr-o judecată particular neexclusivă, dar în operaţiile cu judecăţile neexclusive trebuie să se ţină seama de această posibilitate. Dacă notăm judecata exclusivă cu $I^*$ atunci relaţia dintre ele va fi $I^* \Rightarrow I$ (nu şi reciproca). Relaţia lui $I^*$ cu *A* este de excludere, iar cu *O* este $I^* \Rightarrow O$. *O* la rîndul său poate fi exclusivă $O^*$. „J. p. a." se extinde la J. de relaţie, compuse etc.

**JUDECATĂ PARTICULAR NEGATIVĂ,** judecată de forma *unii S nu sînt P*, simbolizată cu O şi avînd schema *US + P*. Se deosebeşte de judecata exclusivă (numai unii *S* nu sînt *P*). Ex. „unii oameni nu sînt sportivi", „unii oameni nu sînt marţieni". *(V. Judecată particular afirmativă)*.

**JUDECATĂ UNIVERSAL AFIRMATIVĂ,** judecată de forma *toţi S sînt P* simbolizată cu litera *A* şi avînd schema *TS—P*. Ex. „Toate mamiferele sînt animale" Se mai poate exprima prin „Orice *S* este *P*" sau „Fiecare *S* este *P*". „J. *u.* a." se extinde la J. de relaţie, compuse etc.

**JUDECATĂ UNIVERSAL NEGATIVĂ,** judecată de forma *nici un S nu e P* simbolizată prin litera *E* şi avînd schema *TS + P* (ceea ce se citeşte „toţi *S* nu sînt *P*"). Ex. „Nici un peşte nu e mamifer". (v. şi J. u. a.)

**JUDECĂŢI ANALITICE**, termen lansat de Kant în *Critica raţiunii pure* prin distincţia între j. a. şi judecăţile sintetice. El scrie: „În toate judecăţile în care este gîndit raportul dintre un subiect şi un predicat (nu consider decît judecăţile afirmative, căci la cele negative aplicarea este apoi uşoară), acest raport este posibil în două feluri. Sau predicatul *B* aparţine subiectului *A* ca fiind ceva ce e cuprins (implicit) în acest concept, sau *B* se găseşte cu totul în afara conceptului *A*, deşi stă în legătură cu el. În cazul dintii numesc judecata *analitică*, în celălalt *sintetică*. Judecăţile analitice (afirmative) sînt deci acelea în care legătura predicatului cu subiectul este gîndită prin identitate iar acela în care legătura este gîndită fără identitate trebuie să fie numite judecăţi sintetice". Pe cele analitice le mai numeşte şi *explicative*, iar pe cele sintetice *extensive* În j. a. predicatul este scos prin *analiză* (= descompunere) din conceptul subiectului, în cele sintetice el este *adăugat* (sintetizat) la conceptul subiectului. De ex. „toate corpurile au întindere" este o judecată analitică, în timp ce, „toate corpurile sînt grele" este o judecată sintetică. Judecăţile de experienţă sînt sintetice, judecata „7 + 5 = 12" este sintetică J. a. se întemeiază pe principiul necontradicţiei, în timp ce, judecăţile sintetice se bazează pe intuiţie Kant a deschis prin aceasta problema judecăţilor „analitic adevărate" şi a judecăţilor „sintetic adevărate", de aci nenumărate complicaţii ulterioare. În plus Kant a distins intre judecăţile sintetice *a priori* şi cele *a posteriori*. Primele conţin în sine necesitate, celelalte nu Privind lucrurile retrospectiv distincţia kantiană analitic-sintetic se regăseşte la Descartes (în *Regulae*) sub denumirea de „conjuncţii necesare" şi „conjuncţii contingente". Conjuncţia este necesară cînd un concept este „intim implicat în alt concept", iar contingentă este „conjuncţia acelora care nu sînt legate printr-o relaţie inseparabilă". O corespondenţă perfectă nu există totuşi căci la Descartes „*necesarul* cuprinde şi sinteticul a priori al lui Kant, cel puţin cind exemplifică. Dar şi la Descartes lucrurile stau mai complicat, căci el distinge mai întîi ideile *simple* şi cele *compuse* (= conjuncţii), iar acestea se subdivid primele în trei, ultimele în două aşa cum am văzut Apoi distincţia lui între „idei născute" şi cele dobîndite nu este de neglijat în disputa deschisă de Kant Leibniz insuşi prin „adevărurile de fapt" şi „adevărurile de raţiune" se reintegrează pe linia *a priori – a posteriori* şi implicit *analitic-sintetic*. Leibniz corelează adevărurile de raţiune cu principiul identităţii şi principiul necontradicţiei. Kant va face şi el din principiul necontradicţiei raţiune suficientă pentru j. a. Bolzano va relua termenii, dar din altă perspectivă. o propoziţie este analitică relativ la unul din constituenţii săi substituibil cu orice obiect (real) din clasa respectivă. Prin substituţie ea poate deveni „universal adevărată" sau „universal falsă" sau „parţial adevărată, parţial falsă" Propoziţia este analitică în primele două cazuri şi sintetică în ultimele. De ex. propoziţia „Omul Caius este muritor" poate fi substituită faţă de constituentul „Caius" şi se obţin propoziţii ca „Omul Titus este muritor", „Omul Iulius este muritor" etc. Propoziţia „Un om moraliceşte rău nu merită preţuire" este analitică deoarece la orice substituţie pentru „om" se obţin numai propoziţii adevărate, dar „Un triunghi conţine două unghiuri drepte" este sintetică. El credea că înţelesul său este apropiat de Kant, dar rămîn de discutat două puncte a) noţiunea de substituţie şi b) includerea în analitice a propoziţiilor universal false. Bolzano mai deosebise *analiticul* in virtutea legilor naturii şi în virtutea unor simple accidente. El admite că anumite proprietăţi decurg din structura propoziţiilor, dar în ansamblu concepţia sa este mai degrabă nebuloasă.

Frege distinge adevărurile analitice de cele sintetice prin aceea că cele analitice se bazează doar pe legi logice și pe definiții, în timp ce propozițiile sintetice apelează la premise care nu țin de logică. Pentru el conceptul de *logică* este mult mai larg decît pentru Kant. Wittgenstein (și după el Russell) leagă ideea de *analitic* de cea de *tautologie*: „Propozițiile logicii, prin urmare, nu spun nimic (ele sînt propoziții analitice)". Poincaré va distinge *analiticul silogistic*, de cel *recurent* aplicat în matematică. Carnap reia termenii de „adevăr necesar" (Leibniz), „adevăr analitic" (Kant), „adevăr logic formal" și propune ca explicant „L-Adevărul" *(v.)* *L-Adevărul* se definește în raport cu regulile semantice ale sistemului și cu conceptul *descriere de stare*. *Analiticul* este totuși mai larg decît *logic adevăratul*. Ajdukiewicz procedează la relativizarea lingvistică a termenilor. Pentru A. J. Ayer: „O propoziție este analitică dacă validitatea ei depinde numai de definițiile simbolurilor pe care le conține, și este sintetică dacă validitatea ei este determinată de faptul de experiență". Jakko Hintikka distinge patru clase de definiții, primele trei cuprinzînd mai multe cazuri astfel că avem $4 + 2 + 5 + 1 = 12$ sensuri. Noi ne-am oprit la un singur sens care este utilizat destul de curent „adevărat prin definiție".

**JUDECĂȚI DE CALITATE,** judecățile afirmative sau negative. Judecățile pot avea două feluri de calități (în logica propozițiilor cognitive), *afirmativă* sau *negativă*. Ex „toți studenții sînt sportivi" este judecată afirmativă, „unii studenți nu sînt sportivi" este judecată negativă În clasificarea judecăților criteriul calității se îmbină de obicei cu criteriul cantității (v. *A*, *E*, *I*, *O*). Judecățile compuse se pot afla în următoarele situații · ele sînt negative cînd negația se află pe întreaga judecată, dar este posibil să aibă numai membri negativi fără ca judecata în ansamblu să fie negativă. De ex. „Nu este adevărat că dacă plouă se produc inundații" este negativă, în timp ce „dacă plouă nu se produc inundații" nu este negativă ci are doar o componentă negativă.

**JUDECĂȚI GENERICE,** judecăți în care se exprimă o relație între *specie (v.)* și *gen (v.)* sau *individ (v.)* și *gen*. Acestea sînt judecăți de matrice *S* este *P*. Ele sînt numite uneori „judecăți de predicație" sau „judecăți atributive" sau „judecăți simple categorice". Termenul *generic* indică legătura cu *genul* și limitează astfel înțelesul Ceilalți termeni au neajunsurile următoare

— *predicație* vine de la ceea ce *se predică despre ceva* ori aceasta poate fi valabil pentru orice altfel de judecată,

— *atribut* poate fi extins dincolo de schemele de forma *S* este *P*,

— *simplu categorică* poate fi și o judecată de relație (cînd e ne-ipotetică)

**JUDECĂȚI IPOTETICE,** judecăți de forma *dacă p atunci q*. Ex.. „dacă plouă atunci îmi iau umbrela", „dacă un animal este mamifer atunci el este vertebrat". O **j. i.** reflectă o relație de implicație și se exprimă intr-o propoziție implicativă *(v. relații de implicație)*.

# L

**L-ADEVĂR** (resp **L-ADEVĂRAT**), prescurtare pentru *adevărul logic.* Termen introdus de R. Carnap pentru a desemna adevărul (propozițiilor) care poate fi stabilit „numai pe baza regulilor semantice ale sistemului". Aceasta este condiția generală a **L-A.** căci definiția se dă în raport cu fiecare sistem semantic în parte. De ex., pentru sistemul $S_1$ (*v. descriere de stare*) definiția este următoarea: O propoziție $P_1$ este adevărată (în $S_1$) dacă și numai dacă ea are loc în orice *descriere de stare.* De ex., „$Pa \vee \vee \bar{P}a$" este **l. a.** deoarece are loc în orice descriere de stare Adevărul acestei expresii poate fi stabilit numai pe baza regulilor semantice ale sistemului $S_1$. **L-A.** este luat ca explicant pentru analitic adevărat sau necesar adevărat, el este corelativ *F-Adevărului* (*v.*)

**LATICE,** structură de ordine $\langle A, \perp, \top \rangle$ definită de axiomele:

(1) $a \perp (b \perp c) = (a \perp b) \perp c$

(2) $a \top (b \top c) = (a \top b) \top c$

(3) $a \perp b = b \perp a$

(4) $a \top b = b \top a$

(5) $a \perp (a \top b) = a$

(6) $a \top (a \perp b) = a$ (unde $\perp$ și $\top$ sînt două operații).

Proprietăți.

7) Operațiile $\perp, \top$ sînt duale (v. *dualitate*);

(8) Operațiile $\perp, \top$ sînt idempotente (v. *idempotență*),

(9) **L.** este ordonată, adică există o relație $\prec$

$a \prec b = a \perp b = a$

$a \prec b = a \top b = b$

(10) Dacă $a \top b = b \perp a$ atunci $a = b$.

În logică $\langle A, \vee, \&\rangle$ este o **l.** Relația de ordine este $\rightarrow$. Într-adevăr, ea se poate defini după cum se vede la (9).

$$p \rightarrow q =_{df} (p \,\&\, q) \equiv p$$
$$p \rightarrow q =_{df} (p \vee q) \equiv q$$

**LAWS OF THOUGHT** (engl. *Legile gîndirii*), denumire prescurtată a principalei opere de logică a lui G. Boole, publicată în 1854. Dezvoltă ideile de bază schițate în *The mathematical analisysis of logic* (1847) și pune bazele logicii simbolice în forma *algebrei logice* (v.) Boole este întemeietorul logicii simbolice. Logica sa este construită după modelul algebrei elementare, utilizînd simbolismul și metoda algoritmică.

**L-ECHIVALENȚĂ** (resp. **L-ECHIVALENT**), prescurtare de la echivalență logică, introdusă de R. Carnap prin definiția următoare (pentru un sistem dat S): $A_i$ este **L-e.** cu $A_j$ dacă și numai dacă $A_i \equiv A_j$ este *L-*

adevărat (în $S$) Dependenţa de sistem a acestui concept rezultă din dependenţa de sistem a *L-Adevărului* (*v*). Astfel în conformitate cu explicaţia dată pentru $S$ că *om* şi *animal raţional* înseamnă acelaşi lucru rezultă că: $\forall x\ (Hx \equiv ARx)$ este o propoziţie $L$-adevărata şi prin urmare echivalenţa ($\equiv$) este aci o **L-e.** Dimpotrivă dacă echivalenţă este $F$ — *adevărată* (*v*) ea este *F-echivalenţă*

**LEGE LOGICĂ 1.** Relaţie logic necesară, **2.** Funcţie logică adevărată, independent de valoarea argumentelor, **3.** Propoziţie logică universal adevărată

**LEGEA ASERŢIUNII,** lege a TFA · $p \rightarrow ((p \rightarrow q \rightarrow q))$

**LEGEA COMUTĂRII,** $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (q \rightarrow (p \rightarrow r))$.

**LEGEA DUBLEI NEGAŢII,** legea TFA. Are trei forme

**1)** $\bar{\bar{p}} \rightarrow p$, **2)** $p \rightarrow \bar{\bar{p}}$; **3)** $\bar{\bar{p}} \equiv p$. Legea **2)** este valabilă în *logica intuiţionistă* (*v*) dar **1)** şi **3)** nu. Se poate formula şi semantic dacă este *fals* că este *fals* $p$ atunci este *adevărat* $p$.

**LEGEA EXPORTĂRII,** lege a TFA $(p \& q \rightarrow r) \rightarrow (p \rightarrow (q \rightarrow r))$ Exemplu dacă toţi oamenii sînt muritori şi Socrate e om implică Socrate e muritor, *atunci* dacă toţi oamenii sînt muritori, Socrate e om implică Socrate e muritor.

**LEGEA IMPORTĂRII,** lege a TFA

$(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \& q \rightarrow r)$

Exemplu · Dacă toate mamiferele sînt vertebrate implică faptul că dacă felinele sînt mamifere, ele sînt vertebrate *atunci* dacă toate mamiferele sînt vertebrate şi felinele sînt mamifere, felinele sînt vertebrate.

**LEGEA RAPORTULUI INVERS,** lege formulată în logica de la Port-Royal în legătură cu sfera şi conţinutul noţiunilor aflate în raport de *subordonare* (exact, relaţia individ — specie — gen) *cu cît sfera creşte cu atît conţinutul scade şi cu cît sfera scade cu atît conţinutul creşte.* Această lege este valabilă în condiţiile în care sfera şi conţinutul sînt luate în sens real. Astfel, considerînd noţiunile *vertebrat* şi *mamifer* totalitatea determinărilor reale ale vertebratului este mai mică decît totalitatea determinărilor reale ale mamiferului în timp ce sfera vertebratului este mai mare decît sfera mamiferului. În acest fel, legea are în vedere nu noţiunea propriu-zisă ci clasele reale şi totalitatea proprietăţilor (determinărilor) care aparţin *distributiv* elementelor claselor. Sau dacă avem în vedere noţiunile acestea sînt „noţiuni absolute" (în care se presupune, prin idealizare, că întregul conţinut real e reflectat). Logica tradiţională n-a observat această deosebire şi din această cauză opera fără distincţie fie în planul ontologic, fie în planul *noţiunilor absolute* închipuindu-şi că operează cu noţiuni în sensul uzual.

**LEGI DE ELIMINARE A PREMISEI.** (1) $A \vee (\bar{A} \& B) \equiv A \vee B$, (2) $A \& (\bar{A} \vee B) \equiv A \& B$ Formulele pot fi transformate în (1) $(A \vee \bar{A}) \& (A \vee B) \equiv A \vee B$, (2) $(A \& \bar{A}) \vee (A \& B) \equiv A \& B$.

**LEGI DE MONOTONIE,** legi ale TFA relative la formulele monoton crescătoare sau monoton descrescătoare. O formulă $A\ [p]$ este monotom crescătoare (respectiv monoton descrescătoare) în raport cu variabila $p$ dacă din $B_1 \rightarrow B_2$ rezultă $A[B_1] \rightarrow A\ [B_2]$ (respectiv din $B_1 \rightarrow B_2$ rezultă $A[B_2] \rightarrow A[B_1]$ unde $A[B_1]$ şi $A[B_2]$ se formează prin înlocuirea lui $p$ în $A[p]$ respectiv prin formulele $B_1$, $B_2$. Operaţiile logice (—, &, $\vee$, $\rightarrow$) sînt monotone în raport cu toate variabilele pe care le conţin. $\bar{A}$ descreşte în raport cu $A$; $A \& B$ şi $A \vee B$ cresc monoton în raport cu $A$ şi $B$, $A \rightarrow B$

creşte monoton în raport cu $B$ şi descreşte în raport cu $A$. Exemple: (1) dacă $B_1 \to B_2$ atunci $(B_1 \& B) \to (B_2 \& B)$; (2) dacă $B_1 \to B_2$ atunci $(A \& B_1) \to (A \& B_2)$; (3) dacă $B_1 \to B_2$ atunci $(B_2 \to B) \to (B_1 \to B)$; (4) dacă $B_1 \to B_2$ atunci $(A \to B_1) \to (A \to B_2)$

**LEGI ÎN LOGICA FUNCŢIILOR DE ADEVĂR.**

**1.** *Legi ale negaţiei*

1 $A \to \bar{\bar{A}}$

2 $\bar{\bar{A}} \to A$

3 $A = \bar{\bar{A}}$

4 $\bar{\bar{\bar{A}}} = \bar{A}$

Legile 1–3 sînt legi ale dublei negaţii, iar legea 4 legea negaţiilor impare. (v. *legea dublei negaţii*)

**2.** *Legi ale conjuncţiei*

1 $A \& B = B \& A$ (legea comutativităţii)

2 $(A \& B) \& C = A \& (B \& C)$ (legea asociativităţii)

3 $A \& (B \vee C) = (A \& B) \vee (A \& C)$ (legea distributivităţii conjuncţiei)

4 $A \& (A \vee B)$ (legea absorbţiei)

5 $A \& A = A$ (legea idempotenţei)

6. $A \& \mathbf{v} = A$ (legea posibilităţii)

7. $(A \& B) \to A$
$(A \& B) \to B$ } legile contracţiei conjuncţiei

8. $\overline{(A \& \bar{A})}$ (legea necontradicţiei)

**3.** *Legile disjuncţiei.* Sînt legi duale cu legile 1–8. Dăm numai legile pentru 7 şi 8.

7′. $A \to (A \vee B)$
$B \to (A \vee B)$ } legile extinderii disjuncţiei.

8′ $A \vee \bar{A}$ (legea terţului exclus)
$\bar{\bar{A}} \vee \bar{A}$ (legea slabă a terţului exclus)

**4.** *Legile lui de Morgan*

1. $\overline{A \& B} = \bar{A} \vee \bar{B}$.

2 $\overline{A \vee B} = \bar{A} \& \bar{B}$.

**5.** *Legile implicaţiei*

1. $A \to A$ (reflexivitatea implicaţiei)

2 $((A \to B) \& (B \to C)) \to (A \to C)$ (tranzitivitatea implicaţiei)

3 $(A \to (B \to C)) \to ((A \to B) \to (A \to C)$ (legea autodistributivităţii implicaţiei)

4 $A \to (B \to A)$ (legea asertării antecedentului)

5 $\bar{A} \to (B \to A)$ (legea negării consecventului)

Legile 4 şi 5 exprimă aşa-numitele „paradoxe ale implicaţiei": 4. adevărul decurge din orice şi 5. falsul implică orice. În realitate, acest mod de citire este defectuos cînd se trece de la funcţiile de adevăr la propoziţii. În cazul

propozițiilor le vom citi respectiv : 4. „o concluzie adevărată *poate* decurge din orice premise (= adevărate sau flase)" și 5. „din premise false *se pot* deduce orice concluzii (= adevărate sau false)"

6. $(A \rightarrow B) \rightarrow (\bar{B} \rightarrow \bar{A})$ (legea contrapoziției)
7. $((A \rightarrow B) \& A) \rightarrow B$ (legea *modus ponens*)
8. $((A \rightarrow B) \& \bar{B}) \rightarrow \bar{A}$ (legea *modus tollens*)
9. $((A \rightarrow B) \& (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \& C)$ (legea compoziției concluziilor)
10. $(A \rightarrow B) \& (B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$ (legea disjuncției premiselor)
11. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A})$ (reductio od absurdum)
12. $(A \rightarrow \bar{A}) \rightarrow \bar{A}$ (legea parțială a reducerii de absurd)
13. $(A \rightarrow B) \rightarrow (C \vee A) \rightarrow (C \vee B))$
14. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow (B \rightarrow (A \rightarrow C)$
15. $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \& B) \rightarrow C)$ (legea importării)
16. $((A \& B) \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \rightarrow C)))$ (legea exportării)
17. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$

**6.** *Legile echivalenței*

1. $A = A$ (reflexivitatea echivalentei sau „principiul identității")
2. $(A = B) \equiv (B = A)$ (simetria echivalenței)
3. $(A = B \& B = C) \rightarrow (A = C)$ (tranzitivitatea echivalenței)

Alte legi pot fi formulate în analogie cu unele legi ale implicației.

**LEGI ÎN LOGICA PREDICATELOR.**

**1.** *Legi ale raportului între cuantori*

1. $\forall x\, A(x) = \overline{\exists x}\, \overline{A(x)}$
2. $\forall x\, \overline{A(x)} = \overline{\exists x}\, A(x)$
3. $\exists x\, A(x) = \overline{\forall x}\, \bar{A}(x)$
4. $\exists x\, \overline{A(x)} = \overline{\forall x}\, (Ax)$

} generalizări ale legilor lui de Morgan

**2.** *Legi ale formulelor prefixate*

1 $\forall x\, \forall y\, (x, y) = \forall y\, \forall x\, A(x, y)$
2 $\exists x\, \exists y\, A(x, y) = \exists y\, \exists x\, A(x, y)$
} legile comutativității prefixului omogen

3 $\exists x\, \forall y\, A(x, y) \rightarrow \forall y\, \exists x\, A(x, y)$

**3.** *Legi ale relațiilor dintre cuantori și operatorii proporționali*

1. $\forall x\, A(x) = A(x_1) \& A(x_2) \& \quad \& A(x_n)$
2. $\exists x\, A(x) = A(x_1) \vee A(x_2) \vee \quad \vee A(x_n)$

} valabile pentru domenii finite

3. $\forall x\, A(x) = \prod_{i=1}^{\infty} A(x_i)$
4. $\exists x\, A(x) = \sum_{i=1}^{\infty} A(x_i)$

} valabile pentru domenii infinite

5. $\forall x\, (A(x) \& B(x) = \forall x\, A(x) \& \forall x\, B(x)$ (distributivitate)
6. $\exists x\, (A(x) \vee B(x)) = \exists x\, A(x) \vee \exists x\, B(x)$ (distributivitate)

7 $\exists x\,(A(x)\,\&\,B(x)) \rightarrow \exists x\,A(x)\,\&\,\exists x\,B(x)$ (distributivitate de la stînga)
8 $(\forall x\,A(x) \vee \forall x\,B(x) \rightarrow \forall x\,(A(x) \vee B(x))$
9 $\forall x(A(x) \rightarrow B(x)) \rightarrow (\forall x A(x) \rightarrow \forall x B(x))$ (distributivitate)
10 $(\exists x A(x) \rightarrow \exists x B(x)) \rightarrow \exists x((A\,(x) \rightarrow B(x))$

4. *Principii logice*

1. $\forall x\,(A(x) = A(x))$ (identitate)
2 $\overline{\exists} x\,(A(x)\,\&\,\overline{A(x)})$ (necontradicție)
3 $\forall x\,(A(x) \vee \overline{A(x)})$ (terțul exclus)
4 $\forall x\,A(x) \rightarrow A(y)$ (axioma silogismului)
5 $A(x) \rightarrow \exists x\,A(x)$ (axioma existențializării)

**LEKTA** (λεκτά), termen în logica stoicilor, categorie a teoriei înțelesului derivată din λέγειν („a însemna", „a spune"), pluralul pentru λεκτον („ceea ce este înțeles"). Clasificarea l. este următoarea: 1) *eliptice* (cu expresie neterminată) de ex., „scrie", căci presupune întrebarea „cine", 2) *complete* (cu expresia completă) de ex., „Socrate scrie". Cele eliptice se împart in *subiecte* și *predicate*, iar cele complete în *axiomata, întrebări, cereri, ordine, jurăminte, rugăminți, supoziții, adresări* și cele *similare* lui axiomata. *Axioma* (ἀξίωμα) înseamnă probabil *judecată* (propoziție declarativă). Axiomata sînt simple și nesimple (complexe). Axiomata complexe constau dintr-o *axioma* duplicată (de ex, „dacă este ziuă este ziuă") sau din mai multe axiomata diferite (de ex.: „dacă este ziuă, este lumină"). Axiomata simple se impart în *categorice, definite* și *indefinite* sau în *afirmative* și *negative* (în diferite feluri), aceasta conform cu relatarea lui Diogene Laertios. Conform cu cele scrise de Sextus Empiricus ele se împart în *definite, nedefinite* și *intermediare*. Exemple de definite. „Acest om merge", „Acest om șade", exemple de intermediare · „Omul șade", „Un om șade", „Socrate merge". Indefinitele sînt adevărate numai cînd definitele sînt adevărate Diogene distinge apoi *Axiomata* nesimple: a) condiționale (formate cu „dacă"); b) condiționale inferențiale (formate cu „dat fiind"); c) conjunctive (formate cu „și"); d) disjunctive (formate cu „ori"); e) cauzale (formate cu „din cauză că"); f) cele formate prin „mai curînd ... decît"; g) cele formate prin „mai puțin . decît". Un loc aparte ocupă problema adevărului pentru l. Cu această ocazie stoicii pun premisele dezvoltării funcțiilor de adevăr, dar nu este exact că ei au și definit funcțiile de adevăr.

**LEMĂ**, teoremă pe care o folosim în vederea demonstrării unei propoziții și la care renunțăm odată ce am demonstrat propoziția

**LIBERTATE DEONTICĂ** 1. Posibilitatea omului de a-și formula normele de comportare și acțiune, 2. Ansamblu de permisii acordate și garantate de o anumită autoritate (de ex · drepturi juridice, politice, permisii morale)

**LIMBAJ**, sistem de semne manipulate după anumite reguli în vederea fixării, prelucrării și transmiterii de informații. Termenul în acest sens larg a fost impus de semiotica logică El se referă atît la limbile obișnuite (vorbite sau scrise) cît și la l. speciale (științifice sau de altă natură). Limbile vorbite sînt *naturale* (cel puțin în fondul lor principal). Limba scrisă este evident *artificială* (construită în mod deliberat de oameni). Din punct de vedere semantic elementele l. sînt *expresiile*, iar expresia de bază este *propoziția*. Limbajele pot fi clasificate după diferite criterii · a) după natura fizică a semnelor · *vorbite* sau *scrise*; b) după domeniu: *universale* sau *speciale*, c) după natura vocabularului · l. *de cuvinte* (cu

structură alfabetică), l. *ideografice*, d) după precizia construcţiei l. *neformalizate* sau l. *formalizate*; e) după origine: *naturale* sau *artificiale*
Pentru logică şi matematică un interes special îl prezintă anumite l. ideografice (de ex.: l. cifrelor, l. simbolic în genere). Simbolurile sînt semne elementare care *exprimă* direct noţiuni (concepte) sau îndeplinesc o funcţie ajutătoare în acest scop. Spre deosebire de cuvinte care constau din litere, simbolurile sînt simple. Ele sînt, în acelaşi timp, mult mai precise şi prin combinare redau mai limpede, mai direct relaţiile, structurile reale. Ele se detaşează de semnificaţiile pentru care nu sînt utilizate (de ex., *afective*), chiar dacă nu în mod absolut. L. simbolurilor, *al formulelor* (Hilbert) a jucat un rol deosebit în dezvoltarea ştiinţei şi, în general, a civilizaţiei. Între diferite forme de l. există strînse legături deşi ele nu pot fi reduse unele la altele Baza existenţei omeneşti este l. natural (şi echivalentul său scris), deşi l. speciale, îndeosebi l. simbolic, constituie o condiţie indispensabilă pentru dezvoltarea civilizaţiei, a ştiinţei în particular. (v. şi *Limbaj natural, Limbaj simbolic, Limbaj formalizat*).

**LIMBAJ CONCEPTUAL,** limbaj care operează cu abstracţii fără vreo indicare a formei lingvistice. De ex. propoziţia „omul este animal raţional" este în l. c, in timp ce propoziţia „*omul* denotă animalul raţional" nu este în l. c. căci face trimitere la cuvîntul *om*.

**LIMBAJ FORMALIZAT,** termen introdus de Tarski pentru a marca deosebirea între limbile obişnuite (vorbite sau scrise) şi limbajele ştiinţelor exacte sau, mai restrîns, ale teoriilor deductive. Principiile de construcţie a unui asemenea limbaj sînt următoarele: (1) se dă o listă de semne (cuvinte) elementare, (2) se dă o listă de reguli de operare cu semnele, (3) există o submulţime de expresii ale limbajului care este organizată în sistem axiomatic.

Semnele elementare sînt de diferite categorii (în funcţie de natura entităţilor). Regulile se împart mai întîi în două: *reguli sintactice* (= formale) şi *reguli semantice*.

Regulile sintactice la rîndul lor sînt de mai multe feluri: a) reguli de formare, b) reguli de transformare, c) reguli de selecţie (ex. reguli de deducţie). Regulile de formare determină noţiunea de *expresie* (= termen sau propoziţie) Regulile de formare se disting în a) o regulă care postulează expresiile elementare, b) reguli care arată cum se formează expresii compuse. Regulile de transformare ne indică modul cum se trece de la o expresie la alta echivalentă logic cu ea (şi invers). Nu este necesar să formulăm din capul locului aceste reguli ci în funcţie de necesităţi. Regulile de selecţie (în cazul cel mai important regulile de deducţie) ne arată cum să selectăm o submulţime de expresii cu anumite proprietăţi (de ex.: *a fi adevărate, a fi cele mai simple expresii la care se reduc altele* din ansamblul expresiilor). Pentru sistemul axiomatic postulăm propoziţiile care sînt axiome, postulăm definiţiile prime şi regulile de deducţie. Regulile semantice constituie a doua clasă mare de reguli. Ele sînt in principal de două feluri: a) reguli de desemnare (altfel spus, de semnificaţie), b) reguli de adevăr (ele determină „conceptul de adevăr" pentru sistemul respectiv). Precizăm că pentru noţiunea de *limbaj* (*v.*) sint suficiente următoarele condiţii: 1) lista de semne (cuvinte) elementare, 2) reguli de formare, 3) regulile de desemnare (de semnificaţie) L. f. are următoarele trăsături importante (după Tarski): a) nu este universal (nu putem exprima în el tot ceea ce în genere poate fi exprimat, el este relativ la un *domeniu restrîns*), b) nu este închis (= în limbaj nu se conţin expresii care vorbesc despre limbaj) c) este precis (se ştie din capul locului ce este *expresie* în limbaj şi ce semnificaţie are expresia), mai exact spus, pe baza regulilor de formare şi de

desemnare putem determina exact dacă o combinaţie de semne este expresie şi ce semnificaţie are (în cazul că este expresie), d) conceptul de adevăr relativ la limbajul dat poate fi definit exact şi se poate opera corect (fără riscul de a ajunge la antinomii) Exemplu de **l. f.** Vom considera un limbaj simplu, limbajul funcţiilor de adevăr.

I *Lista de semne*

1 Variabile $p, q, r,$

2 Operatori $-$, $\vee$

3 Semne auxiliare ( )

II *Regulile*

1. *Regulile sintactice*

1 1 *Reguli de formare*

a) Variabilele sînt expresii

b) Dacă $A$ este expresie $\bar{A}$ (non-A) este expresie,

c) Dacă $A$ şi $B$ sînt expresii $A \vee B$ ($A$ sau $B$) este expresie

1 2 *Reguli de transformare.* În acest caz putem formula o regulă de transformare $\frac{\bar{\bar{A}}}{A}$

1 3 Se postulează definiţiile prime şi axiomele şi se dau următoarele reguli de deducţie · a) *regula substituţiei* ($v$ ), b) regula detaşării $\frac{A, \bar{A} \vee B}{B}$

2 *Regulile semantice*

2 1 *Reguli de desemnare*

a) Orice variabilă desemnează obiectul abstract **v** sau obiectul abstract **f** (nu ambele deodată),

b) Dacă $A$ desemnează pe **v** atunci $\bar{A}$ desemnează pe **f**

c) Dacă $A$ desemnează pe **f** atunci $\bar{A}$ desemnează pe **v** (b şi c sînt reguli pentru negaţie)

d) Dacă $A$, $B$ desemnează ambele pe **v**, $A \vee B$ desemnează pe **f**

e) Dacă cel puţin una din expresiile $A$, $B$ desemnează pe **v** atunci $A \vee B$ desemnează pe **v**.

f) Dacă $A$, $B$ desemnează ambele pe **f** atunci $A \vee B$ desemnează pe **f**. (Regulile d) — f) sînt pentru disjuncţie).

2.2 *Reguli de adevăr*

a) Dacă o variabilă desemnează obiectul **v** vom spune că este „expresie adevărată"

b) Dacă o variabilă desemnează obiectul **f** vom spune că este „expresie falsă"

c) Dacă $A$ este expresie adevărată, $\bar{A}$ este expresie falsă,

d) Dacă $A$ este expresie falsă atunci $\bar{A}$ este expresie adevărată

e) Dacă cel puţin una din expresiile $A$, $B$ este adevărată atunci $A \vee B$ este adevărată,

f) Dacă ambele expresii $A$, $B$ sint false atunci $A \vee B$ este falsă.

Fiecare din condiţiile impuse defineşte un concept (sau o clasă de concepţie de un anumit tip). Lista determină noţiunea de „semn elementar", regulile de formare determină noţiunea de *expresie* (ele asigură, în acelaşi timp, că expresiile au semnificaţie, deşi nu o definesc), regulile de transformare definesc noţiunea de *echivalenţă* (ele garantează echivalenţa semantică), regulile de deducţie determină, în raport cu definiţiile şi axiomele, noţiunea de *teoremă* (ele garantează adevărul în caz că axiomele sînt adevărate), regulile de desemnare determină noţiunea de *semnificaţie* (mai exact *denotat*), regulile de adevăr determină conceptul de „adevăr în limbajul dat" Între regulile sintactice şi cele semantice (respectiv, între conceptele definite) există anumite legături. Tocmai aceste legături fac posibilă detaşarea sintacticului de semantic şi constituirea *sistemului sintactic*, resp. *sistemul formal* (*v.*). Se înţelege că elaborarea atît de meticuloasă a acestui **l. f.** am făcut-o pentru exemplificare, în experienţa gîndirii logico-matematică, se procedează de regulă mai rezumativ.

**LIMBAJ NATURAL,** limbajul obişnuit, vorbit care a luat naştere în mod spontan. Tarski a evidenţiat cîteva trăsături ale acestui limbaj, interesante pentru logică **1. L. n.** este *universal*, el se referă la toate domeniile existenţei umane şi poate exprima tot ceea ce, în general, este exprimabil (idei, sentimente, atitudini pragmatice etc.), **2. L. n.** este *închis* în sensul că este *reflexiv* (poate vorbi despre sine), altfel spus, el cuprinde propriul său *metalimbaj* (*v.*) şi este propriul său *limbaj-obiect* (*v.*), **3. L. n.** nu este *precis* şi aceasta în două sensuri a) expresiile (in mod deosebit, cuvintele) sînt polisemantice, b) regulile nu sînt universale, au mai degrabă un caracter statistic (uneori presupun destul de multe excepţii), **4.**, Trăsăturile expuse mai sus au drept consecinţă că în acest limbaj apar *contradicţii logice* (ceea ce adesea îl face impropriu pentru gîndirea ştiinţifică precisă), **5.** Acest limbaj este neeconomic şi insuficient de *transparent* pentru exprimarea ideilor ştiinţifice. De aci nu deducem cumva că el ar fi mai puţin indispensabil existenţei umane decît a fost pînă acum şi că el ar putea fi, în genere, inlocuit cu un alt limbaj. Complexitatea lui este determinată de complexitatea existenţei umane Nici o ştiinţă nu se poate dispensa de **l. n.** (resp. de corespondentul său scris care are aceleaşi trăsături pe care le-am indicat mai sus), chiar dacă pe porţiuni însemnate limbajele ideografice (simbolice) devin indispensabile progresului ştiinţei O eroare gravă pe care o comit unii lingvişti constă în a voi să *includă* **l. n.** in tiparele înguste ale limbajelor logico-matematice Evident, aceasta nu trebuie confundat cu studiul logic şi matematic al **l. n.** Pe de altă parte, acest studiu nu înseamnă că **l. n.** ar fi un sistem lingvistic de tipul indiferent cărui sistem logic sau matematic. (*v.* şi *Limbaj*, *Limbaj simbolic*).

**LIMBAJ SIMBOLIC,** limbaj care utilizează simboluri (*v. simbol*). Matematica a fost prima ştiinţă care a utilizat în mod sistematic simbolurile. La început au fost introduse semne ideografice pentru exprimarea numerelor — cifrele (acestea sînt simboluri constante). Mult mai tîrziu au apărut semnele variabile (variabilele). Antichitatea le-a cunoscut atît în logică cît şi în matematică, însă abia odată cu dezvoltarea *algebrei* (care în mare măsură la început însemna *calculul cu litere*) se poate vorbi de utilizarea largă a variabilelor. Dintre calităţile **l. s.** remarcăm : a) economicitatea (simplicitatea), b) precizia (univocitatea simbolurilor şi formulelor *în contextul dat* şi generalitatea regulilor), c) *definiţia inductivă* (*v.*) a expresiilor, d) posibilitatea de a opera pur formal (în calcule, în demonstraţii), e) posibilitatea de a-l *reinterpreta* uşor (de a-l deplasa de la un domeniu de semnificaţii la altul izomorf cu acesta), f) claritatea (transparenţa informaţională) care merge uneori pînă la izomorfismul dintre for-

nule și relațiile reale, g) detașarea de alte semnificații decît cele cognitive. În raport cu sfera activităților umane funcțiile sale sînt limitate și limbajul simbolic nu poate fi un înlocuitor al limbajului natural în genere. Pe de altă parte, pentru a preveni *sterilitatea* și *ermetismul* este necesară o continuă comunicare cu limbajul natural — în sensul *simbolizării* unor părți din acesta în vederea rezolvării de probleme și în sensul *traducerii* în limbajul natural în vederea unei mai bune comunicări și aplicări a ideilor simbolizate (*v. limbaj natural*). Interesează aci, în continuare, etapele introducerii simbolurilor în logică (și în particular, a simbolurilor variabile). Aristotel însuși a utilizat literele în *Organon*, în locul cuvintelor. Problema este ce rol jucau aceste litere: erau ele variabile în deplinul înțeles al cuvîntului sau supoziții de constante cum apar în matematică unele litere, de ex. în $ax + b = c$? Aristotel le-a utilizat puțin, nu le-a definit și nu a formulat reguli de substituție. Evul mediu a introdus simbolurile *A*, *E*, *I*, *O* ș.a. pentru a marca diferite tipuri de judecăți (categorice aci). Raimundus Lullus (1232—1316) a încercat să introducă un simbolism logic în vederea combinării ideilor de la simplu la complex. Descartes face un progres în extinderea utilizării variabilei de la un singur sistem de semnificații la două (el utilizează literele atît pentru semnificații geometrice cît și pentru semnificații algebrice). Tot el formulează ideea unei metode universale de tip matematic, un fel de matematică generalizată *Mathesis universalis*. Prima tentativă de a dezvolta un simbolism logic sistematic îi aparține lui Leibniz. Influențat de *Ars Magna* a lui Lullus și de *Mathesis universalis* a lui Descartes, formulează el însuși proiectul unei *ars combinatoria*, a unui *calculus ratiocinatur* cu ajutorul unei *characteristica universalis*. El visa la o epocă în care toate disputele vor fi rezolvate prin *calcul*, cînd pentru a rezolva problema vom spune *Calculemus*! În acest scop el s-a străduit să îmbine rigoarea (de fond) a logicii cu precizia limbajului matematic. De aici ideea unui simbolism universal (*characteristica universalis*). Realizările sale pot fi grupate astfel: a) formularea unei concepții generale despre simbolismul logic, b) încercarea de a introduce limbajul cifrelor în logică, c) schițarea unui simbolism algebric (literal) pentru logică, d) introducerea unor reprezentări auxiliare (linii, cercuri) pentru judecăți. Lui îi aparține ideea *aritmetizării* (*v.*) preluată de Gödel. Concepția sa comprehensivistă asupra logicii cît și nesesizarea faptului că analogia între operațiile și relațiile logice, pe de o parte, și operațiile și relațiile matematice, pe de altă parte, este limitată l-au împiedicat să formuleze un simbolism adecvat logicii. Încercarea de a extinde simbolismul matematic asupra logicii *odată* cu extinderea operațiilor și relațiilor matematice nu putea să-i reușească. El a izbutit totuși să simbolizeze multe idei logice. Pe aceeași linie a analizei între operațiile (resp. relațiile) logicii și matematicii se va merge multă vreme (Lambert, Holland, Castillon ș a.). Abia George Boole și Augustus de Morgan vor izbuti să formuleze un simbolism algebric pentru logică, dar ei țin seama în mare măsură de *specificul logicii* și folosesc analogiile în limite rezonabile. Simbolismul *algebric* pentru logică e dezvoltat de către Hugh Mc. Coll, Schröder și Porețki. Ei merg pe linia dezvoltării *calculelor logice*, a *algebrei logice*. Gottlob Frege (în Germania) și, într-o anumită măsură, Ch. S. Peirce (în SUA) au fost cei care au elaborat un simbolism *specific* logicii. Logica predicatelor pe care o dezvoltă Frege era mai refractară la tratarea *algebrică* și el a fost pus în fața elaborării unui limbaj simbolic special. Apoi Frege pornește pe altă direcție, nu a analogiilor operațiilor (resp. relațiilor) logicii cu cele ale matematicii (văzute din perspectiva matematicii) ci pe linia reducerii deductive a matematicii la logică. Punc-

tului de vedere matematist anterior (de subordonare a logicii față de matematică) îi va opune ideea logicistă, formulată explicit, a subordonării matematicii față de logică. Simbolismul său a fost însă greoi și n-a fost adoptat. Meritul de a fi elaborat un simbolism simplu și eficient, total adecvat logicii, revine, în primul rînd, lui Peano, apoi lui Whitehead, Russell și Hilbert. Simbolismul de azi aparține, în principal, acestor logicieni și matematicieni. O noutate a fost inventarea simbolismului fără paranteze de către Jan Lukasiewicz (*v. simbolismul lui Lukasiewicz*). Formularea unei scrieri adecvate pentru logică a presupus o analiză adîncă a categoriilor de *individ, proprietate* (predicat), *clasă, relație, operație* ș.a. Orice simbolizare presupune capacitatea *de a analiza clar conceptele*, altfel nu există garanția unei simbolizări corecte. Simbolizarea logicii constituie baza introducerii *proceselor formalizate* în logică (calculul, axiomatica formală), a studiului *matematic* al structurilor logice și al modelării lor dincolo de domeniul propriu-zis al logicii. Introducerea simbolismului în logică a atras după sine diferite denumiri *logica simbolică* (*v.*), *logica matematică* (*v.*), *algebra logică* (*v.*) ș.a. Era vorba de a marca diferența dintre vechea logică și noua logică. Trebuie spus însă că silogistica a fost și ea simbolizată de către Lukasiewicz încît azi *logica simbolică* cuprinde efectiv toate capitolele logicii. Limbajul uzual continuă totuși să fie utilizat în paralel sau simultan, el fiind necesar în anumite privințe mai ales în ceea ce se numește *metalogică*. Însă comunicarea permanentă dintre cele două limbaje este impusă, în primul rînd, de doi factori: a) logica trebuie să rămînă un *bun comun* tuturor oamenilor (indiferent dacă folosesc sau nu limbajul matematic) și b) gîndirea intuitivă rămîne o sursă inepuizabilă de sugestii pentru dezvoltarea logicii și de aplicații ale logicii.

**LIMBAJ-OBIECT.** Un limbaj supus studiului va forma limbajul-obiect al unui metalimbaj (*v.*).

Orice metalimbaj poate deveni **l. o.** pentru un alt metalimbaj, dar există **l. o.** care nu sînt despre nici un limbaj, ci despre obiecte extralingvistice (de ex. obiecte fizice, caz în care avem limbajul fizicii). Astfel de **l. o.** vor fi numite *infralimbaje*.

**LIMBAJUL EXTENSIUNILOR,** limbaj care utilizează numai expresii pentru extensiuni (indivizi, clase, valori logice). Limbajul TFA și limbajul logicii claselor sînt date ca exemple de asemenea limbaje. Carnap a crezut că poate distinge net între trei forme de limbaj: *limbajul extensiunilor*, *limbajul intensiunilor* (*v.*) și *limbajul neutru*. El presupune: 1) că se poate construi un limbaj pur în unul din aceste sensuri, 2) că este suficient unul sau altul din aceste limbaje (celelalte două putînd fi reduse la unul, cel de al treilea). Că lucrurile nu stau așa se vede chiar din structura limbajului claselor unde pentru a defini clase avem nevoie de proprietăți. Trecerea intensiunilor oarecum în planul secund (implicit) nu înseamnă eliminarea lor totală.

**LIMBAJUL INTENSIUNILOR,** limbaj care utilizează numai expresii pentru intensiuni (concepte, proprietăți, judecăți, sensuri). Conform cu convingerea lui Carnap modalitățile ar putea fi studiate într-un asemenea limbaj. Este distins de *limbajul extensiunilor* (v.). Reapare, în acest fel, vechea dispută între *extensivism* și *comprehensivism* pe care Carnap o rezolvă în mod pragmatic, văzînd în cele două orientări doar două *posibilități de alegere*. La acestea el adaugă un *limbaj neutru* în care expresiile nu exprimă explicit nici *extensiuni*, nici *intensiuni*, de ex., „Omul este animal”. Această formă pare a corespunde cel mai bine silogisticii. Disputa poate fi soluționată în felul următor: 1. există limbaje în care extensiunile sau

intensiunile trec pe primul plan şi limbaje în care ambele sînt utilizate implicit, nu apar explicit, 2. utilizarea *cu precădere* a unei forme de exprimare este chestiune pragmatică, de alegere De ex. în matematică şi logica simbolică asertorică extensiunile ies în prim plan, în chimie ies în prim plan foarte adesea proprietăţile, iar în comunicarea comună se utilizează frecvent limbajul neutru

**L-INTERSUBSTITUŢIE** (resp **L-INTERSUBSTITUIBIL**), prescurtare introdusă de R Carnap pentru a marca substituţia logică reciprocă (spre deosebire de simpla *intersubstituţie* (*v.*) şi definită în felul următor. Se dau mai întîi explicaţii libere de sistem ale termenilor · *intersubstituibil* şi **L-i.** în felul următor

I. 1 O expresie care apare într-o propoziţie este *intersubstituibilă* cu o altă expresie dacă şi numai dacă valoarea logică a propoziţiei nu se schimbă cînd prima expresie este înlocuită cu a doua 2 O expresie care apare într-o propoziţie este **L-i.** cu o altă expresie dacă şi numai dacă intensiunea propoziţiei nu se schimbă prin înlocuirea uneia cu cealaltă.

II. Fie o expresie $A_j$ care apare (intră) în expresia $A_i$ şi fie o altă expresie $A_j$ (toate din clasa designatorilor din *S*). 1 O *intrare* a lui $A_j$ este *intersubstituibilă* cu $A'_j$ în $A_i$ dacă şi numai dacă $A_j$ este echivalent cu $A'_j$ 2 O *intrare* a lui $A_j$ este **L-i.** cu $A_j$ în $A_i$ dacă şi numai dacă $A_j$ este *L*-echivalent cu $A'_j$ (Definitiile de mai sus sînt relative la contextul unei expresii $A_i$)

III. Fie aceleaşi expresii $A_j$, $A_j$ luate în contextul unui sistem semantic *S*. 1. $A'_j$ este *intersubstituibilă* cu $A'_j$ dacă şi numai dacă o *intrare* oarecare a lui $A_j$ într-o propoziţie oarecare din *S* este *intersubstituibilă* cu $A'_j$ 2 *A* este **L-i.** cu $A'_j$ dacă şi numai dacă o *intrare* oarecare a lui $A_j$ într-o propoziţie oarecare din *S* este **L-i.** cu $A'_j$ (*V* şi *Metoda extensiunii şi intensiunii*)

**LITIGIOUS,** sofism sub formă de dilemă. Deoarece Euathlus elevul sofistului Protagoras n-a putut să-i plătească învăţătorului său întreaga sumă datorată pentru instruire au căzut de acord ca restul de plată să fie făcut atunci cînd Euathlus va cîştiga primul proces. Cum Euathlus n-a profesat niciodată meseria învăţată, Protagoras s-a văzut în situaţia de a nu mai primi banii Între Protagoros şi Euathlus a avut loc următorul schimb de raţionamente Protagoros îi spune că îl va da în judecată şi dacă Euathlus va pierde atunci el va trebui să plătească conform cu hotărîrea judecătorească, dacă Euathlus va cîştiga el va trebui să plătească conform cu înţelegerea pe care a făcut-o cu Protagoras Or Euathlus trebuie sau să cîştige sau să piardă. Prin urmare, în orice caz, el trebuie să plătească. La rîndul său Euathlus, în replică raţionează astfel: dacă voi pierde procesul atunci nu trebuie să plătesc, conform cu înţelegerea dintre noi, dacă voi cîştiga procesul atunci, conform cu hotărîrea judecătorească, nu trebuie să plătesc. Or eu trebuie să cîştig sau să pierd procesul Prin urmare, nu trebuie să plătesc. Sofismul se rezolvă luînd seama că fiecare joacă pe două înţelesuri ale termenului *proces* proces în care Euathlus este avocat sau proces în care este simplu inculpat (v. *Dilema*)

**LOGIC 1.** Ceea ce este în conformitate cu regulile logice (de ex o definiţie, o clasificare, un raţionament). **2.** Ceea ce este introdus (determinat) numai prin legi (reguli) logice fără apel la fapte particulare **3.** Ceea ce este determinat numai pe baza regulilor sistemului semantic fără apel la fapte extralingvistice (R Carnap). În cazul **1.** *l.* este opus ilogicului (alo-

gicului, nelogicului), iar în cazurile 2. și 3. l. este opus *factualului* (*v*.). Exemple de l.. l. *necesar*, l. *adevărat* (*v*), *L-Adevărul*, *L-Falsul* ș.a. Expresia „$2 \times 2 = 4$ sau $2 \times 2 \neq 4$" este logic adevărată, expresia „$2 = 4$ și $2 \neq \neq 4$" este logic falsă. Expresiile din limbajul logicii care sînt *legi logice* (*v*.) sînt *logic adevărate*, iar cele care sînt *contradicții* (*v*.) sînt *logic false*. Carnap numește conceptele astfel determinate *L-concepte* sau concepte *L-determinate*.
4. Ceea ce ține de domeniu logicii (ex. „$F(x)$" este o expresie logică).

**LOGICA**, manual celebru elaborat de Titu Maiorescu Cuprinde două părți *Logica elementară* (1876) și *Metodologia* sau *Logica sintetică* (1887). Este rezultatul prelegerilor ținute la Universitatea din Iași (1863—1872) și la Universitatea din București (începînd din 1884). Se distinge printr-o deosebită claritate și în general prin calități pedagogice care au făcut din această lucrare principalul instrument de educație a gîndirii mai multor generații de intelectuali. A stabilit principalii termeni de logică tradițională în limba română și cuprinde multe reflecții originale, precum și luări de poziție în controversele legate de logica formală. Autorul surprinde bine esența formală a logicii: „constatarea adevărului în sine nu se ține de Logică care garantează nu mai atît, că, dacă ideile date sînt adevărate, trebuie să fie și ideile derivate cu observarea legilor ei" Logica împreună cu științele speciale „au pentru educațiunea noastră folosul de a arăta întîmplările lumii supuse la legi constante, de a da omului încredere în sine, depărtind nesiguranța și superstițiunea, și de a contribui prin obiectele lor impersonale la echilibrarea statornică intre gîndiri și simțăminte. Logica prin obiectul ei special produce o agerime mai mare a argumentării, ordine in gîndire și ușurința de a descoperi și dovedi eroarea în concluziunile false". Maiorescu critică „formalismul" și „abstracțiunile goale" pe care-l promovează unele cărți de logică și arată că logica „trebuie să fie tratată în raport cu valoarea ei practică și orice abstracțiune bună, nefiind decît o rezumare a ideilor concrete, trebuie să-și aminteasca totdeauna această legătură și să poată fi readusă la realitate de cite ori cere trebuința" *Logica elementară*, cuprinde. teoria noțiunilor, teoria judecăților și teoria silogismelor, *logica sintetică* (= metodologia) cuprinde studiul principiilor logicii, descrierea și clasificarea, definiția și diviziunea, demonstrația și inducția. Contrar expunerii formaliste autorul analizează continuu exemple interesante de aplicație a logicii. Cartea poate fi citită și azi cu folos ca o introducere în logica formală.

**LOGICA CLASELOR**, logica legilor cu forme propoziționale de extensiune ($x \in K$, $K \subset L$). Se deosebește de teoria mulțimilor în sensul că nu studiază mulțimi, operații definite pe mulțimi și relații mulțimiste ci relații logice între propoziții de extensiune. O expresie ca „$x \in K$" poate fi considerată în două feluri: ca expresie a *relației de apartenență* și ca *propoziție de apartenență*. Logica nu se interesează de relația de apartenență, ci de propoziția de apartenență. De ex. proprietățile formale ale apartenenței nu interesează logica, ci teoria mulțimilor Relația $K \subset L \vdash x \in \in K \Rightarrow x \in L$ este însă o relație logică Există desigur și corespondențe, ex. tranzitivitatea incluziunii corespunde cu legea de raționare $A \subset B \,\&\, \& B \subset C \vdash A \subset C$.

Relațiile l. c. cu logica predicatelor merg pînă la izomorfism ceea ce se explică prin echivalența logică $F(x_1, \ldots x_n) \equiv \langle x_1, \ldots x_n \rangle \in F_k$ (unde $n \geqslant 1$) iar $F_k$ este clasa determinată de funcția $F(\ldots)$)

**LOGICA COMBINATORICĂ**, ramură a logicii simbolice care-şi propune să construiască logica fără variabile şi fără substituţie pe baza unor operaţii „*prelogice*" (Curry) cum ar fi de ex., juxtapunerea de simboluri. Se speră în acest fel la eliminarea complicaţiilor pe care le implică substituţia, la eliminarea paradoxelor, precum şi la simplificarea unor demonstraţii. L. c. a fost iniţiată de Schönfinkel (1924). O influenţă esenţială a avut-o lucrarea lui A. Church *The Calculi of Lambda-Conversion* (1941) care, după opinia lui Curry, face trecerea între logica simbolică obişnuită şi l. c. Monografia publicată de Curry şi a în două volume *Combinatory Logic* a creat un statut definitiv l. c. Operaţiile prelogice de la care se pleacă sînt notate cu ajutorul unor operatori numiţi *combinatori*. La început combinatorii se definesc cu ajutorul *operatorului abstracţiei* (*v*) λ-operator. Simbolurile elementare . $a$, $b$, $c$, . . . constante, $f$, $q$, $h$, simboluri funcţionale, λ-operatorul abstracţiei. Cu ajutorul acestora prin simplă juxtapunere formăm secvenţa; de ex, $(fx)$, $(f(fx))$, . apoi $\lambda x/x$, $\lambda f/\lambda x/fx$, . . . Pe scurt, scriem $\lambda x/M$ unde se presupune că $M$ conţine pe $x$. Dacă avem $\lambda x_1/\lambda x_2/\lambda x_3/ \ldots /\lambda x_n/M$ putem prescurta: $\lambda x_1 x_2 \ldots x_n/M$.

Exemple $\lambda x/\sin x$, $\lambda x/(x + y)$, $\lambda x/\lambda y/(x + y)$. Juxtapunerea $AB$ denotă că $B$ dă semnificaţia $B$ variabilei expresiei $A$. Regula de transformare: $(\lambda x/M)N$ se transformă în expresia care se obţine prin substituţia lui $N$ în locul tuturor intrărilor lui $x$ din $M$. De ex., $((\lambda f/\lambda x/f(f(fx)))\,G)\,A$ devine mai întîi $(\lambda x/G(G(Gx)))A$ apoi se restrînge la $G(G(GA))$. În acest fel, $((\lambda fx/f(f(fx)))\ G)\ A$ (adică $\lambda f/\lambda x)\ f(f(fx))\ G\ A$) se transformă în expresia care este rezultatul substituţiei lui $G$ pentru $f$ şi $A$ pentru $x$ în $f(f(fx))$. O expresie ca $(\lambda x/x)A$ se reduce la $A$, căci nu e decît un $x$ de înlocuit (iar $\lambda x$ dispare prin *indicarea valorii* lui $x$). Desemnăm prin $SM^x_y$ substituţia de $x$ cu $y$ în $M$ şi formulăm după R. L. Godstein regulile λ-conversiunii. 1. Orice parte $M$ a unei expresii poate fi înlocuită cu $SM^x_y$ cu condiţia că $x$ *nu* e liber în $M$ şi $y$ *nu* apare în $M$. 2. Expresia $(\lambda x/M)$ $N$ poate fi înlocuită cu $SM^x_y$ cu condiţia ca variabilele legate ale lui $M$ să fie deosebite atît de $x$, cît şi de variabilele libere ale lui $N$ 3. Expresia $SM^x_y$ poate fi înlocuită cu expresia $(\lambda x/M)N$ în orice context în care substituţia inversă e permisă de regula 2. Dacă $M_0$, $M_1$, . $M_k$, $M_{k-1}$ este o succesiune de expresii astfel că pentru orice $r$, $0 \leqslant r \leqslant k$, $Mr$ poate fi redus la $Mr + 1$ după una din regulile 1—3, atunci $M_0$ şi $M_{k+1}$ se numesc reciproc reductibile (sau pur şi simplu identice). Deoarece regulile 1, 2 sînt reciproc inverse, iar 3 e inversă sieşi reducerea reciprocă este tranzitivă şi simetrică. În continuare se defineşte „λ-definitibilitatea" pe care o omitem aci. De la calculul λ-conversiunii formulat de A. Church — se trece la introducerea „combinatorilor"

*Combinatorii* $B$, $C$, $I$, $W$, $K$, $S$, $\Phi$, $\psi$. 1. *Identificatorul elementar* $(I)$ este cel mai simplu combinator şi exprimă simbolul $x$ ca funcţie de sine $I \equiv \lambda x.x$ 2. *Permutatorul elementar* $(C)$: $C \equiv \lambda fxy \cdot fyx$ 3. *Duplicatorul elementar* $(W)$: $W \equiv \lambda fx \cdot fxx$ 4 *Compozitorul elementar* $(B)$ $\cdot$ $B \equiv \lambda fgx \cdot f(gx) \equiv \lambda fxy \cdot f(xy)$ 5. *Compozitorul eliminării* $(K)$: $K \equiv \lambda fx \cdot f \equiv \lambda xy \cdot x$ 6. *Combinatorul* $S$: $S \equiv \lambda fgx \cdot fx(gx) \equiv \lambda xyz \cdot xz(yz)$ 7. *Combinatorul* $\Phi$: $\Phi \equiv \lambda f(ghx \cdot f(gx)(hx) \equiv \lambda fxyz \cdot f(xz)(yz)$ 8. *Combinatorul* $\psi$. $\psi \equiv \lambda fgxy \cdot f(gx)(gy) \equiv \lambda fxyz \cdot f(xy)(xz)$. Fiecărui combinator i se asociază o regulă

de reducție. (Curry utilizează în loc de bară punctul, astfel $\lambda x \cdot x$ e scris în loc de $\lambda x/x$). Pentru primii 5 operatori în literatura de specialitate sînt date și definiții mai simple 1'. $I\ a = a$, 2'. $C\ a\ b\ c = a(b\ c)$, 3'. $W\ a\ b = a\ b\ b$, 4'. $B\ a\ b\ c = a\ (b\ c)$, 5'. $K\ a\ b = a$.

Operatorii sînt apoi interdefinibili după cum urmează: $S \equiv B\ (B(B\ W)\ C)\ (B\ B)$, $W \equiv C\ S\ I$ sau $W \equiv S\ (C\ I)$, $\Phi \equiv B(B\ S)\ B \equiv B(B(B(B(B\ W)C)\ (B\ B)))B$, $\psi \equiv B(B\ W(B\ C))(B\ B(B\ B))$, $I \equiv W\ K$, $I \equiv S\ K\ K$, $I \equiv S\ K\ S$. În general avem $I \equiv S\ K\ X$ (unde X este un combinator arbitrar). $B \equiv S\ (K\ S)\ K$, $W \equiv S\ S\ (K\ I)$, $C \equiv S(B\ B\ S)\ (K\ K)$, $\psi \equiv \Phi(\Phi(\Phi\ B))B(K\ K)$. Sistemul are 15 axiome, 4 reguli de inferență și o regulă specială (Π), (H. B Curry, R Feys, *Combinatory logic* vol. I, 1958, H. B. Curry, J. Roger Hindley, Jonathan P. Saldin, *Combinatory logic* vol II, 1972)

**LOGICA DE LA PORT-ROYAL**, denumire sub care este cunoscut tratatul de logică tradițională elaborat de A Arnauld și P Nicolae, apărut anonim in 1662 Scris sub influența concepțiilor lui Descartes și Pascal tratatul s-a bucurat de un deosebit succes datorită calităților sale pedagogice.

**LOGICA DEONTICĂ A LUI VON WRIGHT.** Von Wright a elaborat două sisteme de *logică deontică (v.)* „vechiul sistem" cu norme categorice *monadice* (1951) și „noul sistem" cu norme condiționate, *diadice* (1964). I. *Vechiul sistem (sistemul monadic)*. Simbolism: 1. $A$, $B$, $C$, ... acte în genere (hoție, ucidere etc.). 2. Dacă $A$, $B$, $C$ sînt acte atunci $\sim A$ (non-$A$), $A\ \&\ B$, $A \vee B$, $A \rightarrow B$, $A \leftrightarrow B$ sînt acte moleculare. Actele moleculare sînt funcție de actele componente 3 Un act este *realizat* (notat cu „1") sau *nerealizat* (notat cu „0"). Funcțiile de realizare se definesc analog cu cele din TFA. De ex., $A \vee B$ este realizat dacă cel puțin unul din actele $A$, $B$ este realizat. 4 Modalități deontice: $O$ (obligatoriu), $P$ (Permis), $F$ (interzis), $I$ (indiferent). Von Wright ia ca punct de plecare *permisia* ($P$) și definește celelalte modalități în funcție de aceasta, în analogie cu *logica modală (v)*. De asemenea, el definește anumite relații între acte. Analogia modalităților este următoarea:

| Aletice | Deontice |
|---|---|
| Necesar | Obligatoriu |
| Posibil | Permis |
| Contingent | Indiferent |
| Imposibil | Interzis |

Normele se clasifică în funcție de modalități și sînt ierarhizate după nivelul autorității care le dă, după nivelul codului (de ex, într-un cod de norme se normează alte norme).

*Definiții.*

1. $O\ A = \sim P \sim A$
2. $F\ A = \sim P\ A$,
3. $I\ A = (P\ A)\ \&\ (P \sim A)$
4. Comp $(A, B) = P(A\ \&\ B)$ (compatibilitate);
5. Incomp $(A, B) = \sim P(A\ \&\ B)$;
6. $O\ A \rightarrow B$: realizarea lui $A$ obligă la realizarea lui $B$.

Sistemul este legat pe de o parte de teoria acțiunii pe de altă parte, de *logica pură (v) Problema deciziei* Se divide în două. a) dacă o schemă deontică este general realizabilă sau nu, b) dacă un sistem de norme este consistent sau nu Un act este tautologic dacă el este realizat ori de cîte ori este dată valoarea de realizare (1 sau 0) a *n* acte date.

Decizia se face pe baza următoarelor principii

(1) Dacă un act $A$ este realizat atunci propoziția care spune: „$A$ este realizat" este adevărată, în caz contrar, este falsă. La fel pentru propozițiile cu modalități deontice (Prin urmare decizia se face prin corelarea cu logica pură)

(2) *Principiul distribuției deontice* Dacă $A \vee B$ este realizat atunci $P(A \vee B)$ este echivalentă cu $(P\,A) \vee (P\,B)$. Uneori se omit parantezele astfel că, de ex., $P\,A \;\&\; \sim B$ înseamnă $P(A \;\&\; \sim B)$

(3) *Principiul permisiunii.* Pentru orice act $A$ are loc $PA$ sau $P(\sim A)$.

(4) *Principiul contingenței deontice.* Un act tautologic nu este necesar obligatoriu, un act contradictoriu nu este necesar interzis. Decizia se face prin matrice în dependență de distribuția deontică și de matricele funcțiilor de adevăr

*Legi deontice.*

1 $(P\,A) \leftrightarrow \sim(O \sim A)$,
2. $(O\,A) \rightarrow (P\,A)$,
3 $O\,A \;\&\; B \leftrightarrow (O\,A) \;\&\; (O\,B)$,
4 $P\,A \vee B \leftrightarrow P\,A \vee P\,B$,
5 $(O\,A) \vee (O\,B) \rightarrow O\,A \vee B$;
6 $(P\,A \;\&\; B) \rightarrow (P\,A) \;\&\; (P\,B)$,
7 $((O\,A) \;\&\; (O\,A \rightarrow B)) \rightarrow O\,B$,
8. $((P\,A) \;\&\; (O\,A \rightarrow B)) \rightarrow P\,B$,
9. $(\sim (P\,B) \;\&\; (O\,A \rightarrow B) \rightarrow \sim (P\,A)$,
10 $((O\,A \rightarrow B \vee C) \;\&\; \sim (P\,B) \;\&\; \sim \sim (P\,C)) \rightarrow \sim (P\,A)$;
11 $\sim ((O\,A \vee B) \;\&\; \sim (P\,A) \;\&\; \sim \sim (P\,B))$,
12 $((O\,A) \;\&\; (O\,B \;\&\; B \rightarrow C)) \rightarrow O\,B \rightarrow \rightarrow C$,
13 $O \sim A \rightarrow A$.

Sistemul poate fi axiomatizat pe baza

$A_1$ $O\,A \;\&\; B \rightarrow O\,A \;\&\; O\,B$
$A_2$ $O\,A \leftrightarrow \sim P \sim A$
$A_3$ $\sim O(A \;\&\; \sim A)$.

Următorul sistem va fi numit „sistemul standard de logică deontică"
$A_1$ $P\,A \vee P \sim A$, $A_2$. $P(A \vee B) \leftrightarrow P\,A \vee P\,B$, $A_3$ $\sim P(A \;\&\; \sim A)$.
Def $O\,A = \sim P \sim A$
Reg Dacă: „$A$" și „$B$" sînt logic echivalente, „$P\,A$" și „$P\,B$" sînt logic echivalente

II *Sistemul diadic.* În *Noul sistem de logică deontica* (1964) von Wright construiește un calcul diadic bazat pe axiomele

$A_1$ $\sim (O(p/p) \;\&\; O(p/\sim p) \;\&\; O(\sim p/p) \;\&\; O(\sim p/\sim p))$
$A_2$ $O(p \;\&\; q/r) \equiv O(p/r) \;\&\; O(q/r)$;
$A_3$ $O(P/q \vee r) \equiv O(p/q) \;\&\; O(p/r)$.

unde $p, q, r,$ sînt acte, $p/q$ se citeşte „$p$ sub condiţia $q$" şi exprimă actul condiţionat.
Reguli de deducţie regula substituţiei (pentru variabile de acte), regula substituţiei în formule logice, regula schimbului de echivalente şi regula detaşerii.

*Operatorii.* 1. $Pp \equiv \sim O \sim p$; 2 $P(p/q) \equiv \sim O(\sim p/q)$;
Alt sistem de axiome este următorul $A_1$. $P(\Delta/\Delta)$, $A_2$. $P(p \vee q/r) \equiv$ $\equiv P(p/r) \vee P(q/r)$, $A_3$ $P(p/q \vee r) \equiv P(p/q)$ & $P(p/r)$

În lucrările sale *Norm and action* (1963) şi *An essay in deontic logic and general theory of action* (1968) von Wright corelează sistemele de logică deontică cu teoria schimbării, teoria acţiunii şi dezvoltă numeroase probleme metateoretice.

**LOGICA IMPRECIZIUNII** (logica fuzzy), logică elaborată de L A Zadeh (SUA, 1972) pentru mulţimile vagi (imprecise) *(v.)* Zadek are în vedere sistemele complexe care nu pot fi caracterizate exact şi care au la bază următorul principiu de *incompatibilitate* „Cu cît complexitatea unui sistem creşte cu atît capacitatea noastră de a face propoziţii precise şi cu semnificaţie despre comportamentul său descreşte pînă la un prag dincolo de care precizia şi semnificaţia (sau relevanţa) devin caracteristici aproape mutual exclusive". Zadeh consideră ca element cheie al gîndirii omeneşti nu *numărul* ci *etichete* de mulţimi imprecise, adică de mulţimi la care trecerea de la $x \in M$ la $x \notin M$ este graduală. Baza ontologică a unei asemenea logici va fi teoria mulţimilor imprecise Logica va avea deci valori logice imprecise, funcţii logice imprecise şi reguli de inferenţă imprecise. El consideră că ceea ce este important în prelucrarea unei mase de informaţii nu este un inalt grad de imprecizie, ci faptul relevant şi aproximaţia. Etapele elaborării l. i. (1) folosirea variabilelor *lingvistice* în locul celor numerice sau împreună cu cele numerice, (2) caracterizarea relaţiilor simple între variabile prin propoziţii condiţionate imprecise, (3) caracterizarea relaţiilor complexe prin algoritmi de imprecizie *Definiţia variabilei lingvistice* „O variabilă lingvistică este definită ca o variabilă ale cărei valori sînt expresii intr un limbaj natural sau artificial". De ex , cuvîntul *înălţime* este o variabilă lingvistică cu valori ca *înalt, nu înalt, foarte înalt, nu prea înalt, extrem de înalt, destul de înalt* etc Cuvintele din *limbajul natural (v )* sînt un fel de descripţii sumare ale unei submulţimi imprecise $M(x)$ din universul discursului $(U)$ $M(x)$ fiind *semnificaţia* lui $x$ (ori mai exact extensiunea lui $x$)
De ex. $M$(floare), $M$(roşu) reprezintă submulţimile pentru *floare* şi resp. *roşu*. *Floarea roşie* este o intersecţie de $M$(floare) şi $M$(roşu) *Culoare* este o variabilă pe mulţimea culorilor
Propoziţiile au semnificaţii imprecise, de ex „dacă $x$ nu este prea mare atunci $y$ este extrem de mare"
Algoritmii vagi constau din instrucţiuni a căror executare depinde de reguli compoziţionale şi de regula alternativei preponderente. Ex 1 Redu puţin pe $x$ dacă $y$ este mare! 2 Fă să crească $x$ foarte puţin dacă $y$ nu este nici prea *mare*, nici *prea mic* 3 Dacă $x$ este *mic*, atunci stop! Altfel fă să crească $x$ cu 2!

**LOGICA ÎNTREBĂRILOR** sau **erotetica** (gr. *erotema* — întrebare), logică aplicată la studiul întrebărilor A fost sugerată de Aristotel in legătură cu „silogismul dialectic" (= cu premise interogative) O întrebare este o propoziţie pragmatică la care se cere un răspuns Noţiunile de *întrebare* şi *răspuns* sînt corelative (pot fi definite numai una relativ la alta). Orice întrebare are un conţinut imperativ Distingem între *judecata interogativă*

*şi forma gramaticală a judecăţii interogative.* Judecăţile interogative pot fi exprimate în formă proprie de propoziţii interogative sau în alte forme optative, normative, imperative Exemple (1) Este 2 × 3 = 6? (formă interogativă), (2) Aş dori să ştiu dacă 2 × 3 = 6 (optativă), (3) Trebuie să răspunzi dacă 2 × 3 = 6 (normativă), (4) Spune dacă 2 × 3 = 6! (imperativă). Nu există încă un sistem de logică interogativă elaborat complet, există o problematică sistematizată şi unele probleme clarificate. Numeroasele studii existente diferă adesea foarte mult atît în ce priveşte terminologia cît şi modul de abordare a întrebărilor Principalele probleme sînt 1 Forma logică a judecăţilor interogative, 2. Valoarea judecăţilor interogative, 3 Supoziţii şi răspunsuri, 4 Clasificarea judecăţilor interogative, 5. Relaţii la întrebările cu alte feluri de judecăţi, în special descriptive, 6 Relaţii logice între întrebări, 7 Calculul întrebărilor. Problematica imită logica pură, dar ca toate logicile particulare (= aplicate) l. i. este din punct de vedere formal o *substructură* a structurii logicii standard (logica bivalentă totală)

1. *Forma logică.* O judecată interogativă constă din două părţi: partea *descriptivă* şi partea *interogativă* (operatorul imperativ al întrebării). Partea descriptivă este sau o propoziţie nemijlocit descriptivă (de ex „2 × 3 = = 6") sau supoziţia conţinută imediat în întrebare (de ex., „Care este cea mai mare victorie a lui Napoleon?" presupune imediat că „există cea mai mare victorie a lui Napoleon"). Partea interogativă este redată fie prin operatorul „?", fie printr-o expresie care redă acelaş sens cu el, după cum se poate vedea din exemplele (1)—(4) Forma logică poate fi simbolizată astfel *A*? Evident, *A* poate fi simplu sau compus

2. *Valoarea judecăţilor interogative* Judecăţile interogative nu sînt nici adevărate, nici false, ele sînt *corect*e sau *incorecte* Desigur nimic nu ne împiedică să le numim *adevărate* sau *false* dar aceste cuvinte nu vor însemna acelaşi lucru ca în logica pură. Problema definirii corectitudinii sau incorectitudinii nu este rezolvată satisfăcător. Cei mai mulţi consideră că ea poate fi rezolvată relativ la supoziţiile false — dacă cel puţin o supoziţie este falsă atunci propoziţia este incorectă. Vom admite că cele două noţiuni sînt definite relativ la *carcasa de supoziţii (v.)* a propoziţiei. Supoziţiile pot fi relative la conţinutul întrebării (de ex.: supoziţia imediată), la răspuns, la împrejurări şi la respondent (= cel ce urmează să răspundă). Nu considerăm că o simplă supoziţie falsă poate determina incorectitudinea judecăţii interogative aşa cum se consideră în literatura existentă. Propoziţia „Care dintre bătăliile lui Napoleon s-a dat în China?" conţine supoziţia falsă „Cel puţin una dintre bătăliile lui Napoleon s-a dat în China". Or, aceasta nu împiedică răspunsul „Nici una", ceea ce înseamnă includerea mulţimii vide în răspuns Se înţelege că avem în vedere răspunsurile *directe* şi nu altfel de răspunsuri Vom considera ca incorectă o judecată interogativă care conţine o propoziţie de imposibilitate sau la care este imposibil să dăm un răspuns direct Iată astfel de întrebări. (1) Din ce cauză triunghiul are trei laturi? (2) Cu ce scop plouă? (3) Care este poziţia şi impulsul particulei *v* în momentul *t*? (4) Ce poziţie are fiecare atom în univers? (5) Cum se află volumul cercului? Propoziţia (1) presupune că există o relaţie de cauzalitate în cazul respectiv ceea ce este imposibil şi, deci, face şi răspunsul direct imposibil. Propoziţia (2) presupune că ploaia are un scop, ceea ce este absurd şi, deci, răspunsul direct este imposibil. Propoziţia (3) presupune că se poate determina simultan poziţia şi impulsul particulei, ceea ce conform relaţiilor lui Heisenberg este imposibil şi, deci, răspunsul este imposibil Propoziţia (4) presupune că se poate determina poziţia tuturor atomilor din univers,

or aceştia fiind în număr infinit răspunsul este imposibil. Propoziţia (5) presupune că cercul are volum, ceea ce este imposibil şi, deci, răspunsul direct este imposibil. Acestea sînt întrebări *formal incorecte*, altele sînt *incorecte factual* (în context). Întrebările incorecte factual sînt: a) cele care nu sînt înţelese de respondent, b) cele care în principiu nu pot fi rezolvate de respondentul respectiv (de ex., nu este instruit pentru a răspunde), c) cele care în împrejurările date (momentul) nu pot fi rezolvate (de ex., „este $x^n + y^n = z^n$ demonstrabilă pentru o mulţime definită de numere?"). Considerînd ansamblul supoziţiilor formal sau factual imposibile $S$ putem scrie relaţiile Incorect$(p) \Rightarrow S$, Corect$(p) \Rightarrow S'$ (unde $S'$ este ansamblul supoziţiilor care nu sînt imposibile). Cunoaşterea supoziţiilor este necesară pentru răspuns. De ex. „A învins Napoleon la Waterloo în 1900?" implică supoziţiile false a) Napoleon a trăit în 1900 şi b) Napoleon s-a luptat la Waterloo în 1900. Dacă supoziţiile sînt cunoscute (se ştie că sînt false) atunci se poate răspunde prin „Nu" şi se poate justifica răspunsul: „deoarece ...".

3. *Supoziţii şi răspunsuri.* Pentru I. i. prezintă un anumit interes studiul direct (deşi nu putem face abstracţie de corelaţia cu întrebările) al supoziţiilor şi răspunsurilor, în special clasificarea acestora. A. *Supoziţii.* H. S. Leonard defineşte supoziţia ca „orice enunţ care este necesar pentru validitatea întrebării", iar L. Aqvist ca „enunţuri implicate de fiecare răspunsuri directe la $Q$" (unde $Q$ este întrebarea). În general, este supoziţie orice propoziţie descriptivă implicată de proprietăţile ($P$) cerute întrebării. $P(„A?") \Rightarrow S$. Supoziţiile pot fi clasificate după valoarea logică: *adevărate* sau *false* (logic false sau factual false), după cum sînt *empirice* sau *formale*, *primare* sau *secundare*, *semantice*, *sintactice* sau *pragmatice*. O clasificare largă se poate da ca la punctul 2. Întrebarea „Ce suprafaţă are masa?" are ca supoziţie empirică „se poate măsura masa" şi ca supoziţie formală „masa are suprafaţă". Prima supoziţie este primară, a doua secundară (decurge din prima). Supoziţia că se poate răspunde la întrebare este pragmatică, supoziţia că răspunsul este adevărat este semantică, iar supoziţia că răspunsul este întemeiat este sintactică (formală). B. *Răspunsuri.* Probabil cea mai importantă clasificare a răspunsurilor este în răspunsuri de tipul *da — nu* şi de tipul *care*. De ex. „Este $2 \times 3 = 6$?" Răspuns: *Da*. „Care este soluţia ecuaţiei $x^2 = 4$?" Răspunsuri: 2, $-2$. Dintre răspunsurile de tipul *care* un loc aparte îl ocupă răspunsurile explicative la întrebările cu *de ce*. Altă clasificare a răspunsurilor este în *răspunsuri directe* (fie prin *da — nu*, fie prin indicarea *exactă* a soluţiei) şi *răspunsuri indirecte* (prin descrierea *implicită* a soluţiei). De ex. „Care este rădăcina ecuaţiei $x + 0 = 1$?". Răspuns direct: 1, răspuns indirect: rădăcina ecuaţiei este un număr natural $n$ astfel că $n \cdot m = m$. Răspunsurile pot fi *precise* sau *vagi*. Ex. „Ce greutate are această maşină?" Răspuns precis: 1000 kg, răspuns vag: destul de mare. Răspunsurile pot fi *integrale* sau *parţiale*. De ex. „Unde ai fost azi la ora 12?". Răspuns integral: am fost să cumpăr zahăr, răspuns parţial: am fost la magazin. Răspunsurile pot fi *dependente* sau *independente*. De ex.: „Există viaţa pe Marte?" Răspuns: dacă există condiţiile $c_1, \ldots c_n$ atunci *da*, dacă nu există cel puţin una din condiţiile $c_1 \ldots c_n$ atunci nu. Răspunsurile pot fi în număr *finit* sau *infinit*. De ex. „Este fierul bun conducător de căldură" are un răspuns finit: *Da*. „Ce proprietăţi are fierul?" Lista de răspunsuri este potenţial infinită.

4. *Clasificarea judecăţilor interogative.* Judecăţile interogative pot fi clasificate după diferite criterii. Înainte de a indica unele criterii vom dis-

tinge propozițiile interogative cu caracter retoric de întrebările propriu-zise O întrebare propriu-zisă pune în mod explicit o problemă care se cere rezolvată. Ne vom ocupa numai de acestea, deși din punct de vedere pragmatic pot fi luate în considerație toate propozițiile interogative. Întrebările pot fi clasificate în raport cu forma logică a întrebării, în raport cu supozițiile și în raport cu răspunsul. Din punctul de vedere al formei, întrebările pot fi *simple* sau *compuse*. O întrebare simplă conține o parte descriptivă simplă, o întrebare compusă constă fie din mai multe întrebări simple, fie că are o parte descriptivă formată din mai multe propoziții. Exemple (1) Este $3 + 1 = 5$? (simplă), (2) Este $2 + 2 = 5$? și este $3 + 2 = 5$? (compunere de întrebări) (3) Este $2 + 2 = 4$ și $3 + 2 = 5$? (compunerea descripției). Propozițiile (2) și (3) diferă în ce privește modul de a răspunde la ele: deși ambele sînt conjunctive: la (2) se cere răspuns pe rînd, la (3) se poate răspunde deodată (există și cazuri în care se poate răspunde numai pe rînd, prin descompunere în întrebări simple. La propoziția „Este $2 + 3 = 5$ și $3 + 4 = 8$?" nu se poate da un singur răspuns, ea trebuie descompusă în două: „este $2 + 3 = 5$?" și „este $3 + 4 = 8$?" Tot conjunctive sînt și întrebările iterate și cele cu operatori conjunctivi ca de ex., „cine știe cine a inventat tiparul?" și respectiv, „cînd și cine a inventat becul electric?" Întrebările pot avea forme compuse negativă, conjunctivă, disjunctivă, ipotetică ș.a Exemple de forme conjunctive am dat mai sus (2) și (3), exemple pentru celelalte forme sînt (4) Nu este omul ființă bipedă? (5) Este peretele alb sau galben? (6) Dacă $2 + 2 = 4$, este $4 - 2 = 1$? (= este adevărat că dacă $2 + 2 = 4$ atunci $4 - 2 = 1$?) Întrebările disjunctive sînt complete sau parțiale Cele complete enumeră toate posibilitățile (de ex., toate culorile) cele incomplete enumeră numai o parte din posibilități (ca în ex. (5)). O diviziune interesantă este în întrebări *categorice* și *condiționate*. (1), (2), (3) sînt întrebări categorice, (6) este condiționată. Condiția se poate exprima prin „dacă .. atunci", prin „presupunînd că . ", prin „dat fiind ." ș.a Exemple (7) Presupunînd că $3 + 1 = 5$, cît fac $5 - 3$? (8) Dat fiind că suprafața pătratului este 4 m² cît este latura? Întrebările pot fi clasificate în raport cu supozițiile. O astfel de clasificare este împărțirea întrebărilor în corecte sau incorecte. O clasificare esențială a întrebărilor este după caracterul răspunsurilor. Toate clasificările răspunsurilor pot fi puse în corespondență cu clasificarea întrebărilor

5 *Relațiile întrebărilor cu alte feluri de judecăți*. a) *Relațiile întrebărilor cu propozițiile descriptive*. Astfel de relații se stabilesc la nivel metateoretic nu în cadrul unei teorii. Fie *A* întrebarea și *p* o propoziție *p* (descriptivă), *R* o relație vom scrie „*A*? *R*„*p*" care înseamnă „întrebarea „*A*?" este în relație cu „*p*" (unde „*A*?" și „*p*" sînt numele întrebării și respectiv propoziției) Putem conveni să folosim expresiile *autonim* și să scriem $A?\ R\ p$. De ex, $A? \Rightarrow p$, $A? \Leftrightarrow p$ În acest fel, relațiile dintre întrebări și supoziții au sensul indicat $P(A?) \Rightarrow S$, $A? \Rightarrow S$ b) *Relațiile întrebărilor cu propoziții deontice și imperative* Ca și in cazul a) aceste relații se stabilesc la nivel metateoretic. Exemple $A? \Rightarrow A^*!$, $A? \Rightarrow O\ A^*$ (unde $A^*$ este baza propoziției imperative sau deontice)

6 *Relații logice între întrebări* Relațiile logice între întrebări se stabilesc pe baza răspunsurilor Dintre relațiile logice amintim: negația unei întrebări, compatibilitatea întrebărilor, implicația întrebărilor și echivalența întrebărilor Negația unei întrebări nu este o propoziție descriptivă ci o întrebare a cărei supoziție imediată este negația supoziției imediate a celeilalte întrebări. De ex „De ce ai fost ieri la teatru?" are ca negație în-

trebarea „De ce n-ai fost ieri la teatru?" căci supozițiile imediate (*matricile* cum le numesc unii) sînt „ieri ai fost la teatru" și „ieri n-ai fost la teatru". Evident, negația nu se poate forma automat și cere investigația modului în care trebuie pusă întrebarea pe lîngă o supoziție imediată. Fie întrebarea „Este 3 > 4?" Supoziția imediată este „este posibil ca 3 > 4". Punînd întrebarea trebuie să formăm o supoziție de imposibilitate pentru a obține negația. „De ce e necesar ca 4 > 3?" Dealtfel orice întrebare cu răspuns *da—nu* pusă pe lîngă o propoziție categorică implică supoziția imediată că „este posibil *p*" deoarece implică două posibilități de răspuns *da*, *nu*. Din moment ce întrebăm „Este *p*", în mod obiectiv (= independent de intenția celui ce întreabă) apare o situație care n-ar fi problematică dacă n-ar presupune o posibilitate de alegere între răspunsuri. Două întrebări se află în relație de *compatibilitate* dacă ele nu au supoziții care să se nege reciproc. Notînd întrebările cu $Q_1$, $Q_2$, putem formaliza această afirmație astfel: Comp $(Q_i, Q_j) = \exists S\ (Q_i \Rightarrow S \ \&\ Q_j \Rightarrow S)$. Două întrebări se află în relație de implicație dacă răspunsul uneia implică răspunsul celeilalte. Fie $R\,Q_i$ răspunsul adevărat la o întrebare $Q_i$. Formalizăm: $Q_i \Rightarrow Q_j \Leftrightarrow R\,Q_i \Rightarrow R\,Q_j$. Exemple „Este 3 > 4?" ⇒ „Este 4 ⩾ 3?" Într-adevăr, răspunsul „3 > 4" implică pe „4 ⩾ 3". Două întrebări se află în relație de echivalență dacă răspunsurile lor se implică reciproc. Întrebările de mai sus se află și în relația de echivalență căci $3 > 4 \Leftrightarrow 4 \geqslant 3$. Două întrebări sînt identice dacă răspunsurile sînt identice $Q_i \equiv Q_j \Leftrightarrow R\,Q_i \equiv R\,Q_j$. În stabilirea relației de mai sus este important să se rețină că răspunsul prin *da* este un mod prescurtat de a aserta o propoziție, iar răspunsul prin *nu* este un mod prescurtat de a respinge o propoziție (simbolic: $\vdash p$, $\dashv p$).

7. *Calculul întrebărilor*. Imitînd logica pură, calculul întrebărilor poate fi un *algoritm* destinat să stabilească anumite proprietăți ale întrebărilor (de ex. corectitudinea, incorectitudinea, faptul dacă o anumită relație are loc între întrebări) sau un *calcul axiomatic*. Aceste calcule se constituie după modelul calculului standard și în corelație cu acesta. Dăm cîteva metateoreme în legătură cu proprietățile întrebărilor: (1) Dacă *T* este o tautologie atunci „Este *T*?" are totdeauna răspunsul *da*, (2) Dacă *C* este o contradicție atunci „Este *C*?" are totdeauna răspunsul *nu*, (3) Dacă *P* este realizabilă atunci „Este *P*?" are fie răspunsul *da* fie *nu* în dependență de precizarea matricei, (4) Orice întrebare este echivalentă cu sine: $A? \Leftrightarrow A?$, (5) Orice întrebare este identică cu sine $A? \equiv A?$, (6) $A? \equiv B? \Rightarrow A? \Leftrightarrow B?$ (reciproca nu este valabilă). Calculul se dezvoltă în continuare prin cercetarea relațiilor dintre operatorul „?" și operatorii logicii pure precum și în corelație cu calculul propozițiilor cu calculul predicatelor, cu modalitățile, cu logicile polivalente, cu teoria mulțimilor ș.a. Există, de asemenea, cercetări semantice și pragmatice asupra întrebărilor. (Pentru 7 v. Nuel D. Belnap, Thomas B. Streel jr. *The Logic of Questions and Answers*).

**LOGICA LUI BOCIVAR**, logică trivalentă cu valorile *R* (adevărat), *F* (fals) și *S* (absurd) destinată să analizeze paradoxele din teoria mulțimilor (respectiv logica predicatelor). Bocivar împarte propozițiile în *clasice* și *neclasice*.

| Propoziții clasice (interioare) | Propoziții neclasice (exterioare) |
|---|---|
| $A$ | $A$ este adevărat |
| non-$A$ | $A$ este fals |
| $A$ și $B$ | $A$ este adevărat și $B$ este adevărat |
| $A$ sau $B$ | $A$ este adevărat sau $B$ este adevărat |
| dacă $A$ atunci $B$ | dacă $A$ este adevărat, $B$ este adevărat |
| | $A$ este absurd. |

Se observă că formei „$A$ este absurd" nu-i corespunde nici o formă interioară, aceasta exprimă propoziții paradoxale de genul «propoziția scrisă în ghilimele ascuțite pe această pagină este falsă». În acest caz propoziția nu poate fi separată de metapropoziție. Propoziția este absurdă, „fără conținut". Celelalte forme merg pe linia schemei lui Tarski $W(„p") \equiv$ $\equiv p$ (unde $W$ = adevăr). De ex. $W(p \,\&\, q) \equiv Wp \,\&\, Wq \equiv p \,\&\, q$ Variabilele vor fi $p, q, r, \ldots$. Functorii sînt la rîndul lor *clasici* și *neclasici*. 1. Functorii clasici $\sim$ (negația), $\cap$ (conjuncția), $\cup$ (disjuncția), $\supset$ (implicația), $\supset\subset$ (echivalența). 2. Functorii neclasici $\vdash$ asertarea („este adevărat ..."), $\urcorner$ (negația), $\wedge$ (conjuncția), $\vee$ (disjuncția), $\rightarrow$ (implicația), $\leftrightarrow$ (echivalența), $\equiv$ (identitatea logică), $\downarrow$ (absurditatea), — (negația asertării) 3 Definițiile funcțiilor de bază

| $p$ | $\sim p$ |
|---|---|
| $R$ | $F$ |
| $F$ | $R$ |
| $S$ | $S$ |

| $p \cap q$ | $R\ F\ S$ |
|---|---|
| $R$ | $R\ F\ S$ |
| $F$ | $F\ F\ S$ |
| $S$ | $S\ S\ S$ |

| $p$ | $\vdash p$ |
|---|---|
| $R$ | $R$ |
| $F$ | $F$ |
| $S$ | $F$ |

| $p$ | $\urcorner p$ |
|---|---|
| $R$ | $F$ |
| $F$ | $R$ |
| $S$ | $F$ |

4. Definițiile celorlalte funcții se dau prin negație și conjuncție. În loc de valorile $R, F\ S$, putem utiliza numere ceea ce dă definiții aritmetice. Vom considera $R = 1$, $S = 2$, $F = 3$

(1) $\sim p = 4 - p$ Se observă că dacă $p = 1$, atunci $p = 3$, dacă $p = 2$ atunci $p = 2$ etc

(2) $\urcorner p = \begin{cases} 3 \text{ dacă } p = 1 \text{ sau } p = 2 \\ 1 \text{ dacă } p = 3. \end{cases}$

(3) $\vdash p = \begin{cases} 1 \text{ dacă } p = 1 \\ 3 \text{ dacă } p = 2 \text{ sau } p = 3 \end{cases}$

(4) $p \cap q =$ cea mai slabă valoare dintre $p$, $q$ (ordinea slăbirii 1, 3, 2). Definițiile funcțiilor neclasice

(5) $p \wedge q = \vdash p \cap \vdash q$

(6) $p \vee q = \vdash p \cup \vdash q$

(7) $p \rightarrow q = \vdash p \supset \vdash q$

(8) $p \leftrightarrow q = (p \rightarrow q) \cap (q \rightarrow p)$

(9) $p \equiv q = (p \rightarrow q) \cap (\sim p \leftrightarrow \sim q)$

(10) $\downarrow p = \sim (\vdash p \cup \urcorner p)$

(11) $\bar{p} = \sim \vdash p$.

Matricea pentru $\downarrow p$ este

| $p$ | $\downarrow p$ |
|---|---|
| 1 | 3 |
| 2 | 1 |
| 3 | 3 |

*Metateoreme*

(1) Dacă $A$ este absurd atunci $\sim A$ este absurd, $\vdash A$ este fals și $\neg p$ este fals

(2) $A \cap S$ este echivalent cu $S$

(3) Dacă un argument este absurd atunci întreaga formulă clasică este absurdă.

(4) Nici o formulă clasică nu e demonstrabilă în calculul lui Bocivar

(5) Nici o formulă contradictorie nu e demonstrabilă în calculul lui Bocivar.

(6) O expresie va fi neclasică dacă conține cel puțin o funcție neclasică.

(7) Orice formulă clasică este *izomorfă* cu o formulă neclasică.

(8) Conform cu (7) toate legile clasice sînt valabile în sensul izomorfismului în calculul neclasic

*Tautologii*

(1) $p \to p \cap q$
(2) $p \cap q \to q \cap p$
(3) $(p \to q) \to (p \cap r \to q \cap r)$
(4) $((p \to q) \cap (q \to r)) \to (p \to r)$
(5) $q \to (p \to q)$
(6) $(p \cap (p \to q)) \to q$
(7) $p \to (p \vee q)$
(8) $p \vee q \to q \vee p$
(9) $((p \to r) \cap (q \to r)) \to (p \vee q) \to r$
(10) $\bar{p} \to (p \to q)$
(11) $(p \to q \cap p \to \bar{q}) \to \bar{p}$
(12) $p \vee \bar{p}$
(13) $R \to R = R$
(14) $F \to F = R$
(15) $S \to S = R$
(16) $p \leftrightarrow \vdash p$
(17) $\sim p \leftrightarrow \neg p$
(18) $p \cap q \leftrightarrow p \wedge q$
(19) $p \cup q \to p \vee q$
(20) $(p \supset q) \to (p \to q)$
(21) $\downarrow p \equiv \downarrow \sim p$
(22) $\downarrow p \to \neg\neg p$
(23) $\downarrow p \to \neg \vdash p$

Există și tautologii mai complexe

(24) $\sim\overline{(p \cup \sim p)}$
(25) $\neg\neg(p \cup \sim p)$
(26) $\neg \downarrow (p \vee \neg p)$
(27) $\downarrow (p \cup \sim p) \equiv \neg(p \vee \neg p)$
(28) $\downarrow (p \cup \sim p) \equiv \downarrow p$
(29) $(p \equiv \sim p) \equiv \downarrow p$
(30) $(p \leftrightarrow \sim p) \equiv \downarrow p$
(31) $(\sim \downarrow p \to (p \leftrightarrow \sim p)) \equiv \downarrow p$
(32) $((p \cup \sim p) \to (p \leftrightarrow \sim p) \equiv \downarrow p$
(33) $(p \to \neg p) \equiv \downarrow p$
(34) $(\vdash p \equiv \neg p) \equiv \downarrow p)$

Se observă că formulele (21) — (23) pot fi tratate ca diferite moduri de definiție a absurdului, alături de formulele (29) — (34). Pentru analiza paradoxelor sînt importante următoarele formule

(35) $(p \equiv \downarrow p) \equiv \neg p$
(36) $(p \equiv \downarrow p) \leftrightarrow \sim p$
(37) $\sim p \to (p \to q)$
(38) $\neg p \to (p \to q)$
(39) $\downarrow p \to (p \to q)$
(40) $(p \equiv q) \to (\sim p \equiv \sim q)$
(41) $(p \equiv q) \to (\downarrow p \equiv \downarrow q)$

Calculul este extins la predicate după cum urmează. variabile individuale $x, y, z, \ldots$, variabile predicative. $f, g, \varphi, \psi, \ldots$, cuantori clasici $(x)$, $(\mathfrak{E}x)$; cuantori neclasici · $\forall x$, $\exists x$. Citirea cuantorilor este următoarea $(x) f(x)$ · „pentru orice $x$, $x$ are însușirea $f$, $(\mathfrak{E}x) f(x)$ „e-

xistă $x$ astfel că $x$ are însuşirea $f$, $\forall x\, f(x)$ · „pentru orice $x$, $f(x)$ este adevărat, $\exists x\, f(x)$ · „există $x$ astfel că $f(x)$ este adevărat.

*Definiţii.* 1. $(\mathcal{E}x)\, f(x) = \sim(x) \sim f(x)$, 2 $\exists x\, f(x) = (\mathcal{E}x) \vdash f(x)$, 3 $\forall x\, f(x) = (x) \vdash f(x)$.

La tautologiile de mai sus se adaugă expresiile universal adevărate: (42) $(a)\, f(a) \rightarrow f(b)$, (43) $f(b) \rightarrow \exists a\, f(a)$, (44) $\downarrow (a)\, f(a) \rightarrow \exists a \downarrow f(a)$, (45) $\exists a \downarrow f(a) \rightarrow \downarrow (a)\, f(a)$. *Reguli de deducţie.* 1. Din $p$ şi $q$ rezultă $p \cap q$, 2. Din $p$ şi $p \rightarrow q$ rezultă $q$, 3. Regula substituţiei pentru cele trei feluri de variabile (ca în calculul clasic), 4. Din $p \rightarrow q$ rezultă $p \rightarrow (a)q$ 5. Din $q \rightarrow p$ rezultă $\exists a\, q \rightarrow p$ (în 4 şi 5 $a$ nu apare în formule legată)

**LOGICA LUI LEIBNIZ**, logica formală expusă de Leibniz în spiritul matematicii (aritmeticii şi algebrei). Principiile de bază ale l. lui L. sînt. 1) forma $S$ este $P$ este interpretată ca *predicatum inest subiecto* (= predicatul este în subiect), 2) utilizarea unui simbolism universal (*characteristica universalis*) după modelul algebrei, 3) introducerea calculului în logică (*calculus ratiocinator*) Simbolismul algebric este extins de Leibniz asupra logicii pe baza analogiilor dintre operaţiile şi relaţiile aritmetice cu operaţiile şi relaţiile logice. Simbolismul lui Leibniz nu este izbutit tocmai din cauză că s-a ţinut prea strîns de această analogie, pe de altă parte el s-a menţinut în fond în limitele logicii tradiţionale. Totuşi el a izbutit să formuleze simbolic multe legi logice şi opera sa constituie, prin inovaţiile ei, începutul logicii simbolice. Din nefericire, ea a fost descoperită ulterior întemeierii logicii simbolice de către G Boole, astfel că influenţa ei n-a fost pe măsura valorii. B. Russell şi L. Couturat au reabilitat-o în parte şi au lansat-o în circuitul culturii logice universale. La aceasta a contribuit şi faptul că opera lui Leibniz conţine încă destul de multe sugestii pentru dezvoltarea logicii simbolice.

**LOGICA LUI REICHENBACH**, logică trivalentă cu valorile 1 (adevăr verificat), 2 (fals verificat), 3 (imposibil de determinat). Numărul funcţiilor introduse este mare: $N^1_p$ (negaţia ciclică), $N^2_p$ (negaţia diametrală), $N^3_p$ (negaţia completă), $K_{pq}$ (conjuncţia), $A_{pq}$ (alternativa), $C^1_{pq}$ (implicaţia standard), $C^2_{pq}$ (implicaţia alternativă), $C^3_{pq}$ (cvasiimplicaţia), $R^1_{pq}$ (echivalenţa standard) şi $R^2_{pq}$ (echivalenţa alternativă). Definiţiile matriceale sînt următoarele:

| $p$ | $N^1_p$ | $N^2_p$ | $N^3_p$ |
|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 | 2 |
| 2 | 3 | 2 | 1 |
| 3 | 1 | 1 | 1 |

| $p\ q$ | $K_{pq}$ | $A_{pq}$ | $C^1_{pq}$ | $C^2_{pq}$ | $C^3_{pq}$ | $R^1_{pq}$ | $R^2_{pq}$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 1 | 2 | 1 | 2 | 3 | 2 | 2 | 3 |
| 3 1 | 3 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 |
| 1 2 | 2 | 1 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 2 2 | 2 | 2 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |
| 3 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 1 3 | 3 | 1 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 |
| 2 3 | 3 | 2 | 1 | 1 | 2 | 2 | 3 |
| 3 3 | 3 | 3 | 1 | 1 | 2 | 1 | 1 |

*Tautologii*

(1) $R^1_{pp}$ (identitate)
(2) $R^1_p N^2 N^2_p$ (dublă negație)
(3) $R^1_p N^1 N^1 N^1_p$
(4) $R^1 N^3_p N^3 N^3 N^3_p$
(5) $A_p N^2_p$ (terțul exclus pentru $N^2$)
(6) $R^1 N^3_p A N^1_p N^1 N^1_p$
(7) $A\, A_p N^1_p N^1 N^1_p$ } (excluderea cvartului)
(8) $R^1 A_p N^1 N^1_p N^3_p$ }
(9) $N^1 K_p N^3_p$ }
(10) $N^3 K_p N^1_p$ } (excluderea contradicției)
(11) $N^2 K_p N^2_p$ }
(12) $[N^2 K_{pq}] = [A N^2_p N^2_q]$ } (formă specială pentru regulile lui de
(13) $[N^2 A_{pq}] = [K N^2_p N^2_q]$ } Morgan)
(14) Legile distributivității pentru $A_{pq}$ și $K_{pq}$
(15) $R^1 C^1 N^2_{pq} C^1 N^2_{qp}$ } (regulile contrapoziției)
(16) $R^1 C^2 N^3_{pq} C^2 N^3_{qp}$ }
(17) $R^1 R^1_{pq} K C^1_{qp} C^1_{pq}$ } (legile dizolvării
(18) $R^2 R^3_{pq} KK C^2_{pq} C^2_{qp} K C^2 N^2_p N^2_q C^2 N^2_q N^2_p$ } echivalenței)
(19) $R^1 C^2_{pq} N^1 N^2 A N^3_{pq}$ (dizolvarea implicației)
(20) $C^1 C^1_p N^3_p N^3_p$ } (reductio ad absurdum)
(21) $C^2 C^2_p N^2_p N^3_p$ }

Clasificarea expresiilor 1 identic adevărate, 2 identic false, 3 identic nedeterminate, 4 numai adevărate sau false, 5. numai adevărate sau nedeterminate, 6 numai false sau nedeterminate, 7. adevărate, false sau nedeterminate. Deși regulile logicii sînt ale unei logici trivalente legile microfizicii sînt totuși numai în termeni de „adevăr-fals" exprimate. Pentru cazul cînd $p$, $q$ satisfac formula $C^2 A_p N^1_p N^1 N^1_q$ ele se numesc complementare. Complementaritatea pentru trei propoziții este: $K C^2 A_p N^1_p N^1 N^1_q R^2 A_q N^1_q N^1 N^1_r$ Complementaritatea în cazul limitelor de exactitate este $C^2 A [(e^1, t) = u][N^1 (e^1, t) = u] N^1 N^1 [(e^2, t) = v]$ (unde $e^1$, $e^2$, $t$ sînt variabile și $u$, $v$ rezultatul măsurii).

**LOGICA MICROFIZICII**, sistem de logică polivalentă inspirat de microfizică Anumite fapte sau interpretări date de fizicieni acestor fapte din fizica modernă (cuantic-relativistă) au stîrnit interesul logicienilor Una dintre tendințele logicii moderne este de a cerceta în ce măsură structurile logice (determinate prin axiome formale) pot fi extinse dincolo de nivelul propozițiilor (in special al propozițiilor cognitive) Se știe de mult că formule logice luate în parte pot căpăta interpretări la diferite nivele de realitate (obiectivă sau subiectivă) Astfel, sînt prin-

cipiile $A \equiv A$, $\overline{A \& \bar{A}}$, $A \vee \bar{A}$ ş a. O mulţime de formule logice determină o structură. Cea mai cuprinzătoare structură este cea a *logicii bivalente*, orice alte structuri «logice» sînt numai «substructuri» ale structurii bivalente. Putem considera axiomele H-A ca definind structura bivalentă sau structura logică «standard», cum se mai numeşte.

$A_1$. $(p \vee p) \rightarrow p$

$A_2$ $p \rightarrow (p \vee q)$

$A_3$. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$

$A_4$. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((r \vee p) \rightarrow (r \vee q))$

$A_5$ $\forall x\, Fx \rightarrow Fy$

$A_6$. $Fy \rightarrow \exists x\, Fx$

$R_1$. Substituţia

$R_2$ Modus ponens

Dacă anexăm şi axiomele modalităţii *(v logica modală)* obţinem logica standard totală. Între teoreme se află $p \equiv p$, $\overline{p \& \bar{p}}$ şi $p \vee \bar{p}$. Dacă confruntăm această structură standard (totală) cu anumite corelaţii care nu privesc propoziţiile sau predicate de propoziţii (deci şi metapropoziţiile) atunci unele dintre formule nu se mai aplică. În 1926 Heisenberg după discuţii îndelungate cu Nils Bohr a formulat «principiul nedeterminării». exactitatea determinării coordonatelor particulei şi exactitatea determinării impulsului sînt invers proporţionale. Dacă luăm măsurile «inexactităţii», atunci produsul lor pentru poziţie şi impuls dă constanta de acţiune a lui Planck. O corelaţie analoagă are loc pentru determinaţiile *timp* şi *energie*. La rîndul său Nils Bohr a formulat «principiul complementarităţii» ca inevitabilitate a caracterului contrar *(complementar)* al reprezentărilor macroscopice şi microscopice despre substanţă, în speţă complementaritatea corpuscular-ondulatoriu. Pentru orice determinaţie fizică există o altă determinaţie astfel că ele au sens (există) numai una raportată la alta şi ale căror proprietăţi tind să se anihileze reciproc (sînt de „sens invers"). Ambele principii par să afecteze atît formula $p \vee \bar{p}$ cît şi formula $\overline{p \& \bar{p}}$. Dacă notăm poziţia cu $p$ şi impulsul cu $i$ atunci propoziţia conjunctivă $p = k \;\&\; i = l$ (unde $k$ şi $l$ sînt valorile exacte ale lui $p$ şi respectiv $i$) nu este adevărată, conform cu principiul lui Heisenberg. Pe de altă parte, dacă conjungăm propoziţiile „substanţa este corpusculară" şi „substanţa este ondulatorie" conjuncţia pare contradictorie, avînd in vedere implicaţiile: corpuscular $\Rightarrow$ ne-ondulator, ondulator $\Rightarrow$ ne-corpuscular. Or conjuncţia este valabilă conform cu principiul complementarităţii. Unii fizicieni şi logicieni au conchis de aci că logica standard nu mai este valabilă pentru asemenea situaţii, că aci trebuie să luăm în considerare alte logici. Că este vorba de altceva am arătat-o în numeroase rînduri. Vom expune totuşi o «structură logică» adecvată unei asemenea situaţii din fizică, anume *logica lui Reichenbach* (v.). Amintim că există diferite formulări de **l. a m.** date de Birkhoff, Neumann, Destouches—Février, H. Reichenbach, Peter Mittelstaedt (acesta pornind de la logica dialogului a lui Paul Lorenzen) *(v. logica lui Reichenbach)*.

**LOGICA MODALĂ A LUI GR. C. MOISIL**, sistem propriu de logică modală construit, în 1942, de Gr. C Moisil şi la baza căruia aşează operatorul $S$ („poate fără"). Moisil adopta simbolismul de tip Lukasiewicz. 1 *Simboluri*. 1. $x, y, z,$ variabile propoziţionale, 2 $S$, $\eta$ (imposibil),

γ (contingent), μ (posibil), ν (necesar), *N* (nu), *C* (implică), *K* (şi), *A* (sau).

2. *Definiţii.* 1. *Sxy* = *KxNy*, 2. η*x* se defineşte implicit, *C*η *xCxSxx*; *CCxSxx*η*x* 3. γ*x* se defineşte implicit: *C*γ*xSCxxx*, *CSCxxx*γ*x*. 4 μ = ηη. 5. ν = γγ. 6 Adevăr = *Cxx* 7. Fals = *Sxx* Se iau ca axiome iniţiale, axiomele *logicii pozitive* (*v*) şi două axiome (ultima sub formă de schemă de deducţie) pentru *S*, $Ax_1 - Ax_{11}$ $Ax_1 - Ax$ sînt cele ale logicii pozitive. Iată axiomele pentru *S* $Ax_{10}$ *CyASyxx*, $Ax_{11}$ · $\frac{CzAxy}{CSzyx}$. Regulile de deducţie sînt *modus ponens, regula substituţiei, regula adjuncţiei în ipoteză, regula adjuncţiei concluziilor, regula silogismului, regula substituţiei în schemă* şi *regula asertiunii* (v) Exemple de teze pentru *S*, η, γ *CSxyx*; *CSyySxx*; *C*η*x*γ*x*; η*Sxx* (falsul este imposibil), *A*γ*xx* (principiul modal al terţului exclus). La axiomele $A_1 - A_{11}$ se adaugă axiome pentru η, γ, μ, ν, şi se demonstrează teze corespunzătoare Sistemul este numit „logică modală generală" şi prin anexarea de alte axiome se obţin numeroase alte sisteme mai tari (Gr C. Moisil, *Încercări vechi şi noi de logică neclasică*, 1965).

**LOGICA POLIVALENTĂ A LUI POST**, logică *n*-valentă construită pornind de la semnificaţii abstracte („obiecte abstracte") 1, 2, 3, . . . , *n* (În genere, $n \geqslant 2$) Există o corelaţie a acestor valori cu *logica bivalentă* (v) Un simbol de enunţ *p* care ia *n* valori logice poate fi corelat cu o clasă de *n* — 1 enunţuri bivalente $p_1, p_2,$ . $p_{n-1}$ Dacă $p_1, \ldots, p_{n-1}$ iau toate valoarea adevăr atunci *p* are valoarea 1, dacă unul din ele numai ia fals atunci *p* ia valoarea 2 etc dacă toate sînt false atunci *p* ia valoarea *n*.

*Funcţii* 1 Negaţia ciclică $N_p^1 = \begin{cases} p + 1 \text{ dacă } 1 < p \leqslant n - 1 \\ 1 \text{ dacă } p = n \end{cases}$

2. Alternativa $Apq = \min(p, q)$ Sistemul este funcţional complet Matricea negaţiei ciclice este următoarea

| *p* | $N_p^1$ |
|---|---|
| 1 | 2 |
| 2 | 3 |
| . | |
| . | |
| . | |
| *n* − 1 | *n* |
| *n* | 1 |

Cînd *n* = 2 sistemul devine bivalent Tautologie (în sensul lui Post) înseamnă o expresie logică cu valoarea *i* ($1 \leqslant i \leqslant s$) şi $1 \leqslant s < n$. Se înţelege că 1 şi *s* sînt indicate exact (*s* poate fi > 2). *Funcţii definite.* 3. Negaţia simetrică $N_p^2 = n - p + 1$. 4. Conjuncţia $Kpq = \max(p, q)$. Funcţiile sînt generalizări din logica bivalentă. Legi ale negaţiilor $nN^1p = p$, $N^2N^2p = p$. Sistemul a fost axiomatizat Faptul că Post operează cu valori abstracte nu trebuie să ducă la concluzia că logica renunţă la propoziţii şi la valori logice, este vorba doar de un mod de abordare.

**LOGICA PREDICATELOR**, logica legilor de raţionare în funcţie de structura propoziţiilor elementare de intensiune (ex. „*x* are proprietatea *P*" sau „*x* se află în relaţia *R* cu *y*"). **L. p.** cuprinde şi logica propoziţiilor

ca pe un cadru mai larg. O caracteristică a **l. p.** este utilizarea de *cuantori* (v.). În dependență de diferite criterii, **l. p.** poate fi concepută mai îngust sau mai larg. Distingem mai întîi **l. p.** de diferite ordine. **l. p.** de ordinul unu, de ordinul doi etc. **L. p.** de ordinul unu cuprinde variabile de indivizi și variabile predicative de indivizi: $x, y, z, \ldots$ și resp. $F, G, H, \ldots$, iar cuantorii se aplică numai variabilelor individuale. **L. p.** de ordinul doi cuprinde aceleași simboluri ca și **l. p.** de ordinul unu, deosebirea constă în faptul că pot fi cuantificate și variabilele predicative (ex. $\forall F\, F(x)$). O posibilitate de a extinde ordinele constă în introducerea de predicate de tip superior, adică predicate de predicate (ex. $\varphi(F)$, $\psi(F, G)$). Ordinul trei se obține prin cuantificarea predicatelor de tipul trei (adică predicate de predicate de indivizi). **L. p.** de ordinul unu poate fi concepută mai restrîns sau mai larg: a) logica pură (nu conține variabile funcționale pentru termeni, nici relații determinante), b) logica cu variabile funcționale și cu relația de identitate (ex. $f(x)$, $g(x, y)$, $\equiv (x, y)$). În dependență de numărul variabilelor individuale la care se aplică cele predicative, logica predicatelor poate fi divizată în **l. p.** monadice ($F(x)$, $G(x)$) și **l. p.** $n$-adice ($n \geq 2$) (ex. $F(x, y)$, $G(x, y, z)$).

**LOGICA PREFERINȚEI**, logica aplicată la relația de preferință: $x$ este preferabil lui $y$. Interesul pentru studiul logic al acestei relații apare încă în *Topica* lui Aristotel. Ea a atras, de asemenea, atenția unor economiști din vremea noastră în legătură cu teoria utilității precum și a deciziei sociale. Studii speciale aparțin lui R. M. Martin și R. M. Chisholm din S.U.A. Se pornește de la preferință în sens strict și se înțelege intuitiv că „$x$ este preferabil în sens larg lui $y$" dacă „$y$ nu este preferabil în sens strict lui $x$". Notînd relațiile de preferință în sens larg cu $Q$, în sens strict cu $P$ și de indiferență cu $I$ putem studia aceste relații pornind de la *logica relațiilor* (v.) în genere. În plus, vom ține seama de postulate privind domeniul special de aplicare a relațiilor.

1. *Postulate generale*: 1. $\forall xyz\, (xQy \,\&\, yQz \rightarrow xQz)$, 2. $\forall xy\, (xQy \vee yQx)$, 3. $\forall xy\, (xIy = xQy \,\&\, yQx)$ (definiția lui $I$), 4. $\forall xy\, (xPy = \overline{yQx})$ (definiția lui $P$). Relația $I$ este de echivalență, iar $Q$ și $P$ sînt de ordine. Ca urmare, $I$ este reflexivă, simetrică și tranzitivă, $Q$ este ireflexivă, nesimetrică și tranzitivă, iar $P$ este ireflexivă, asimetrică și tranzitivă. Alte teze sînt: $\forall xy\, (xPy \rightarrow \overline{yPx})$, $\forall xy\, (xIy \rightarrow \overline{(xPy \vee yPx)})$, $\forall xyz\, (xIy \,\&\, yPz \rightarrow xPz)$; $\forall xyz\, (xIy \,\&\, zPx \rightarrow zPy)$, $\forall x\, \exists y\, (xPy)$, $\forall xy\, (\overline{xPy} \rightarrow (xIy \vee yPx))$. Dacă $\bar{x}$ este complementar lui $x$ atunci: a) $\overline{xP\bar{x} \,\&\, \bar{x}Px}$, b) $xP\bar{x} \vee \bar{x}Px$, c) $\overline{xPy \,\&\, xPy}$, d) $xPy \rightarrow \bar{x}P\bar{y}$. Exemple pentru aceste formule: Fie $x$: „a avea 100 lei", $y$: „a avea 50 lei". Referința depinde de context. De ex., avem contextul în care cineva este în magazin pentru cumpărături și contextul în care cineva este jefuit. Este imposibil să preferi a avea 100 lei lui a nu avea 100 lei, și, în același timp, să preferi a nu avea 100 lei lui a avea 100 lei (formula a)). Formula b) este evidentă. Formula c). Este imposibil să preferi a avea 100 lei lui a avea 50 de lei și să preferi, în același timp, a avea 100 lei lui a nu avea 50 lei. Dar în ce privește ordinea preferinței nu este imposibil să preferi a avea 50 lei lui a avea 100 lei (de ex., în contextul jefuirii). Formula d): Dacă este preferabil să ai 100 lei lui a avea 50 lei atunci este preferabil a nu avea 50 lei lui a nu avea 100 lei. Astfel spus (aici) este preferabil să-ți lipsească mai puțin decît mai mult. (Expresiile „a avea" și „a nu avea" trebuie interpretate strict ca „a poseda exact" și „a nu poseda nici măcar" altfel se pot ivi ambiguități).

**LOGICA PROBABILITĂŢILOR,** logica inferenţelor cu propoziţii de probabilitate. Ca şi teoria mulţimilor *teoria probabilităţilor* (v.) a fost pusă în diferite corelaţii cu logica. Încă G Boole a formulat această legătură în cartea cu titlu sugestiv *An Investigation of the Laws of Thought on which are Founded the Mathematical Theories of Logic and Probabilities* (1854). Boole avansează ideea fundamentală că în loc de *evenimente* putem considera *propoziţiile* despre evenimente. De logica propoziţiilor de probabilitate s-au ocupat J. M. Keynes, H. Jeffreys, R. Carnap, H. Reichenbach ş a Cel mai închegat sistem îl datorăm lui H Reichenbach, *The Theory of probability* (1949) (ediţie veche *Wahrscheinlichkeitslehre*, 1935) Înainte de a expune sistemul lui Reichenbach remarcăm cîteva aspecte generale a) Probabilitatea poate fi considerată ca *operator modal* de ex · „Este probabil că *p*" Această formă nu se deosebeşte prea mult de forma „Este posibil ca *p*" Ea pierde distincţia fundamentală dintre *posibil* şi *probabil* — probabilul este esenţialmente legat de ideea de cantitate (de raportul cantitativ) el este „măsura posibilităţii" Între cele două forme se poate stabili o relaţie de echivalenţă

„Este posibil *p*" ⇔ „Este probabil *p*".

Deosebirea devine evidentă de îndată ce adăogăm raportul cantitativ „Este probabil $\frac{m}{n}$ că *p*" ($n > 0$), ceea ce înseamnă, cu alte cuvinte, „Este posibil *p* în măsura $\frac{m}{n}$". În acest fel, probabilul introduce „grade de posibilitate" — un eveniment este mai mult sau mai puţin probabil Noţiunea de *necesitate* apare ca o limită a probabilităţii „Este necesar *p*" înseamnă „Este probabil $\frac{n}{n}$ că *p*". Analog noţiunea de *imposibilitate* este, de asemenea, limită a probabilităţii „Este imposibil *p*" înseamnă „Este probabil $\frac{n-n}{n}$ că *p*". b) O altă legătură se poate face cu conceptul de *adevăr* („modalităţi epistemice"), dacă admitem că există „grade de adevăr", mai exact de „certitudine" Vom forma metapropoziţii de forma „Este probabil adevărat că *p*" Cea mai comodă formulare în care apare elementul cantitativ este exprimarea produsului de certitudine în procente: „Este 100% probabil adevărat că *p*" (= „*p* este cert"), „Este $K$% probabil adevărat că *p*" (unde $0 < K < 100$) „Este 0% probabil adevărat că *p*" (= „*p* este fals") R Carnap a interpretat probabilitatea într-o direcţie oarecum analoagă, anume ca *grad de confirmare* c) A treia legătură între logică şi probabilităţi se poate face pe linia logicilor polivalente. Valorile sînt dispuse în intervalul [0, 1] unde limitele 0 şi 1 corespund respectiv cu *falsul* şi *adevărul* Legătura se face însă mai mult pe linia *structurilor* decît a entităţilor, căci altfel, nu pare a avea un înţeles să spunem că, de ex, 1/2 este o valoare logică. Ar fi tot una cu a spune „e pe jumătate adevărat", ceea ce în contexte libere poate fi utilizat, dar nu într-un sens logic strict Desigur, am putea să schimbăm direcţia de interpretare astfel · „am jumătate de motive să cred că *p* este adevărat" În acest caz însă probabilităţile sînt asociate cu „gradul de încredere" în adevărul unei propoziţii, ceea ce este altceva În orice caz, esenţial este că între o parte a logicii şi calculul probabilităţilor există o structură invariantă, care poate fi interpretată *logic* sau *probabilistic*. d) A patra legătură este între

inducție și probabilitate (R. Carnap). H Reichenbach a îmbinat oarecum punctul de vedere al modalității cu cel al polivalenței. El introduce operatori de probabilitate (de ex., $\ni_{\overline{p}}$ implicația probabilistică) și transformă intervalul [0, ..., 1] în interval de *valori logice*, fără a intra în detaliile interpretării valorilor intermediare Reichenbach pornește de la ideea de probabilitate ca *frecvență* (dată de von Mises). Relația de bază este implicația probabilistică

(1) $x \in A \ni_{\overline{p}} y \in B$ (extensional) sau

(2) $fx \ni_{\overline{p}} gx$ (funcțional)

Exemplu: „dacă aruncăm zarul atunci cu probabilitatea $p$ apare fața $y$". Este o relație între *experiment* și unul din *evenimente* (= un eveniment oarecare din mulțimea celor posibile). Avînd în vedere că experimentul (de ex., aruncarea zarului) se poate realiza de un număr oarecare $n$ de ori, evenimentul (căderea unei fețe) se poate realiza cu probabilitatea $p$, de fiecare dată Reichenbach cuantifică universal implicația

(3) $(i)\ (x_i \in A \ni_{\overline{p}} y_i \in B)$ În loc de experimente (evenimente) Reichenbach ia mulțimi de propoziții (antecedenții și, respectiv, consecvent i implicației) Vom avea două șiruri de propoziții $hz_1, hz_2, \ldots, hz_i, \ldots$, $fx_1\ fx_2, \ldots, fx_i, \ldots$. De ex $fx_1$ = „arunc zarul în momentul $t_1$", $hz_1$ = „cade fața $a_1$", $fx_2$ = „arunc zarul in momentul $t_2$"; $hz_2$ = cade fața $a_2$' Probabilitatea e interpretată în acest caz ca relație între șirul de propoziții $\{fx_i\}$ adevărate (unde $\{fx_i\} \subset \{fx_n\}$) și mulțimea de propoziții $\{hz_i\}$ (unde $\{hz_i\} \subset \{hz_n\}$) Mulțimile $\{fx_n\}$ și $\{hz_n\}$ nu sînt neapărat finite (indicele $n$ reprezentînd numărul de ordine $n = 1, 2, \ldots$) Problema probabilității se pune atunci în termenii următori. *care este raportul dintre mulțimea propozițiilor adevărate corespunzătoare propozițiilor adevărate* $(hz_i)$ *și totalul propozițiilor* $\{fx_n\}$ Dacă pentru orice $fx_i$ are loc $hz_i$ atunci implicația este universal adevărată. În continuare, se introduc operațiile logice pentru mulțimile de propoziții $\{fx_i\}$ și $\{gy_i\}$ (unde în fiecare caz particular se iau perechile cu același indice). de ex., $fx_1$ cu $gy_1$).

(4) $\{fx_i\} \vee \{gy_i\} = \{fx_i \vee gy_i\}$

(5) $\{fx_i\} \& \{gy_i\} = \{fx_i \& gy_i\}$

(6) $\{fx_i\} \supset \{gy_i\} = \{fx_i \supset gy_i\}$

(7) $\{fx_i\} \equiv \{gy_i\} = \{fx_i \equiv gy_i\}$. Aceasta înseamnă că operația dintre mulțimile de propoziții $(fx_i)$ și $\{gy_i\}$ este identică cu mulțimea operațiilor dintre perechile de propoziții $\{fx_i, gy_i\}$

(8) $\{\overline{fx_i}\} = (\overline{fx_i})$ Pe această bază se definește probabilitatea pentru fiecare fel de operație. De ex $P(\{fx_i\} \& \{gy_i\}) = P(\{fx_i \& gy_i\})$. Reichenbach introduce apoi operația "," (virgulă) $\{fx_i\}, \{gy_i\}$ care înseamnă operarea unei selecții de către șirul $\{fx_i\}$ în șirul $\{gy_i\}$ Pentru calculul probabilităților este necesar să avem probabilitatea „operației de selecție": $P(\{fx_i\}, \{gy_i\}) = P(\{fx_i, gy_i\})$. Dacă cele două șiruri $\{fx_i\}$, $\{gy_i\}$ sînt identice atunci probabilitatea selecției este de 1. Probabilitățile se calculează în funcție de probabilitățile respectiv ale lui $\{fx_i\}$, $\{gy_i\}$ și $(\{fx_i\}, \{gy_i\})$. (Dumitriu A, *Logica polivalentă*, 1971).

**LOGICA PROBLEMELOR,** interpretare dată de Kolmogorov calculului intuiționist Semnificația expresiilor · 1 $p, q, r, \ldots$ probleme. 2. Dacă

$p$, $q$ sînt probleme atunci a) $\neg p$ va însemna presupunînd soluția lui $p$ dată se ajunge la contradicție, b) $p \wedge q$ : să se rezolve cele două probleme $p$ și $q$, c) $p \vee q$ · să se rezolve cel puțin una din problemele $p$, $q$, d) $p \to q$ presupunînd soluția lui $p$ dată să se rezolve $q$ (sau : să se reducă soluția lui $q$ la $p$). 3 Fie $x$, $y$, $z$, probleme nespecificate și $p(x)$, $q(y)$, probleme care depind de $x$, $y$, ., atunci · a) $\forall x\, p(x)$ înseamnă : să se indice o metodă generală de rezolvare a lui $p(x)$ pentru orice valoare particulară a lui $x$ b) $\exists x\, p(x)$ înseamnă . să se indice o metodă prin care $p(x)$ este rezolvat cel puțin pentru un caz particular $a$ Simbolul $\vdash$ desemnează generalitatea (de ex. : $\vdash p \to (p \wedge p)$. Rezolvarea problemelor se face într-un șir finit de pași Kolmogorov introduce *funcții de probleme* care constituie obiectul l.p. Formula $p \vee \neg p$ nu reprezintă o problemă deoarece nu dispunem de o metodă de rezolvare a fiecărui caz Iată și două axiome $p \to (p \wedge p)$ · să se reducă soluția lui $p \wedge p$ la $p$ ', $(p \to q) \to ((p \wedge r) \to (q \wedge r))$ admițind că soluția lui $q$ a fost redusă la $p$ să se reducă soluția lui $q \wedge r$ la $p \wedge r$ [1]

**LOGICA PROPOZIȚIILOR**, logica legilor de raționare în funcție de propoziții compuse cu ajutorul operatorilor propoziționali (*nu*, *și*, *sau* etc ) În funcție de gradul de abstracție cuprinde a) teoria raționamentului cu respectivele forme de propoziții, b) teoria funcțiilor de adevăr, c) calculul logic (algoritmii, axiomatica formală) (*v. Calculul propozițiilor)*

**LOGICA RELAȚIILOR**, logica legilor de raționare cu propoziții de relație Se distinge de teoria relațiilor în sensul că nu studiază relații și operații cu relații ci inferențe cu propoziții de relație. Distincția nu este clară în literatura de specialitate și de cele mai multe ori cele două se confundă (v *Raționamente de relație)*

**LOGICA STANDARD**, denumire pentru logica bivalentă de bază (calculul propozițiilor și calculul predicatelor de ordinul I)

**LOGICA ȘTIINȚEI**, analiză logică a științei «în devenire» sau a științei «constituite» (ori cum se mai spune a științei în «contextul descoperirii» și respectiv în „contextul justificării"). Nu este vorba de o *logica nouă* ci de o studiere a modului specific în care procesele și respectiv schemele logice se manifestă într-un domeniu sau altul al științei Uneori este mai eficient să pornim de la scheme logice particulare în raport cu logica, dar generale în raport cu un domeniu științific dat Așa, de ex , în matematică avem scheme de raționare foarte generale ca inducția matematică, schemele de recursie, raționamente de relație ș a , în biologie avem o teorie proprie a clasificării — *taxonomia*, în fizică o teorie a definiției etc. De ex , în loc să considerăm formula $(a > b \;\&\; b > c) \Rightarrow a > c$ ca o premiză particulară în raport cu care să aplicăm regula modus ponens

$$\frac{\begin{array}{c}(a > b \;\&\; b > c) \Rightarrow a > c \\ a > b \;\&\; b > c\end{array}}{a > c}$$

vom formula direct o schemă particulară de deducție („raționament de relație")

$$\frac{\begin{array}{c}A > B \\ B > C\end{array}}{A > C}$$

Analog stau lucrurile cu inducția matematică, în loc să considerăm principiul inducției drept un postulat particular (o premisă) la care să aplicăm

apoi schemele logice îl tratăm direct ca pe o schemă particulară de raționare: $\frac{P(0),\ P(n) \Rightarrow P(n')}{\forall x\ P(x)}$

De o deosebită importanță este studierea rolului și specificului explicației, inducției, deducției (în special al axiomaticii), definițiilor și clasificărilor în domenii mai puțin elaborate logic. **L. st.** este *o parte a* metaștiinței și, în acest sens, ea nu se confundă cu metaștiința ori cu vreo altă parte a acesteia. **L. st.** ca «expresie particulară» a logicii pure trebuie să se sprijine în permanență pe logica pură, oferindu-i acesteia în schimb «exemple relevante» și stimulente pentru dezvoltare. O disciplină are atîta știință cîtă *logică* are, informația fără prelucrare logică fiind cunoaștere, dar nu încă *științifică*.

**LOGICA TEMPORALĂ** (sau **LOGICA CRONOLOGICĂ**), logică aplicată la studiul propozițiilor temporale (propoziții al căror conținut depinde de poziția in timp a stării de fapt pe care o exprimă). Megaricii au conceput modalitățile în funcție de timp *actual* (= ceea ce se realizează *acum*), *posibil* (= ceea ce se realizează cindva), *necesar* (= ceea ce se realizează in toate timpurile). La Aristotel problema timpului apare în legătură cu viitorii contingenți. Diodor Cronos leagă de timp explicația implicației. În logica medievală, William de Shyreswood a analizat legătura dintre termeni și verbele la trecut, prezent și viitor. Problema **l. t.** a fost pusă intr-un mod riguros de către H. Reichenbach, Prior, N. Rescher, G. H. von Wright ș. a. Von Wright o studiază ca „logică a schimbării". Logica veche este atemporală. Verbul „a fi" este utilizat în ea la timpul prezent (*este, sînt*) ca, de ex., în schema „*S* este *P*", iar înțelesul este copulativ. Logica simbolică pură, de asemenea, face abstracție de timpurile verbului utilizînd verbul „a fi" în diferite combinații atemporale. În pseudo-paradoxul mincinosului există un universal temporal („cretanii sînt *totdeauna* mincinoși"), iar în referirea la evenimentele istorice se folosește așa-numitul prezent istoric („Napoleon este bătut de coaliție la Waterlo"). Există deci mai multe posibilități de a face abstracție de modurile timpului N. Rescher propune un fel de predicat atemporal „a fi un fapt" astfel că toate propozițiile temporale să poată fi traduse prin forma „nu este un fapt". De ex. „Cesar a fost asasinat în anul 44 î.e.n." se traduce prin „Asasinarea lui Cesar în anul 44 î e.n este un fapt". Cu toate acestea pentru abordarea multor probleme prezintă interes introducerea propozițiilor temporale relative la *trecut, prezent* și *viitor* De asemenea, prezintă interes relațiile temporale: *înainte, după, simultan.* Fizica modernă este interesată în analiza logică a acestor relații. Ca exemplu avem relațiile de nedeterminare ale lui Heisenberg care implica ideea de imposibilitate de a preciza *simultan* poziția și impulsul particulei. Pentru ordinea temporală se poate introduce o cronologie precisă (raportată la un eveniment) cum se intîmplă în calendarele actuale sau una nedefinită (variabilă) în care este reținută doar succesiunea evenimentelor, (de ex., „fierul se dilată *după* încălzire"). Propozițiile relative la timp pot fi *închise* sau *deschise*. Propozițiile în care se indică data precisă într-o cronologie definită sînt închise. Ex.: „România și-a cîștigat independența de stat în 1877". Prin cuantificarea temporală obținem propoziții închise. De ex.: „Uneori plouă în București" sau „Totdeauna plouă în București". Dacă folosim variabila temporală *t* care ia ca valori momente temporale putem introduce cuantorii obișnuiți: $\forall t\ p_t$, $\exists t\ p_t$ (adică „pentru orice *t*, *p* are loc in *t*, există *t* încît *p* are loc în *t*) Propozițiile deschise folosesc astfel de

expresii ca *azi, ieri, mîine* Exemple: Acum (azi) plouă în Viena, Ieri a plouat în Viena, Mîine va ploua în Viena.
Propozițiile formate cu „în trecut" și „în viitor" presupun că sînt raportate la prezentul în care trăim și, în acest sens, pot fi considerate închise. De ex „în trecut oamenii nu dispuneau de nave cosmice", „în viitor vom face excursii pe lună". Propozițiile temporale care cuprind o parte variabilă sînt „funcții de timp". Ordinea temporală poate fi marcată în așa fel încît să știm cum se raportează momentele unul la altul. Pe lîngă logica de bază (standard) introducem un limbaj specific logicii temporale 1 $t_1, t_2, t_3,$ momente temporale, 2 $t$ (azi), $t - 1$ (ieri), $t + 1$ (mîine) sau $t$ — un moment dat, $t - 1$ — moment anterior, $t + 1$ — moment viitor, 3. pentru funcțiile temporale putem utiliza indicii de timp $p_t$, $q_t$, $r_t$, . Funcția $p_t$ se va citi „$p$ are loc în momentul $t$". Se poate proceda și altfel: $p, q, r,$ . vor fi variabile pentru evenimente despre care spunem că se realizează în momentul $t$. Notînd realizarea cu $R_t$ putem forma funcții de forma $R_{t(p)}$: $p$ se realizează în momentul $t$. De ex „Moartea lui Cezar a avut loc în momentul $t$". Funcțiile temporale pot fi cuantificate: $\forall_t\, p_t$, $\exists_t\, p_t$ sau în caz că introducem al doilea gen de notații $\forall_t\, R_t\,(p)$, $\exists_t\, R_t\,(p)$ (aceasta reprezintă o modificare a simbolismului lui N. Rescher care presupune că $p, q, r,$ . sînt simboluri pentru propoziții nu pentru evenimente). Relația cauzală sugerează un gen de implicație temporală: $R_t\,(p) \Rightarrow R_{t+1}\,(q)$ De ex. „după încălzirea fierului urmează dilatarea". Universalitatea relației se va nota $\forall_t(R_t(p) \Rightarrow$ $\Rightarrow R_{t+1}(q))$ L. t. presupune printre alte probleme. 1. Studiul relației dintre operatorul temporal și operatorii propoziționali 2. Funcțiile temporale în contextul funcțiilor propoziționale în genere. 3. L. t. și logica modală ș a. Exemple de legi: (1) $R_t\,(\overline{p}) \equiv \overline{R_t}\,(p)$ (2) $R_t(p\,\&\,q) \equiv R_t(p)\,\&$ $\&\,R_t(q)$ (3) $(R_t(q) \Rightarrow R_{t+1}(q)) \rightarrow (\overline{R_{t+1}}(q) \rightarrow \overline{R_t}(p))$. Nu se poate spune că l. t. se află la nivelul unei sistematizări stabile, ea se află încă în faza căutărilor și trebuie luată ca atare.

**LOGICA TOPOLOGICĂ**, sistem logic construit de Hempel (1936) pe baza valorilor comparative („mai adevărat", „mai puțin adevărat", „la fel de adevărat" etc.). Valorile pot fi ordonate conform cu relațiile „la fel de adevărat" și „mai puțin adevărat". De ex.: „$3 \times 6 = 18$" este la fel de adevărată ca „$3 \times 2 = 6$", „$\pi = 3,1$" este mai puțin adevărată decît „$\pi = 3,14$". Putem nota relațiile cu $=$, $<$ În raport cu două enunțuri $x$, $y$ avem $x = y$ sau $x < y$ sau $y > x$, ceea ce se notează pe scurt cu $G$, $W$, resp. $M$. Dacă avem perechea $(x, y)$ atunci perechea negațiilor va fi definită:

| $(x,y)$ | $(Nx,\ Ny)$ |
|---|---|
| $W$ | $M$ |
| $G$ | $G$ |
| $M$ | $W$ |

Funcțiile sînt definite (în limbaj Lukasiewicz) astfel:

1. $[N\,x] = 1 - [x]$

2. $[K\,x\,y] = \begin{cases} [x] \text{ dacă } [x] < [y] \\ [y] \text{ dacă } [x] > [y] \end{cases}$

3. $[A\,x\,y] = \begin{cases} [y] \text{ dacă } (x) < [y] \\ [x] \text{ dacă } (x) > [y] \end{cases}$

4. $[C\,x\,y] = \begin{cases} 1 \text{ dacă } [x] \leqslant [y] \\ 1 - [x] + [y] \text{ dacă } [x] > [y] \end{cases}$

5. $[E\,x\,y] = \begin{cases} 1 - [y] + [x] \text{ dacă } [x] \leqslant [y] \\ 1 - [x] + [y] \text{ dacă } [x] > [y] \end{cases}$

Valorile sînt cuprinse în intervalul ⟨0, 1⟩, 1 fiind unica valoare indicată. Scrierea *Nx* etc. indică funcţia, iar [*N x*] etc. indică valoarea funcţiei. Valorile pot fi cu caracter logic sau nelogic.

**LOGICA TRIVALENTĂ A LUI KLEENE,** sistem logic cu valorile *adevăr*, *a ls*, *nedeterminat* notate respectiv *t*, *f*, *u*. Alte interpretări ale simbolurilor de valoare sînt *t*: „adevăr algoritmic stabilit", „adevăr cunoscut", „adevăr decis"; *f*. „fals algoritmic stabilit", „fals cunoscut", „decis ca fals"; *u*: „nici adevărul nici falsul nu sînt stabilite algoritmic", „necunoscut", „nu e esenţial ce este", „nedecis". Funcţiile se definesc ca la Lukasiewicz, cu excepţia *implicaţiei* (şi, în consecinţă, a *echivalenţei*) care dă pentru $u \rightarrow u$ valoarea u.

**LOGICA TRIVALENTĂ A LUI LUKASIEWICZ,** sistem de *logică polivalentă* (*v.*) elaborat de Lukasiewicz (logician polonez) în anul 1920. Lukasiewicz analizează propoziţiile de posibilitate („Este posibil ca ...") şi ajunge la concluzia necesităţii introducerii unei a treia valori „posibil adevărat". Nu este clar după ce criteriu a clasificat Lukasiewicz valorile logice, fapt este că el acceptă trei valori: *adevărul* — notat cu 1 — *falsul* — notat cu 0 — şi *posibilul* — notat cu 1/2. De asemenea, Lukasiewicz (ca şi mulţi alţii) a lăsat neclarificat raportul dintre logica polivalentă şi *logica modală* (*v.*). Vom folosi *simbolismul lui Lukasiewicz* (*v.*). Definiţiile *aritmetice* ale operatorilor sînt următoarele:

(1) $Np = 1 - p$

(2) $Kp\bar{q} = \min\ (p, q)$

(3) $Ap\bar{q} = \max\ (p, q)$

(4) $Cp_q = \min\ (1, (1 - p + q))$

Definiţiile matriceale sînt următoarele:

*Np*

| *p* | *Np* |
|---|---|
| 1 | 0 |
| 0 | 1 |
| 1/2 | 1/2 |

*Kpq*

| *p* \ *q* | 1 | 0 | 1/2 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1/2 |
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1/2 | 1/2 | 0 | 1/2 |

*Apq*

| *p* \ *q* | 1 | 0 | 1/2 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 0 | 1/2 |
| 1/2 | 1 | 1/2 | 1/2 |

*Cpq*

| *p* \ *q* | 1 | 0 | 1/2 |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | 0 | 1/2 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1/2 | 1 | 1/2 | 1 |

Luind ca bază operatorii *C*, *N* definim pe *A* şi *K* astfel:

(5) $Apq = CCpqq$
(6) $Kpq = N\,A\,N\,p\,N\,q$

Definiţia implicaţiei prin negaţie şi disjuncţie nu are loc. Sistemul *C*, *N* nu este funcţional complet (Slupecki). Exemple de *formule* care nu sînt legi în $L_3$ deşi sînt în $L_2$: $N\,K_p\,N_p$ (necontradicţia); $A_p\,N_p$ (terţul exclus); $C\,C\,N_{ppp}$; $C\,C_p\,N_p\,N_p$; $C\,C_p\,K_q\,N_q\,N_p$ (ultimele trei sînt variante ale reducerii la absurd)

Exemple de tautologii:

$CNNpp$ }
$CpNNp$ } legile dublei negații

Tarski și Weisberg au dat următorul sistem de axiome pentru calculul $CN$.

1) $Cp\,C_{qp}$
2) $C\,C_{pq}\,C\,C_{qr}\,C_{pr}$
3) $C\,C\,C_p\,N_{ppp}$
4) $C\,C\,N_q\,N_p\,C_{pq}$

Regulile de deducție sînt regulile substituției și *modus ponens* (v). Slupecki a introdus funcția $T_p = 1/2$ și a dat axiome pentru un sistem complect (funcțional și axiomatic)

5. $C\,T_p\,N\,T_p$ }
6. $C\,N\,T_p\,T_p$ } (anexă la 1—4)

**LOGICĂ**, termen ce provine din cuvîntul grecesc λόγος (cuvînt, gînd, vorbire, rațiune, ordine). În limbile europene moderne a pătruns prin filieră latină. Nu se știe cine l-a folosit prima dată în latină. La Boețiu (sec. 5) întîlnim o astfel de definiție care utilizează cuvîntul „logică", *Omnis ars logica de oratione est.* Platon utiliza λογός atît pentru *vorbire* (în particular, propoziție) cît și pentru *gînd* (ceea ce apare in *suflet*) Aristotel deși intemeietor al științei logicii n-a folosit cuvîntul **l.** pentru desemnarea acestei științe (v. *Organon*). Denumirea **l.** a fost introdusă. prima dată probabil de Alexandru din Afrodisia (sec. 3). Multă vreme s-a utilizat ca denumire pentru **l.** cuvintul *dialectică* În definirea **l.** s-a oscilat intre *metodologic* și *obiectual* — „arta de a gîndi" sau „știință a formelor de gîndire". Termenul **l.** este utilizat în multe ințelesuri particulare (in asociație cu alte cuvinte). Kant a distins între „logica formală" și „logica transcendentală". Leibniz a introdus termenul, larg utilizat azi, „logica mathematica". În sec. 19 apar termenii „logica simbolică" (J. Venn), „logică algoritmică" (I. R. L Delboeuf), „logică algebrică" (L Liard) În sec. 20 apar termeni speciali ca „logică teoretică" (Hilbert și Ackermann), „logică polivalentă" (Lukasiewicz), „logică deontică" (von Wright) ș.a. Denumirile sînt determinate de concepțiile privitoare la *conținutul* și *metodele logicii.* Uneori este vorba de simple *aplicații* la domenii particulare. Pentru a o deosebi de alte ințelesuri precizăm că aci este vorba de *logica formală* (*v.*), că ori de cîte ori vom utiliza cuvîntul **l.** îl vom lua în această accepțiune. Este necesar să se evite confundarea cu utilizarea din contextul „logica lucrurilor" (sau „**l.** domeniului") unde cuvîntul **l.** devine sinonim cu *ordine* (ordinea lucrurilor, ordinea domeniului). Este una dintre erorile cele mai frecvente pe care le fac necunoscătorii logicii. Cînd cineva spune: „și sportul are logica sa" el vrea să zică „și sportul are o ordine a sa", dar acest sens este cu totul altul decît atunci cînd vorbim, de ex. de „logica științei", „logica discursului".

**LOGICĂ APLICATĂ**, logică obținută din logica pură prin a) determinarea formelor de propoziții, prin determinarea termenilor, operațiilor și relațiilor, b) cu sau fără restringerea numărului de formule care sînt ogic-adevărate. Logica matematică (în sensul strict al cuvîntului), lo-

gica deontică ş.a. reprezintă ramuri ale l. ap. La fel logicile polivalente. (v. *logica pură*).

**LOGICĂ BIVALENTĂ**, logică în care se presupune că propoziţiile sînt sau *adevărate* sau *false* a treia valoare neexistînd. Relaţiile dintre adevăr ($A$) şi fals ($F$) sînt: $A \equiv \overline{F}$, $F \equiv \overline{A}$. În cazul în care aceste predicate sînt nuanţate apare *logica polivalentă* (v.) Tratată pur formal **l. b.** este cea mai cuprinzătoare în sensul că în ea apare orice formulă care este lege a logicii pure.

**LOGICĂ DEONTICĂ**, logică aplicată la studiul normelor. Ideea raţionamentelor cu norme se găseşte încă la Aristotel (*Etica Nicomahică, Mişcarea animalelor*) sub forma aşa numitului „silogism practic". Idei esenţiale au fost sugerate de Hume, Kant, Mill, A. Höfler, E. Mally, K. Menger, A. Ross, dar fondatorul **l. d.** este considerat logicianul finlandez Henrik von Wright care schiţează primul sistem coerent, adoptînd şi denumirea actuală, în studiul *Deontic logic* (*Mind*, 1951). Două lucrări de sinteză *Norm and action* (1963) şi *An essay in deontic logic and the general theory of action* (1968) fixează definitiv contribuţiile lui von Wright la acest capitol al logicii aplicate (*v. logica deontică a lui von Wright*). Odată ce **l. d.** s-a impus atenţiei logicienilor, cercetările s-au diversificat după cum urmează: algebra predicatelor deontice (E. Garcia Maynez), sisteme axiomatice (Castañeda H. N.), reducerea **l. d.** la logica modală (Prior, Anderson), **l. d.** şi intuiţionismul (L. Philipps), **l. d.** şi polivalenţa (Kalinowski), **l. d.**, sistemele juridice (Tammelo, R. Klinger) şi etica (S. Kanger), silogistica deontică (Z. Ziemba), semantica **l. d.** (S. Kanger, S. A. Kripke, Hintikka). **L. d.** porneşte de la studiul categoriei de *normă (v.)* · norme de obligaţie, de permisie, de interdicţie. În principal *imită* problematica *logicii pure (v.)*, se înţelege, cu limitările impuse de faptul că avem o *aplicaţie* la un domeniu restrîns şi cu o noţiune de *raţionalitate* deosebită, avînd in vedere diferenţa fundamentală dintre *propoziţiile cognitive* şi *norme* (clasă de propoziţii prescriptive). Logica pură urmăreşte fundamentarea adevărului, **l. d.** fundamentarea acţiunii raţionale. Pînă la un punct ele sînt *structural* identice, dar nu toate formulele logicii pure îşi găsesc o interpretare în **l. d.** (ceea ce se reflectă în descoperirea unor *paradoxe deontice (v.)*. Încercarea lui Anderson de a reduce **l. d.** la *logica modală (v.)* se bazează pe o neînţelegere (*v. reducţionismul lui A. Anderson*). Simetria cu logica modală este însă evidentă încă din cercetările lui von Wright şi ea este dezvoltată de alţi gînditori la nivelul semanticii în speţă pe baza conceptului de *lume posibilă (v.)*. Numeroase critici care au fost aduse cercetărilor de **l. d.** i-au făcut pe unii să afirme că deocamdată avem mai degrabă o „sistematizare de probleme" decît rezolvare, totuşi este incontestabil că s-au produs multe clarificări de concepte, ceea ce este esenţial.

**LOGICA DIALECTICĂ**, teorie a dialecticii formelor raţionale de cunoaştere (conceptul, judecata, raţionamentul, sisteme teoretice ş.a.). Se pleacă de la presupunerea că fiecare formulă logică îndeplineşte o anumită funcţie cognitivă, că se supune unei anumite ordini în dezvoltarea cunoaşterii. Întrucît nu s-a izbutit pînă acum construirea unei teorii clare şi coerente preferăm să luăm termenul de *logică* în acest caz într-un sens secund de *ordine* şi să vorbim pur şi simplu de *dialectica cunoaşterii*.

**LOGICĂ DIALOGICĂ**, sistem de logică aplicată echivalent cu *logica intuiţionistă (v.)*, elaborat de Paul Lorenzen. Foloseşte numai nume proprii (de indivizi, evenimente, stări de lucruri, „obiecte generale") ş a. cu scopul de a face propoziţiile independente de situaţii. Ceea ce desemnează

numele proprii sînt «obiecte» Există două forme de predicare: atribuire şi respingere de predicate în raport cu obiectul Totuşi în unele cazuri nu se poate face nici una nici alta Pornind de la rolul limbii ca mijloc de comunicare Lorenzen concepe procesul logic ca pe un dialog între două persoane *Oponent* (*O*) şi *Proponent* (*P*). Dialogul are trei momente: asertare, atac şi apărare. El este început de *P*. Mutările sînt alternate ca la *joc*. Se poate aserta numai ceea ce este întemeiat prin fapte extralingvistice Dialogul este conceput fie ca un „joc material" cu propoziţii, fie ca un „joc formal" cu formule. Sînt elaborate reguli pentru calculul propoziţiilor, pentru cuantori, modalităţi şi logica deontică. Operatorii propoziţionali sînt *unari* (negaţie, afirmaţie, *verum*-operator şi *falsum* -operator) şi *binari* (conjuncţie, adjuncţie, subjuncţie, inversa subjuncţiei). Semnul „?" va desemna atacul, de ex., ? A (sau A ?) — atac la A. Iată schema «jocului» pentru operatorii unari notaţi în ordine cu (1), (2) etc.

| Asertare | Atac | Apărare |
|---|---|---|
| 1) *A* | A ? | nu e posibilă |
| 2) *A* | ? | A |
| 3) *A* | nu e posibil | nu e necesară |
| 4) *A* | totdeauna necesar | nu e posibilă |

Pentru operatorii binori *A* * *B* se introduc regulile:

1. Partenerul atacat $P_1$ cere ca să existe apărare atît la stînga ?*L*(*L* = links), cît şi la dreapta ? *R* (*R* = rechts), adică la *A* şi la *B*, $P_2$ trebuie să aserteze *A* şi *B*.

2. Propoziţia compusă este atacată, dar partenerul $P_2$ poate alege să apere *A* sau *B*.

3. $P_1$ asertează *A*, $P_2$ asertează *B*.

4. $P_1$ asertează *B*, $P_2$ asertează *A*.

Schemă:

| Asertare | Atac | Apărare | Operator |
|---|---|---|---|
| *A* & *B* | ? *L* | *A* | Conjuncţie |
| *A* & *B* | ? *R* | *B* | |
| *A* ∨ *B* | ? | *A* | Adjuncţie |
| *A* ∨ *B* | ? | *B* | |
| *A* → *B* | *A* ? | *B* | Subjuncţie |
| *B* → *A* | *B*? | *A* | Invers-subjuncţie |

Regulă de cîştig: *P* cîştigă atunci cînd *O* nu mai are mutare. Dialogul are sens cînd propoziţiile sînt „definite-dialogic: adică *O* şi *P* dispun de mijloace extralogice pentru a justifica sau respinge propoziţiile simple. O propoziţie este „efectiv adevărată" cînd ea este cîştigată contra oricărei strategii a oponentului. Clasa propoziţiilor dialogic definite este dependentă de nivelul civilizaţiei. Propoziţiile „efectiv logic adevărate" nu depind de nivelul de dezvoltare, ele pot fi *cîştigate* contra oricărui oponent. Acestea sînt formulele logic adevărate. Dialogul cu astfel de formule este „joc formal" cu regulile·

1. *P* atacă numai una din formulele compuse sau se apără contra ultimului atac al lui *O*.

2 Fiecare răspunde numai la mutarea imediat precedentă.
3 *P* cîştigă cînd are de apărat o formulă primă după ce *O* a asertat o formulă primă

Exemple

| *O* | *P* |
|---|---|
| | 1. $(p \& q) \to \overline{\bar{p} \vee \bar{q}}$ |
| 2. $p \& q$ ? 1 | 3. $\overline{\bar{p} \vee \bar{q}}$ |
| 4. $(\bar{p} \vee \bar{q})$ ? 3 | 5. ? 2 *L* |
| 6. $p$ | 7. ? 2 *R* |
| 8. $q$ | 9. ? 4 |
| 10. *a.* 10 *b.* | 11. *a.* 11 *b.* |
| $\bar{p}$ $\bar{q}$ | $p$ ? 10 *a* $q$ ? 10 *b.* |

Cîştigă *P* căci *O* nu mai are răspuns la ultimul atac. Formula terţului exclus nu poate fi apărată

| *O* | *P* |
|---|---|
| | 1. $p \vee \bar{p}$ |
| 2 ? 1 | 3 *a.* $p$ 3 b. $\bar{p}$ |
| 4 a. 4 b. $p$ | |

Ea poate fi luată ca ipoteză, de ex., pentru apărarea lui $\bar{\bar{p}} \to p$.

| *O* | *P* |
|---|---|
| 1. $p \vee \bar{p}$ | 2. $\bar{\bar{p}} \to p$ |
| 3. $\bar{\bar{p}}$ ? 2 | 4. ? 1 |
| 5. a. $p$ 5 b. $\bar{p}$ | 6 a. $p$ 6 b. $\bar{p}$ ? 3 |
| 7. b. $p$ ? 6 b | 8 b. $p$ ? 5 b. |

Pentru cuantori atacul constă în a indica o *valoare oarecare* $v_i$ (cînd avem $\forall x\, P(x)$) sau o *anume valoare* $v_i$ (cînd avem $\exists x\, P(x)$)

| *O* | *P* |
|---|---|
| | 1. $\forall x\, P(x) \to \exists x\, P(x)$ |
| 2. $\forall x\, P(x)$ ? 1 | 3. $\exists x\, P(x)$ |
| 4. ? 3 | 5. ? 2 $v_i$ |
| 6. $P(v_i)$ | 7. $P(v_i)$ |

Pentru logica modală are loc regula: $N\, A_1 \,\&\, A_2 \,\&\, .\, \&\, A_n \vdash B$ atunci $N\, A_1 \,\&\, N\, A_2 \,\&\, P \,\&\, N\, A_n \vdash N\, B$ (unde N este necesarul, logic adevăratul).

| *O* | *P* |
|---|---|
| | 1. $N A \to A$ |
| 2. $N A$ ? 1 | 3. ? 2 |
| 4. $A$ | 5. $A$ |

Sistemul este echivalent cu *M'* (von Wright).
Analog stau lucrurile cu logica deontică.

Exemplu.

| $O$ | $P$ |
|---|---|
| | 1. $O\,A \rightarrow O\,\bar{\bar{A}}$ |
| 2. $O\,A$ ? 1 | 3. $O\,\bar{\bar{A}}$ |
| 4. ? 3 | 5. ? 2 |
| 6. $A$ | 7. $\bar{\bar{A}}$ |
| 8. $\bar{A}$ ? 7 | 9. $A$ ? 8 |

($O$ din formule este simbolul pentru *obligatoriu*) (*Quantoren, Modalitäten, Paradoxien*, Berlin, 1972).

**LOGICĂ FORMALĂ**, știință care studiază formele propoziționale și legile de raționare cu expresii propoziționale de diferite forme, precum și ansamblul metodelor care-i permit atingerea acestui obiectiv. Prin raționare se are în vedere aci, în primul rînd, *deducția* și *inducția* (generalizarea), dar și procese pe care se sprijină acestea cum sînt *definirea* și *clasificarea*. Studiind formele propoziționale ne întîlnim cu problema termenilor (resp. a conceptelor) și a diferitelor relații între aceștia. De aci problema definiției și problema clasificării. Pornind de la legile de raționare (în sensul indicat) formulăm apoi *reguli de raționare* pe care le aplicăm în cazuri concrete de raționare. **L. f.** (în sensul general dat aci) are ca scop să descopere legile pe care se bazează *trecerea de la adevăr numai la adevăr*. Uneori această *trecere* se face cu o anumită probabilitate cum se întîmplă în cazul inducției (= generalizării pe baze incomplete). Acest principiu al *trecerii de la adevăr numai la adevăr* leagă logica de procesele de cunoaștere fără a o confunda cu teoria cunoașterii sau cu psihologia. O altă trăsătură a logicii este că ea nu se interesează de conținutul particular al propozițiilor ci numai de *forma* lor (de relațiile foarte generale cuprinse în informație). Relațiile redate în forma propozițiilor sînt de așa natură că ele nu determină vreun domeniu particular de obiecte. De ex „$S$ este $P$" este o formă de propoziție care redă relația „— este —" între $S$ și $P$ fără a spune care sînt obiectele $S$ și $P$. În cel mai bun caz putem vorbi de o *categorie* de obiecte, dar nu despre obiecte determinate sau *clase* de astfel de obiecte. Forma $A \equiv B$ nu indică nici măcar vreo categorie de obiecte, căci $A$, $B$ pot fi obiecte individuale, pot fi operații, însușiri sau relații. Forma „$x$ este $F$" presupune doar că avem de a face cu relația între un obiect individual și o proprietate (aci sînt specificate categoriile de obiecte: indivizi, proprietăți). Orice introducere de termeni concreți, în locul semnelor variabile, ne scoate din *sfera* **l.** *pure* indiferent cît de general ar fi astfel de termen concret (de ex.: *număr*, *element chimic*, *ființă vie*). **L. f.** pleacă de la supoziția fundamentală că într-un context **l.** aserțiunile sînt luate în același timp și sub același raport (supoziție introdusă de Aristotel în formularea principiilor **l.**). Orice schimbare a timpului sau raportului trebuie să fie *explicită* și să se țină seama de consecințele care urmează de aci. Cele două condiții ale supoziției formează „coordonatele **l.** formale". O altă trăsătură a **l.** formale constă în faptul că ea își poate studia obiectul în mod pur *formal* (formalizat). Aceasta permite aplicarea la organizarea științei **l.** a unor metode de tip așa zis *matematic* În fine, evidențiem faptul că **l.** *se aplică la propriul său studiu*. Teoriile **l.** sînt rezultatul aplicării mijloacelor **l.** la organizarea mulțimilor de propoziții ale **l.** formale. Care este conținutul actual al **l.** formale? **L. f.** actuală cuprinde următoarele capitole: a) Teoria definiției, b. Teoria clasificării, c Silogistica d. Teoria funcțiilor

de adevăr (bivalente), e Teoria predicatelor (inclusiv l. identității), f. Teoria claselor (a nu se confunda cu teoria mulțimilor), g Teoria modalității, h. Teoria sistemelor logice. Metalogica

Forma în care poate fi expusă l. formală modernă este fie *intuitivă* fie *pur formală* (formalizată) Expunerea sub formă de «calcule l.» (= sisteme formalizate) ne dă posibilitatea să utilizăm în metalogică metoda structurală, metoda inducției matematice (într-un sens generalizat) și alte metode. Deși formalizarea este foarte eficientă pentru cercetare, limbajul intuitiv este indispensabil pentru comunicare și pentru aplicarea l. la domenii concrete. Cu ce nu trebuie confundată logica? a) L. nu trebuie confundată cu aplicațiile ei, b) l. nu trebuie confundată cu disciplinele învecinate (de ex : gramatica, psihologia, teoria cunoașterii), c) l. nu trebuie confundată cu disciplinele cu care are multe înrudiri metodologice, de ex.: *matematica (v logicism, matematism)*. În ciuda numeroaselor relații metodologice cu matematica l. este, în esența ei, tot atît de legată de matematică pe cît e de fizică, chimie sau gîndirea comună Din a) rezultă că așa-zisa l. deontică, l. valorilor și chiar l. matematică, în sens restrîns, nu fac parte din l. Ele includ termeni, predicate, relații concrete și constituie, deci, aplicații ale l. în *analiza* unor domenii concrete. *Toate capitolele* l. *pot fi aplicate în toate domeniile (științifice sau pragmatice)*. Noțiunea de *aplicație a* l. *(v )* are un conținut special fapt care nu trebuie uitat cînd o comparăm cu alte științe și aceasta reprezintă o trăsătură specifică l. formale.

**LOGICĂ INTUIȚIONISTĂ.** Pornind de la critica făcută de Brouwer terțului exclus și raționamentul prin absurd in legătură cu presupunerea că acestea generează noțiunea de *infinit actual* și resp paradoxele mulțimilor, Heyting a formulat o logică infinitistă adecvată demonstrațiilor constructive, logică în care amintita lege și respectivul rationament nu mai sint utilizate

Axiomele sistemului sînt următoarele

1. $p \rightarrow (p \wedge p)$
2. $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$
3. $(p \rightarrow q) \rightarrow ((p \wedge r) \rightarrow (q \wedge r))$
4. $((p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$
5. $q \rightarrow (p \rightarrow q)$
6. $(p \wedge (p \rightarrow q)) \rightarrow q$
7. $p \rightarrow (p \vee q)$
8. $(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$
9. $((p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \vee q) \rightarrow r)$
10. $\neg p \rightarrow (p \rightarrow q)$
11. $((p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)) \rightarrow \neg p$
12. $\forall x Fx \rightarrow Fy$
13. $Fy \rightarrow \exists x Fx$.

Regulile de deducție sînt aceleași ca în sistemul H—A. Din acest sistem nu se pot deduce formulele: a) $p \vee \neg p$ (terțul exclus), b) $\neg\neg p \rightarrow p$ (dubla negație); c) $(\neg q \rightarrow \neg p) \rightarrow (p \rightarrow q)$ (contrapoziția inversă); d) $\neg(p \wedge q) \rightarrow (\neg p \vee \neg q)$ (o parte a legii lui de Morgan) Formulele b), c), d) arată că nu se demonstrează respectivele *echivalențe,* ci numai una din implicațiile lor. Într-adevăr se demonstrează: b') $p \rightarrow \neg\neg p$ precum

și $\neg\neg\neg p \rightarrow \neg p$, c) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$; d') $(\neg p \vee \neg q) \rightarrow \neg(p \wedge q)$. Gr. C. Moisil a demonstrat următoarele două teoreme: e) $\neg\neg p \wedge \neg\neg(p \rightarrow q)) \rightarrow \neg\neg p$, f) $(\neg\neg p \rightarrow q) \wedge \neg\neg(q \rightarrow r)) \rightarrow \neg\neg(p \rightarrow r)$. Se înțelege că formulele raționamentului prin absurd nu sînt demonstrate. Nu e de mirare că l. i. cu asemenea „ciudățenii" a dat naștere la multe discuții atît cu privire la sensul operatorilor cît și cu privire la interpretarea polivalentă și aplicațiile acestei logici. Propozițiile matematice se referă la *construcții efectuate* sau cel puțin la *metoda care ne permite să construim efectiv obiectele matematice.* (1) Astfel, „2 + 2 = 3 + 1" trebuie înțeleasă ca: „eu am îndeplinit construcțiile desemnate prin „2 + 2" și „3 + 1" și am găsit că duc la același rezultat sau „eu dispun de metode de a realiza construcțiile desemnate de „2 + 2" și „3 + 1" și de a arăta că ele duc la același rezultat". O astfel de propoziție se spune că este „satisfăcută în mod intuiționist" sau asertată (simbolic $\vdash p$) Construcția *demonstrează* propoziția. (2) Negația $\neg p$ spune că «$p$ duce la contradicție» și înseamnă că „$p$ este imposibil" *(de jure,* nu *de facto).* Dacă $a = b$ duce la contradictoria $a \neq b$ atunci construcția $a = b$ este imposibilă Încercînd să construim $a = b$, ajungem la $a \neq b$, deci $\neg(a = b)$ (3) Conjuncția $p \wedge q$ este asertată cînd ambele propoziții sînt asertate în mod intuiționist (= construite sau construibile). (4) Disjuncția $p \vee q$ este asertată cînd cel puțin una din propoziții este asertată în mod intuiționist. (5) Implicația $p \rightarrow q$ înseamnă că o construcție $p$ împreună cu o construcție $r$ duc la construcția $q$ (6) $\forall x Fx$: „avem o metodă generală de construcție care ne permite ca pentru orice element $a$ ales din $Q$ să obținem o construcție pentru $Fa$". (7) $\exists x Fx$: este construit efectiv elementul $a$ din $Q$ astfel că $Fa$ În logica predicatelor *nu au loc* implicațiile: a) $\neg\exists x \neg Fx \rightarrow \forall x Fx$, b) $\neg\forall x \neg Fx \rightarrow \exists x Fx$, c) $\neg\forall x Fx \rightarrow \exists x \neg Fx$, d) $\forall x \neg\neg Fx \rightarrow \neg\neg\forall x Fx$, deși *inversele* lor sînt demonstrabile. Ca exemple de metode intuiționiste avem metoda inducției matematice și metoda funcțiilor recursive. În ce privește numărul de valori există o dispută dacă l. i. este trivalentă sau infinită, Heyting însuși a formulat matrice trivalente

| $p$ | 0 1 2 |
|---|---|
| $\neg p$ | 1 0 1 |

| $\wedge$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 2 | 2 | 1 | 2 |

| $\vee$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 | 2 |
| 2 | 0 | 2 | 2 |

| $\rightarrow$ | 0 | 1 | 2 |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 2 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 2 | 0 | 1 | 0 |

Logica lui Heyting a fost comparată cu alte sisteme, în special cu logica bivalentă, cum deja s-a arătat și cu logica modală *(v.).* Fie *L K* (logica clasică) și *L J* (logica intuiționistă). Glivenko a descoperit că: 1 Dacă $\vdash p$ în *L K* atunci $\vdash \neg\neg p$ în *L J*, 2 Dacă $\vdash \neg p$ în *L K* atunci $\vdash \neg p$ în *L J*. Gödel la rîndul său a arătat că: 3. Dacă avem o formulă A numai cu $\neg$, $\wedge$ atunci dacă $\vdash A$ în *L K*, $\vdash A$ în *L J*. Un rezultat ciudat este că dacă transcriem $p \vee \neg p$ prin $\neg(\neg p \wedge \neg\neg p)$ atunci a doua formulă este demonstrabilă în L J, numai că în L J operatorii nu sînt interdefinisabili Becker, la rîndul său, a stabilit următoarele corespondențe între operatorii din L J și cei din logica modală a lui Lewis: 4 $\rightarrow$, $\wedge$, $\vee$, $\neg$ (Heyting) $\supset$, $\cdot$, $\vee$, $\sim\Diamond$ (Lewis). La rîndul lor Tarski și Mc Kinsey au stabilit corespondențele 5. $p$, $\neg$, $\rightarrow$ (Heyting) $\Box p$, $\sim\Diamond$, $\prec$ (Lewis). Kolmogorov a interpretat calculul intuiționist ca pe o *logică a problemelor (v.).*

**LOGICĂ JURIDICĂ. 1)** (în sens restrîns), logica normelor de drept (particularizare a logicii deontice), **2)** (în sens larg), logica normelor juridice

şi analiza logică a argumentării din domeniul juridic (în speţă „logica cercetării judiciare"). Analiza logică cuprinde. a) cercetarea specificului logic al termenilor (resp. conceptelor) juridice (de ex.. termeni *vagi, constructivi*), b) analiza raţionamentului deductiv şi inductiv în cercetarea infracţiunilor şi în genere a problemelor juridice, în speţă problema consistenţei sau inconsistenţei mărturiilor, problema mecanismului logic al interogatoriului ş a Se înţelege că fiind vorba de o *aplicaţie* a logicii nu se poate pune problema unei **l. j.** independente de logica formală pură, cel mult se adaugă postulate specifice domeniului. Două postulate au reţinut atenţia *logicii deontice (v.)*. (1) ***nullum crimen sine lege*** (nu există infracţiune fără lege), (2) ***nulla poena sine lege*** (nu există pedeapsă fără lege) Cu alte cuvinte dacă nu există lege care să prescrie fapta ea nu poate fi considerată ca infracţiune, dacă nu există lege care să prevadă pedeapsa, pedeapsa nu poate fi aplicată.

Actul negativ (dăunător) precede normarea şi deci conceptul de *infracţiune*, ideea de *dreptate* precede *legalitatea*. Folosind o comparaţie din *Capitalul* lui Marx, infracţiunile oscilează în jurul actelor negative, iar legalitatea în jurul dreptăţii aşa cum preţul oscilează în jurul valorii. O altă problemă majoră în care logica poate interveni în drept este adoptarea unui cod de norme raţionale *eficient*, *consistent* şi *coerent*

**LOGICĂ MATEMATICĂ.** În istoria logicii termenul se întîlneşte prima dată la Leibniz *Logica Mathematica* Boole foloseşte expresiile: „mathematical analysis of logic" şi „mathematical theory of logic", Schroder „Mathematische logik", Poreţki: „matematiceskaia loghika", Peano: „logica matematica" După definiţiile date şi după conţinutul celor mai importante tratate care includ termenul de **l. m.** rezultă că avem două sensuri principale ale acestui termen: **1)** logica expusă cu ajutorul *limbajelor formalizate (v)*, **2)** logica disciplinelor matematice Primul sens este evident suficient de larg pentru a cuprinde toată acea parte a logicii care poate fi simbolizată şi formalizată (deci în esenţă toată logica), adică *logica modernă*.

A. Church în *Introducere în logica matematică* (1956) înţelege prin **l. m.** *logica formală* (*v.*) „studiată cu ajutorul limbajelor formalizate" Pentru el termenul are acelaşi sens cu *logica simbolică* (*v.*) şi *logistica* Există mulţi alţi termeni cu semnificaţie apropiată sau identică (*v logica simbolică*). Cu toate că definiţia primă pare a delimita bine logica de matematică, este necesar să o confruntăm cu conţinutul tratatului ori de cîte ori un logician utilizează expresia **l. m.** Or Church, de ex., ca logicist (*v logicism*) include mult mai mult în **l. m.** decît s-ar putea aştepta cititorul obişnuit. Cea mai bună procedură este să pornim de la conţinutul tratatului spre definiţie, vom vedea că fiecare autor presupune un anumit înţeles al termenului logică înainte de a defini termeni mai speciali Iată conţinutul **l. m.** dat de Church · 1 Calculul propoziţiilor, 2 Calculul funcţional de diferite ordine, 3. Aritmetica (tratată logic), 4. Aritmetica recursivă, 5. Axiomatica teoriei mulţimilor, 6. Intuiţionismul matematic. Calculele modale şi calculele polivalente sînt invocate foarte puţin. Alţi autori le omit total A Grzegorczyk le consideră pe acestea ca fiind „mai curind produsul fanteziei filosofice decît rezultatull unei necesităţi logico-matematice profunde". Gr C Moisil scoate şi e logica modală din **l. m.** S. C. Kleene in *Logica matematică* (1967) dă următoarea definiţie. „*Logica matematică* (numită şi logica simbolică) este logica tratată prin metode matematice" Dar el precizează că acesta

este un sens restrîns — „logica utilizată în matematică" pentru că altfel „logica este de asemenea utilizată în sistematizarea cunoştinţelor ştiinţifice" (altele decît matematice). La Kleene apare, aşadar, al doilea sens — logica disciplinelor matematice. Conţinutul este mult mai restrîns decît la A. Church (Kleene merge mai degrabă pe linia lui Hilbert) — el distinge **l. m.** de fundamentele matematicii şi se înţelege de matematica propriu-zisă. R. L. Godstein (1957) dă o definiţie în sensul al doilea (restrîns). „Logica matematică are ca scop evidenţierea şi sistematizarea proceselor logice folosite în raţionamentul matematic, precum şi explicarea noţiunilor matematice. Ea însăşi este o ramură a matematicii care foloseşte simbolica şi tehnica matematică". Deşi nu e logicist el include în **l. m.** acelaşi conţinut ca şi Church.

J. R. Schoenfield în *Logica matematică* (1967) scrie „Logica studiază raţionamente, iar logica matematică studiază acele tipuri de raţionamente care se folosesc în matematică". Din conţinutul **l. m.** fac parte: 1. Calcule logice clasice (propoziţiilor şi predicatelor), 2 Teoria modelelor, 3. Teoria numerelor (naturale), 4. Teoria mulţimilor.

În fine, un tratat mai recent, *Handbook of mathematical logic* (1977), publicat sub redacţia lui J. Barwise, arată şi mai clar în ce direcţie merge **l. m.** Ea cuprinde 1. Teoria modelelor, 2. Teoria mulţimilor, 3. Teoria recursiei, 4. Teoria demonstraţiei şi matematica constructivă. În concluzie, vom reţine că 1) **l. m.** are un sens metodologic — logica studiată cu ajutorul metodelor matematice — şi un sens obiectual — studiul procedeelor logice folosite în matematică, 2) **l. m.** (prin conţinut) *cuprinde o parte a logicii pure* şi *logica aplicată la matematică*; 3) **l. m.** este strîns legată de necesităţile logice ale matematicii. Prin aceasta se presupune că termenii *logică, matematică* şi *metode matematice* sint cît de cît precizaţi. (*V* şi ceilalţi termeni în legătură cu *Logica*).

**LOGICĂ MODALĂ**, parte a logicii care studiază legile de raţionare în care intervin, pe lîngă propoziţiile asertorice, propoziţii de forma: „Este posibil *p*", „Este necesar *p*", „Este imposibil *p*", „Este contingent *p*". Logică generală (tradiţională) ne-a lăsat următoarea clasificare a judecăţilor după modalitate. *asertorice* (de ex.: „Omul este animal biped"), *apodictice* (de ex · „Este necesar ca fiinţele raţionale să poată comunica intre ele") şi *problematice* (de ex „Este posibil ca mîine să plouă"). Se observă că din acestea trei numai judecăţile apodictice şi cele problematice sînt de modalitate în sens strict. Bazele **l. m.** au fost puse de Aristotel

Alte etape ale dezvoltării vor fi · *logica megaro-stoică, logica medievală* şi *logica modernă*

Deoarece termenii modali *posibil, necesar* etc. nu au semnificaţie univocă, iar pe de altă parte există termeni cu o semnificaţie mai restrînsă a căror logică este izomorfă cu **l. m.** generală se impune să definim şi să clasificăm modalităţile. Formal definirea modalităţilor se face în modul cel mai simplu luînd ca termen prim pe una dintre ele. (de ex.. *posibil* sau *necesar*) Pentru simplificare introducem notaţiile *P* (posibil), *N* (necesar), *I* (imposibil), *C* (contingent). Luăm ca termen prim *posibilul* (*P*).

1. $Np = \text{df } \overline{P\bar{p}}$, 2 $Ip = \text{df } \bar{P}p$, 3 $Cp = \text{df } Pp \,\&\, P\bar{p}$. Printre legile care fac parte din **l. m.** enumerăm

4. $Np \rightarrow p$
5. $p \rightarrow Pp$
6. $N(p \,\&\, q) = Np \,\&\, Nq$
7. $P(p \vee q) = Pp \vee Pq$
8. $Np \rightarrow Pp$
9. $N(p \wedge q) \rightarrow Np \wedge Nq$
10. $P(p \,\&\, q) \rightarrow Pp \,\&\, Pq$.

Valabilitatea legilor este condiţionată de noţiunile modale cu care operăm, adică de definiţia dată termenilor modali. Din analiza logico-filosofică a categoriilor de *posibilitate*, *necesitate* şi *întîmplare* (= contingenţă) putem să deducem două înţelesuri majore: a) modalităţi ontice şi b) modalităţi cognitive. Primele califică stările de fapt, celelalte cunoaşterea. Stările de fapt pot fi actuale sau în devenire. Mai putem vorbi de *evenimente*, ceea ce diferă de propoziţii, indivizi sau predicate De ex ,,Fiinţele raţionale au în mod necesar capacitatea de a comunica între ele" (actual), ,,Este necesar ca mîine să plouă" (în devenire). Modalităţile sînt în acest caz un fel de *predicate* ale stărilor de fapt starea de fapt *că* fiinţele raţionale au capacitatea de a comunica între ele este necesară", ,,Starea de fapt *că* mîine va ploua este necesară". Altfel spus ,,evenimentul că mîine va ploua este necesar". În sens cognitiv, modalităţile se combină cu adevărul şi falsul: ,,Este posibil să fie adevărat că există viaţă pe planeta Marte". În conformitate cu *schema definiţiei adevărului a lui Tarski* (*v.*) putem trece la starea de fapt Este posibil să fie adevărat că ,,există viaţă pe planeta Marte" dacă şi numai dacă *este posibil să fie viaţă pe planeta Marte*. De regulă modalităţile în logica modernă sînt înţelese ca modalităţi cognitive De ex.: ,,este posibil" e o prescurtare pentru ,,este posibil să fie adevărat". În acest caz avem de-a face cu *predicate* despre propoziţii (sau ceea ce s-a numit ,,modalităţile aletice"). Există mai multe criterii de clasificare a modalităţilor în logică. Logica medievală ne-a lăsat distincţia între modalităţile *de re* şi *de dicto* (*v.*) Leibniz a deosebit între *logic* şi *factual* (*v.*), iar Lewis şi Reichenbach au introdus împărţirea modalităţilor în *absolute* şi *relative* (*v.*). Logica modernă a extins clasificarea în funcţie de domeniu. Tabelul de mai jos dă clasificarea după diferite domenii corespunzătoare cu modalităţile aletice.

| Aletice | Existenţiale | Epistemice | Logice şi factuale | Deontice |
|---|---|---|---|---|
| Necesar | Universal | Verificat | Logic adevărat | Obligatoriu |
| Posibil | Existent | Nefalsificat | Ne-logic fals | Permis |
| Contingent | Parţial | Nedecis | Factual adevărat | Indiferent |
| Imposibil | Vid | Falsificat | Logic fals | Interzis |

| Axiologice | | Temporale | |
|---|---|---|---|
| bun | Mai bun | totdeauna | mai devreme |
| nu-rău | nu e mai rău | cel puţin odată | cel tîrziu |
| la fel de valoros | la fel de valoros | un[illegible] numai | simultan |
| rău | mai rău | nici odată | mai tîrziu |

Se observă că în aceste ultime două cazuri apare distincţia între modalităţile absolute şi cele relative. Astfel de predicate care se comportă corespunzător modalităţilor aletice există şi în alte domenii.

**L. m.** ne arată, deci, cum să operăm *consistent* și *coerent* cu modalitățile aletice și cu predicatele particulare corespunzătoare acestora. În cazul „modalităților particulare" nu avem de-a face proprin-zis cu *logica* ci cu *aplicații ale logicii*. În cazul aplicațiilor pot apare unele *nuanțări* ale principiilor generale. Evident că orice „predicat modal" se supune legilor de bază ale logicii (identității, necontradicției și terțului exclus). Problema relațiilor **l. m.** cu logicile polivalente (*v*) se pune din puncte de vedere diferite și *inaplicabilitatea terțului exclus în sistemele modale are un alt sens decît cel indicat de noi aici*. Notînd cu *m* un predicat modal putem formula cu ușurință cele trei principii $mp \equiv mp$; $mp \& \overline{mp}$; $mp \vee \overline{mp}$

Exemple. Ceea ce este posibil este posibil, ceva nu poate să fie posibil și să nu fie posibil, ceva este posibil sau nu este posibil a treia formă de aserțiune (a acestui predicat) este exclusă. Se observă că terțul exclus poate fi formulat astfel. orice predicat este sau afirmat sau negat nu există a treia formă de aserțiune simplă, orice predicat are sau nu are loc în raport cu ceva, este exclusă contradicția Pornind de la modelul calculului logic clasic Lewis ș. a. au formulat diferite sisteme modele („calcule modale") Ele sînt date axiomatic sau matriceal. Este o diferență între interpretarea modalităților ca *predicate* și ca *valori ale variabilelor*. În primul caz avem o tratare *intensională*, în al doilea una *extensională* (funcțională) Dacă **l. m.** este combinată numai cu calculul propozițiilor vom avea **l. m.** *propozițională*, dacă e combinată și cu calculul predicatelor avem „calculul modal al predicatelor" (sau **l. m.** *a predicatelor*) Calculele logice se împart în trei grupe pentru logica propozițională 1) sistemele *implicației stricte* (Lewis), 2) sistemele *implicației exacte* (W. Ackermann), 3) sistemele *implicațiilor polivalente* (Lukasiewicz) Lewis construiește, in 1918, un sistem de **l. m.** numit ulterior $S_3$, iar in 1932 formulează (influențat de cercetările lui O. Becker) alte cinci sisteme modale $S_1$, $S_2$, $S_4$, $S_5$, $S_6$. Sistemele 1—5 se mai numesc *canonice* Nu toate sistemele au fost axiomatizate de Lewis iar unele au fost reaxiomatizate de alți autori. Unele axiomatizări sînt echivalente, adică postulatele unui sistem (axiomele și regulile de deducție) sînt deductibile în alt sistem și reciproc. Proprietățile sistemelor au fost demonstrate de Lewis sau de alți autori. Sistemele lui Lewis au fost expuse și în formă de *calcul natural* (*v*). Lukasiewicz a formulat, de asemenea, calcule modale în 1920 și 1953. Prior și Meredith au construit „sistemul parțial *I* (sistem implicativ), Gödel — sistemul *T*, von Wright — sistemele *M*, *M'*, *M''*, Hintikka și Kripke — „sistemele lui Brouwer", Dummett și Lemmon — sistemele $S_{4\ 2}$ și $S_{4\ 3}$, von Hallden — sistemele $S_7$ și $S_8$, Ackermann W. — sistemele *P'* și *P''*, iar Anderson și Belnap — sistemele *E* și $E'_1$ Calculele modale pot fi interpretate prin matrice cu un număr finit de valori sau ele sînt interpretabile pe mulțimi infinite de valori.

Modalitățile pot fi iterate (de ex $NNp$, $PNp$), fapt care nu este utilizat intuitiv decît in mod foarte rar. Construirea de calcule modale predicative are loc pentru prima dată în 1946 de către Ruth Barcan și R. Carnap. Considerînd expresii de forma „Evenimentul *p* are loc în cazul *t*" și simbolizîndu-le prin *pt* putem cuantifica afirmația „Evenimentul *p* se produce cu necesitate" prin $\forall t\ pt$, iar afirmația „Evenimentul *p* este posibil" prin $\exists t pt$. Feys numește aceasta *limbaj ajutător* deoarece necesarul și posibilul sînt înlocuite respectiv cu ∀ și ∃. În ultimul timp, a crescut interesul pentru semantica sistemelor modale (S. Kripke, K Schütte, Hintikka ș a ). Sistemele modale prezintă interes pentru filoso

fie şi unele domenii umaniste. (*V.* şi *Sistemele logicii modale, Semantica modalităţilor*).

**LOGICĂ OPTATIVĂ**, logica dorinţelor raţionale. De ex. este raţional să doreşti $p \vee \bar{p}$, dar iraţional să doreşti $p \,\&\, \bar{p}$

**LOGICĂ PLURATIVĂ**, logică bazată pe nuanţarea cuantificării propoziţiilor (mulţi, puţini, cei mai mulţi, majoritatea, destul de mulţi ş.a.). Exemplu de silogism plurativ:

Toţi *M* sînt *P*
Majoritate de *S* sint *M*
———————————
Majoritate de *S* sînt *P*

Este important să nu imităm pe această cale silogistica obişnuită, deoarece nu se obţin în toate cazurile silogisme valabile. Un exemplu eronat este acesta

Cei mai mulţi *M* sînt *P*
Cei mai mulţi *S* sînt *M*
———————————
Cei mai mulţi S sînt *P*

Într-adevăr, fie mulţimile $M = \{2, 3, 4\}$, $P = \{3, 4, 5, 6\}$, $S = \{2, 3, 7\}$ Vom avea relaţiile:

Cei mai mulţi *M* sînt *P* $\{3, 4\} \subset P$
Cei mai mulţi *S* sînt *M* $\{2, 3\} \subset M$ dar e fals că
Cei mai mulţi *S* sînt *P* $\{3\} \subset P$

**LOGICĂ POLIVALENTĂ** (sau **LOGICĂ N-VALENTĂ**), ansamblul sistemelor logice (formale) care admit ca principiu existenţa şi a altor propoziţii decît propoziţiile pur şi simplu *adevărate* sau *false*. Altfel spus, **l. p.** este logica bazată pe clasificarea politomică (nu simplu dihotomică) a valorilor logice Există diferite moduri *de a specifica* adevărul sau falsul încît să obţinem valori logice *nuantate*. O posibilitate de nuanţare este modalizarea valorilor logice: *necesar adevărat, necesar fals, posibil adevărat, posibil fals.* Această posibilitate a fost folosită de Lukasiewicz, întemeietorul primului sistem de **l. p.** (1920). Lukasiewicz a utilizat iniţial exact valorile. *adevărat, fals, posibil* (în înţelesul de posibil adevărat). Modalizarea prin necesar a adevărului şi falsului este presupusă Ideea că nu toate propoziţiile pot fi calificate pur şi simplu ca *adevărate* sau ca *false* este mult mai veche, ea este cuprinsă deja în opera lui Aristotel *Despre interpretare* Dealtfel, Lukasiewicz a pornit de la analiza acestei opere (*v. viitorii contingenţi*). Deşi Aristotel lega însăşi definiţia propoziţiei de „ceea ce este adevărat sau fals", el constată că există propoziţii (ca „mîine va fi o bătălie navală") despre care nu putem decide *acum* dacă sînt adevărate sau false deşi *în sinea* lor ele sînt astfel. Adevărul şi falsul sînt nuanţate relativ la posibilitatea noastră de decizie. Rezultă următoarele nuanţări din textul lui Aristotel · a) mai mult sau mai puţin adevărat, b) actual adevărat, c) potenţial adevărat, d) necesar adevărat, e) contingent adevărat, f) decis ca adevărat, g) nedecis ca adevărat („nu putem spune precis", „trebuie să lăsăm alternativa nedecisă"). Esenţial este nu natura acestor nuanţări, ci ideea însăşi a nuanţării. Ideea nuanţărilor predicatelor de adevăr n-a fost străină nici evului mediu, dar nu pare a exista ceva remarcabil în sensul logicii polivalente. Mai interesantă este distincţia lui Leibniz între „adevărurile de raţiune" şi „adevărurile de fapt". Kant prezintă, de asemenea, interes

prin distincţia între adevăruri *analitice* şi *sintetice*. G Boole afirmă că logica cu două valori este doar un caz limită al raportului de probabilitate, iar Peirce afirmă că „orice enunţ este mai mult sau mai puţin fals şi că aceasta este o chestiune de grad". Dar aşa, cum am spus, abia Lukasiewicz construieşte un prim sistem pe baza ideii de polivalenţă. După el Post (1921) inspirat de consideraţiile lui Peirce va da o schemă abstractă pentru construirea de l. p. Au urmat apoi o serie întreagă de construcţii datorate lui Heyting, Bocivar, Reichenbach, Kleene ş.a. Există două posibilităţi de a trata „predicatele de adevăr nuanţate": 1) ca valori ale variabilelor şi expresiilor funcţionale, 2) ca predicate metateoretice determinate. În primul caz, l. p. sînt teorii ale funcţiilor de adevăr, definite pe un domeniu cu $V^n$ (unde $V$ este mulţimea valorilor logice) şi luînd valori din $V$). Fiecare funcţie este astfel de tipul $f: V^n \rightarrow V$. În al doilea caz, analiza se face în cadrul unei logici bivalente aplicată la predicatele metateoretice corespunzătoare. Teoria funcţiilor $n$-valente poate fi construită *matriceal*, *algebric* sau *axiomatic*. Problema care se pune este ce relaţii există între logica funcţiilor bivalente şi logica funcţiilor $n$-valente, respectiv, între «calculul bivalent» şi «calculul $n$-valent». 1) Toate formulele tautologice ale logicii $n$-valente sînt formule tautologii şi în logica bivalentă. 2) Orice sistem de formule tautologice $n$-valente este sau pur şi simplu un *subsistem strict* al logicii bivalente sau izomorf cu un asemenea subsistem. 3) Cel puţin o *formulă* tautologică din logica bivalentă nu este lege logică în sistemele polivalente — legea terţului exclus, dar evident şi alte legi care depind de aceasta. 4) Din punct de vedere sintactic calculul polivalent nu aduce *nimic* în sensul introducerii unor legi logice noi. 5) Din punct de vedere semantic el constă într-o *reinterpretare* a formulelor bivalente. În această reinterpretare unele formule rămîn «legi» altele nu. 6) Este necesar să se înţeleagă că ceea ce se obişnuieşte a se numi *adevăr* şi *fals* în l. p. nu corespunde exact cu ceea ce se numeşte «adevăr» şi resp. «fals» în logica bivalentă. În logica polivalentă *adevărul* şi *falsul* reprezintă *cele mai puternice* nuanţări (de ex.: „necesar adevărat", „necesar fals"). 7) Propoziţiile cu valori nuanţate nu prezintă în toate cazurile un interes deosebit pentru ştiinţă şi nici chiar pentru logică. 8) Există încercări de a interpreta calculele polivalente în alte domenii decît cel logic (de ex : în domeniul tehnic şi, în general, în domeniile în care fenomenele comportă mai mult de două «stări». 9) În metateoria l. p. operăm cu logica bivalentă. Logica bivalentă este deci fundamentul «ideal» al gîndirii noastre şi dacă în unele cazuri trebuie să renunţăm la *unele din formulele* ei, nu rezultă că în genere putem renunţa la principiile ei. Renunţăm la «cazuri particulare» şi nu la cele mai generale formulări. 10) Dacă o formulă nu este teză în logica bivalentă, nu este nici în l.p.

**LOGICĂ POZITIVĂ**, sistem de logică TFA elaborat de Hilbert prin eliminarea axiomelor cu negaţia din următorul sistem de axiome.

I. *Formule pentru implicaţie.*

1. $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
3. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$

II. *Formule pentru conjuncţie.*

1. $(A \& B) \rightarrow A$
2. $(A \& B) \rightarrow B$
3. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow (B \& C)))$

III. *Formule pentru disjuncție*
1. $A \rightarrow (A \vee B)$
2. $B \rightarrow (A \vee B)$
3. $(A \rightarrow C) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C))$.

IV. *Formule pentru echivalență.*
1. $(A = B) \rightarrow (A \rightarrow B)$
2. $(A = B) \rightarrow (B \rightarrow A)$
3. $A \rightarrow B \rightarrow ((B \rightarrow A) \rightarrow (A = B))$

V. *Formule pentru negație.*
1. $(A \rightarrow B) \rightarrow (\bar{B} \rightarrow \bar{A})$
2. $A \rightarrow \bar{\bar{A}}$
3. $\bar{\bar{A}} \rightarrow A$

Grupele I—IV formează **l. p.** Se observă că în ce privește operațiile logice Hilbert a căutat să plece de la proprietățile lor esențiale. Dealtfel, se remarcă analogia cu modul în care el a procedat în *Fundamentele geometriei*
În legătură cu grupa I se definește noțiunea de „formulă implicativă regulată": $A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow ( \quad - (A_{n-1} \rightarrow A_n) \; . \; . ))$ unde $A_n$ se află printre formule sau rezultă din ele conform cu modus ponens (*v.*) (nu prin substituție). Toate axiomele grupului I sînt „implicativ regulate". De ex.: $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$. Aplicăm modus ponens: $A \rightarrow (A \rightarrow B)$, $A$, $B$. $A$ se află printre formule, iar $B$ se deduce prin aplicarea de două ori a lui modus ponens: $A$, $A \rightarrow B$, $B$. Ca urmare reintroducem implicația: $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$ (*V.* și *Teorema deducției).*
Din sist I — V eliminîndu-se diferite grupe de legi de negație obținem subsisteme ca log. pozitivă, calculul minimal, intuiționist ș a.

*Calculul minimal.* J. Johanson (1936) a formulat un subsistem TFA din care exclude terțul exclus $(A \vee \bar{A})$ și principiul „din fals decurge orice" $\bar{A} \rightarrow (A \rightarrow B)$ Se înțelege că excluderea vizează și orice teoremă care se deduce din ele sau față de care se află în raport de deducție reciprocă. Acest calcul s-a numit **c. m.** (der Minimal-Kalkul) și diferă de cel intuiționist tocmai prin ultima axiomă *(v. logică intuiționistă).*

**LOGICĂ PURĂ,** logică formală în sensul cel mai general caracterizată prin a) studiază numai formele cele mai generale de propoziții (*S* este *P*, $F(x)$, $G(x, y)$, $x \in K$, $K \subset L$ etc.), b) cuprinde numai legile care depind de formele generale de propoziții și de valorile *adevăr*, *fals*, c) nu cuprinde nici un fel de termeni, operații sau relații determinate (= relative la vreun domeniu particular), d) studiul inferenței și a condițiilor ei formale constituie scopul logicii, e) orice determinare a termenilor, operațiilor și relațiilor inseamnă trecere de la *forme de propoziții* la propoziții despre domenii determinate și prin urmare la *logica aplicată*, f) operațiile și relațiile logicii sînt studiate numai prin prisma proprietăților formale ale relațiilor și prin prisma adevărului și falsului, g) cuprinde *toate* legile logice posibile care satisfac condițiile indicate mai sus (punctul b)).

**LOGICĂ SIMBOLICĂ,** logică formală construită cu ajutorul *limbajului simbolic* (v.). Uneori termenul de *logică simbolică* este luat ca sinonim cu *logica matematică* (v.). Logica formală contemporană utilizează în întregul ei limbajul simbolic, indiferent dacă are sau nu legături strînse

cu matematica Pe de altă parte, utilizarea limbajului natural este încă o componentă indispensabilă logicii contemporane

**LOGICĂ TRADIȚIONALĂ**, logica formală anterioară logicii simbolice. Foloseşte în principal limbajul curent, nu distinge între nivelul teoretic şi cel metateoretic, utilizează metoda clasificării (aplicată la formele logice noțiunea, judecata şi raționamentul). Metoda deductivă este sporadic utilizată De asemenea, se confundă adesea aspectele teoretice cu cele metodologice, precum şi logica pură cu logica aplicată. Este un fel de logică universală (în sens de *atotcuprinzătoare*). În principal este logică bivalentă, cazul polivalenței fiind doar întîmplător semnalat (de ex la Aristotel). Uneori este numită şi „logică aristotelică" Scopul ei este să inregistreze formele logice generale pentru a fundamenta gîndirea corectă (adică operațiile logice de *definire, clasificare, raționament*)

**LOGICISM**, concepție asupra relațiilor dintre logică şi matematică elaborată de *Gotlob Frege şi dezvoltată în parte de către Bertrand Russell,* Alonzo Church ş.a. Trei evenimente ştiințifice majore au impins în prim plan problema relațiilor dintre logică şi matematică (în speță, problema *naturii matematicii*) · *1) apariția logicii simbolice* (tratarea logicii cu mijloace care tradițional erau aplicate preponderent în *matematică*, în extensiunea acordată pină la Frege acestei ştiințe), 2) crearea teoriei mulțimilor (Cantor) şi 3) aritmetizarea matematicii Teza fundamentală a l. este că *matematica este o ramură a logicii* Frege a elaborat un adevărat program (cunoscut azi sub numele de „programul lui Frege") pentru justificarea acestei teze. El presupune realizarea a trei puncte. a) definirea noțiunilor matematice cu ajutorul noțiunilor logice; b) exprimarea propozițiilor matematice in termeni logici, c) demonstrarea adevărurilor matematice din axiome logice Frege a construit un sistem logico-aritmetic prin care presupunea că a realizat toate cele trei puncte Acest sistem a fost subminat de paradoxele mulțimilor descoperite ulterior, dar şi de alte descoperiri Whitehead şi Russell au refăcut construcția lui Frege pornind de la *teoria tipurilor* (*v*.) in opera fundamentală *Principia Mathematica* Au fost aduse mai multe obiecții speciale sau generale împotriva tezei l. a) o serie de propoziții matematice (*axioma infinitului* şi *axioma alegerii*, in primul rînd) nu pot fi deduse din axiomele presupus logice, b) *teorema lui Gödel* (*v*.) a dovedit incompletitudinea aritmetică a sistemelor de tipul *Principia Mathematica* nici Frege, nici Russell sau altcineva dintre logicişti nu au rezolvat citeva probleme generale pe care teza l. le presupunea soluționate, c) ce este *logica*, ce este *matematica*? (acestea pentru a şti *ce* reducem *la ce*), d) este logica claselor identică cu teoria mulțimilor, e) categoriile de *clasă, clasă vidă*, şi *apartenență* sint categorii ale logicii? A. Church a încercat să justifice o variantă mai slabă a l.: logica are prioritate față de matematică Alți gînditori au reținut doar *legătura strînsă* dintre logică şi matematică şi au formulat alte filosofii asupra naturii matematicii, (*v. formalism* şi *intuiționism logico-matematic*). Există şi o concepție populară asupra celor două ştiințe pe care am numit o *matematism* (*v*.)

**LUME POSIBILĂ**, lume gindibilă necontradictoriu (Leibniz) Carnap ia ca explicant pentru **l. p.** *descrierea de stare* (*v*.) S. Kripke, S Kanger, J. Hintikka ş a au relevat conceptul din punctul de vedere al semanticii logicii modale, von Wright l a folosit pentru logica preferinței În genere, este larg folosit in semantica logicilor aplicate Ideea de necontradicție rămîne esențială pentru orice **l. p.** Ca să facem intuitivă ideea **l. p.** vom începe cu lumea reală, să zicem, *lumea bipedelor*. Putem gîndi variante la o lume reală care să nu fie logic imposibile, de ex. *lumea*

*inorogilor*. Deşi factual nu există inorogi, logic ei nu sînt excluşi. Kripke porneşte de la conceptul de „mulţime a lumilor posibile" $K$ al cărei prim element este lumea reală $G$, astfel că $G \in K$. Notăm cu $H$ o lume oarecare posibilă, astfel că $H \in K$. Orice formulă atomară este raportată la o **l. p.** printr-o funcţie $\Phi(P, H)$ care prescrie fiecărei $P$ o valoare logică în lumea $H$. Tot în legătură cu **l. p.** apare relaţia $R$ între două lumi posibile $H_1RH_2$, unde $H_1, H_2 \in K$. $H_1RH_2$ poate fi interpretat ca „$H_2$ este posibil faţă de $H_1$" sau „$H_2$ este posibil în $H_1$" sau „$H_2$ depinde de $H_1$" sau „din $H_1$ se poate accede la $H_2$". Aceasta este noţiunea de **l. p.** *relativă* (o lume este posibilă relativ la alta) Kripke utilizează însă şi **l. p.** *absolută* (o **l. p.** în raport cu oricare alta). Orice lume este posibilă relativ la sine ($HRH$), ceea ce Kripke traduce prin orice propoziţie *adevărată* în $H$ este de asemenea *posibilă* în $H$. O formulă $A$ este *necesară* în $H_1$ dacă ea este *adevărată* în orice **l. p.** relativ la $H_1$. Simbolic $\Phi(\Box A, H_1) = T \Leftrightarrow \Phi(A, H_2) = T$ pentru orice $H_2$, astfel că $H_1RH_2$. Relaţia $R$ este de echivalenţă. Am văzut că ea este reflexivă, ea este, de asemenea, simetrică şi tranzitivă ($H_1RH_2$ şi $H_1RH_3$ implică $H_1RH_3$). Pentru $H_1RH_2$ are loc proprietatea că $A$ este *posibil în* $H_1 \Leftrightarrow$ *există* $H_2$, $H_1RH_2$ şi $A$ este adevărată în $H_2$. Analog pentru $H_2RH_3$, deci, e posibil că e posibil $A$ în $H_1$. S-a stabilit că $A$ este cel puţin posibilă în $H_1$, dacă, deci, $A$ este adevărată în $H_3$, este cel puţin *posibil* ca $A$ este posibilă în $H_1$. Pentru a conchide $H_1RH_3$ e nevoie de axioma „posibil că posibil înseamnă că e posibil" Din proprietăţile indicate se poate conchide simetria folosind axioma lui Brouwer $A \rightarrow \Box\Diamond A$. (Axioma lui Brouwer se obţine din $A \rightarrow \urcorner\urcorner A$ prin înlocuirea lui $\urcorner$ cu negaţia tare $\Box\sim$ )

# M

**MATEMATISM,** concepție spontană despre natura matematicii și logicii. Matematica este definită după o însușire sau alta fără a analiza mai adînc. De ex., „matematica este știința care utilizează simboluri", „matematica este știința calculului", „matematica este știința numerelor", „matematica este știința structurilor", „matematica este știința sistemelor formale". Efectul acestor definiții constă în faptul că în acest fel sînt înglobate în matematică științe sau părți din alte științe care nu au legătură logică (prin definiție sau deducție) cu conținutul matematicii. Abstract vorbind, matematica studiază trei feluri de obiecte: mulțimi, numere (care sînt determinații ale mulțimilor) și structuri de mulțimi sau de mulțimi de numere. Unele dintre structurile detașate de la mulțimi sau numere pot fi regăsite în alte domenii. De asemenea, o serie de metode (ex. calculul) considerate în mod tradițional ca *matematice* au putut fi generalizate peste limitele obiectelor matematice.

**MATRICE,** tabel format din $n$ linii (= rînduri) și $m$ coloane (unde putem avea și $n = m$). În caz că $m \neq n$ avem **m.** dreptunghiulară, iar în cazul că $m = n$ avem **m.** pătrată. Căsuțele **m.** sînt completate cu anumite semnificații dependente de cele de la intrările (pe linii și pe coloane) tabelului. Figura următoare reprezintă un model de **m.**

| $a$ \ $b$ | $b_1$ | $b_2$ | $b_3$ |
|---|---|---|---|
| $a_1$ | $a_1b_1$ | $a_1b_2$ | $a_1b_3$ |
| $a_2$ | $a_2b_1$ | $a_2b_2$ | $a_2b_3$ |
| $a_3$ | $a_3b_1$ | $a_3b_2$ | $a_3b_3$ |

În căsuțe au fost puse numai combinările între $a_i$ și $b_i$. În calculul matriceal din matematică se omite de regulă împărțirea în căsuțe. **M.** are forma

$$\begin{bmatrix} a_1b_1 & \dots & a_1b_n \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & \dots & \vdots \\ a_mb_1 & \dots & a_mb_n \end{bmatrix}$$

Şirurile orizontale vor reprezenta liniile, iar şirurile verticale vor reprezenta coloanele. Se foloseşte şi forma

$$\begin{pmatrix} a_1b_1, & \ldots\ldots & a_1b_n \\ & & \cdot\ \cdot\ \cdot \\ & & \cdot\ \cdot\ \cdot \\ & & \cdot \\ a_mb_1 & & .\ a_nb_n \end{pmatrix}$$

Este suficient să introducem o singură literă cu indici

$$\begin{vmatrix} a_{11}, & a_{12}, & \ldots, & a_{1n} \\ a_{21} & & & \\ \cdot & & & \\ a_{n1} & a_{n2}, & \cdot & , a_{nn} \end{vmatrix}$$

În loc de [ ] şi ( ) se pot pune || ||. Simbolizări ale **m.** $[a_{ij}]$, $||a_{ij}||$, $[M]_{n\times m}$ sau simplu $M_i$ (o variabilă pe o mulţime de **m.**). Expresia $m\times n$ reprezintă ordinul **m.** În matematică putem aduna sau înmulţi **m.** Exemplificăm adunarea matricelor: $||a_{ij}|| + ||b_{ij}|| = ||c_{ij}||$ (unde $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$). Are sens să adunăm numai **m.** cu aceleaşi dimensiuni $m\times n$: $(M_{m\times n} + N_{m\times n})$. Se adună după reguli precis indicate elementele care ocupă aceeaşi poziţie în **m.** (ex $a_{12}$ cu $b_{12}$). Ca exemple de adunare vom lua corpurile Galois (modulo 3); deci $M_{3\times 3}$ cu $N_{3\times 3}$, notate cu $M_1$, $M_2$.

$$M_1 = \begin{Vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{Vmatrix} \qquad M_2 = \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix}$$

$$\begin{Vmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & 2 \end{Vmatrix} + \begin{Vmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{Vmatrix} = \begin{Vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 2 \\ 2 & 0 & 1 \end{Vmatrix}$$

Exemple. adunăm pe 2 cu 2 (din poziţiile $a_{33}$, $b_{33}$) efectuînd $2 + 2 = 4$, $\frac{4}{3} = 1$; 1, ca urmare $2 + 2 = 1$ (conform cu adunarea după modulo 3).

În logică **m.** sînt pe larg utilizate *(v. funcţie de adevăr, f n. minime)*.

**MATRICE A FORMULEI** *(v. prefixul formulei)*.

**MATRICE DE ADEVĂR,** tabel prin care se definesc *funcţiile de adevăr* (*v.*).

**MAXIMAL NECONTRADICTORIU,** clasă de formule care este necontradictorie şi orice extindere a ei este contradictorie. În legătură cu aceasta se formulează următoarea metateoremă: orice clasă de formule necontradictorie poate fi extinsă pînă la o mulţime de formule **m. n.** O mulţime de axiome care nu mai poate fi extinsă (prin anexarea unei axiome independente) este **m. n.**

**MAXITERMEN** *(v. mintermen)*.

**MEREOLOGIE,** sistem de logică bazat pe relaţia parte-întreg elaborat de logicianul polonez Lesniewski.

**METALIMBAJ,** limbajul în care este studiat un limbaj dat numit *limbaj-obiect*. Distincţia a fost introdusă de R. Carnap şi A. Tarski sub influenţa lui D. Hilbert care a introdus termenul de *metamatematică* în corelaţie cu *matematica*. Originea utilizării prefixului *meta* trebuie căutată însă în antichitate. Aristotel l-a folosit în denumirea *metafizica*

(= meta — fizica) De regulă m. nu este formalizat El cuprinde o parte din limbajul uzual și unele simboluri speciale. Notînd limbajul-obiect cu *L* vom nota cu *ML* m. Expresiile m. constau din : a) denumiri pentru expresii din limbajul-obiect (adică „nume proprii" pentru astfel de expresii), b) termenii generali pentru clase de expresii din m. și pentru proprietăți, c) expresii generale de natură logică, d) unele simboluri speciale, e) traduceri ale expresiilor din limbajul-obiect f) modul de citire a eventualelor expresii simbolice din *L*. **M.** poate fi specializat în funcție de laturile limbajului-obiect supuse studiului · sintactic, semantic, pragmatic. Orice **m.** la rindul său poate fi supus studiului și în acest caz el devine limbaj-obiect, iar propriul său **m.** se va numi meta-metalimbaj (*MML*). Cum ierarhia poate merge la infinit se presupune că practic ne oprim undeva, limbajul care va rămîne deasupra (nesupus reflecției) va fi *limbajul universal* Uneori prefixul *meta* se va aplica și la expresiile din **m.** *(metaexpresie, metatermen, metapropoziție)* Exemple de expresii din *L* și *ML*. Fie *L* limbajul aritmetic. *a*) 2 + 3 = 5 (expresie în *L*), b) Expresia *a* (nume propriu al expresiei în *L*) ; c), *a* este expresie adevărată (metapropoziție) ; d), *a* este o propoziție de relație (metapropoziție), e) Propozițiile din *L* (termen general în *ML*) ; f) Necontradicția (termen de natură logică generală) Condițiile de construcție a limbajului obiect sînt formulate în **m.** De ex., regulile limbajului sint propoziții în *ML* (V. *metateorie, metalogică*).

**METALOGICA,** teorie a sistemelor logice, altfel spus, metateorie a teoriilor logice Studiază teoriile logice din punctul de vedere al conținutului, formei, problemelor, metodelor, limbajului și supozițiilor filosofice (V. și *semiotica logică*).

**METAMATEMATICA,** termen introdus de D Hilbert, pentru a desemna teoria demonstrațiilor formalizate Într-un sens mai restrîns **m.** desemnează cercetările destinate fundamentării logice a matematicii de pe pozițiile formalismului Dacă avem în vedere lucrarea celebră a lui Kleene *Introducere în metamatematica* atunci termenul **m.** este sinonim cu *logica matematicii* adică cu *logica matematică* (într un sens *restrîns*) *(v. logică matematică)* Paul Lorenzen a semnalat un aspect paradoxal în utilizarea acestui termen metamatematica (= teorie despre structura logică a matematicii) este ea însăși disciplină matematică. Ieșirea din această stare paradoxală nu se poate face decît admițînd că, indiferent de mijloacele folosite, metamatematica este o ramură a *logicii aplicate*, altfel spus este *logică aplicată* O altă lucrare *Matematica metamatematicii* de Rasiowa și Sikorski sugerează la rîndul său că metamatematica poate fi studiată din punct de vedere matematic. Or aceasta implică faptul că există aci următoarele nivele de abstracție a) un domeniu de informație (mai mult sau mai puțin organizat) numit *matematică* (cu ramurile principale — teoria mulțimilor, teoria numerelor și geometria), b) un studiu logic al acestui domeniu numit *metamatematică*, c) un studiu mulțimisto-structural al metamatematicii. În acest fel termenii *logică* și **m.** au pe lîngă sensul de bază sensuri *relative* la nivelul de abstracție. Rasiowa și Sikorski definesc m. drept „teorie care studiază teoriile matematice formalizate" Or, acestea — teoriile matematice formalizate — constituie mai degrabă *scopul* decît *obiectul* studiului. Metamatematica studiază teoriile matematice în *vederea* formalizării lor *(V și metalimbaj, metateorie, metalogică)*.

**METATEOREMĂ,** teoremă componentă a unei *metateorii* (*v*) De ex, afirmația „*Principia Mathematica* este un sistem necontradictoriu" este

o m. La fel afirmaţia „Orice formulă este echivalentă logic cu forma ei normală".

**METATEORIE,** studiu asupra unei teorii sau clase de teorii. Conţinutul m. depinde de ceea ce se înţelege prin *teorie (v. teorie)* şi de mulţimea punctelor de vedere pe care le adoptăm în studiul teoriei. Scopul m. este construirea unei teorii perfecte din punct de vedere logic şi eficiente sub raport pragmatic (termenul *pragmatic* trebuie luat în sens foarte general). Putem considera teoria în sensul cel mai sărac al cuvîntului (suficient de strict însă) ca *mulţime de propoziţii* (formule) *organizată logic* (deductiv), sau, urmînd practica ştiinţifică, putem înţelege *teoria* ca avînd cel puţin două straturi logice **1)** teoria in sensul *cel mai sărac* al cuvîntului; **2)** un minimum de *propoziţii metateoretice* (relative la o astfel de teorie) ca, de ex., regulile de deducţie, reguli de rezolvare (adică metodele) şi uneori chiar regulile de definiţie Acest mod uzual de a înţelege *teoria* este aşa dar un complex *teoretico-metateoretic* nu *teorie pură*, sau m. *pură* În acest caz, ceea ce vom numi m. va fi în realitate o *meta-metateorie* Avem aşa dar: $T$ (teorie pură), $T^*$ (teoria pură plus minimum de mijloace metateoretice), deci în mod corespunzător $MT$ sau $MT^*$ (m.). Fiind mai eficient să considerăm teoria în sensul $T^*$, vom înţelege prin m. $MT^*$ Pe de altă parte, este necesar să avem in vedere că nici o m. nu este pură, căci in ea intervin adesea noţiuni şi propoziţii de nivel superior ei. Ca urmare, idealul unor logicieni de a distinge strict *teoreticul* de *metateoretic* nu este practic realizabil şi nici de dorit. Pornind aşa dar de la *conceptele pure* vom devia de la ele in conformitate cu practica ştiinţifică şi cerinţele pragmatice Ce studiază aşa dar m. (în sensul acceptat)? a) Forma, problemele şi metodele teoriei, b) limbajul teoriei (aspectele sintactic, semantic şi pragmatic), c) problemele filosofice ale teoriei. La aceste capitole mari adăugăm. definiţia şi conţinutul teoriei, precum şi, eventual, unele probleme privind relaţiile logice sau istorice cu alte teorii. M. dispune de un alt limbaj decît teoria, cel mai adesea neformalizat şi *oricum nu în totalitate* formalizat. Ea nu trebuie să fie însă confundată cu *metalimbajul* (v.)

**METODA COEFICIENŢILOR NEDETERMINAŢI,** metodă de aflare a formei normale minime Fie o funcţie $f(p_1, p_2, \ldots, p_n)$. 1) Se scriu toate conjuncţiile prime de 1, 2, ... şi $n$ variabile. De ex: $p_1$, $\bar{p}_1$, $p_1p_2$, $p_1\bar{p}_2$, $\bar{p}_1p_2$, ..., $p_1p_2$, ..., $p_n$. 2) Se determină pentru fiecare conjuncţie primă coeficientul $K^i_j$, unde $i$ = valorile (notate in sistemul binar) care transformă conjuncţia în 1, iar $j$ = seria de numere care reprezintă variabilele respectivei conjuncţii prime. Fie, de ex., conjuncţia $p_1\bar{p}_2p_3$ coeficientul va fi $K^{101}_{123}$. Coeficientul se scrie în faţa conjuncţiei prime. $K^{101}_{123}\, p_1\bar{p}_2p_3$ Termenii astfel constituiţi formează o formă normală disjunctivă (cu coeficienţi). Exemplu de aplicare a regulilor (1) şi (2):

$$f(p_1, p_2) = K^1_1p_1 \vee K^0_1\bar{p}_1 \vee K^1_2p_2 \vee K^0_2\bar{p}_2 \vee K^{11}_{12}p_1p_2 \vee K^{10}_{12}p_1\bar{p}_2 \vee K^{01}_{12}\bar{p}_1p_2 \vee$$
$$\vee K^{00}_{12}\bar{p}_1\bar{p}_2$$

3) Scriem disjuncţiile de constituenţi care transformă funcţia în 1 şi disjuncţiile care transformă funcţia în 0. În acest scop putem scrie numai coeficienţii. Pentru $f(p_1, p_2) = (p_1p_2 \vee p_1\bar{p}_2 \vee \bar{p}_1\bar{p}_2$ vom obţine

$$K^1_1 \vee K^1_2 \vee K^{11}_{12} = 1$$
$$K^1_1 \vee K^0_2 \vee K^{10}_{12} = 1$$
$$K^0_1 \vee K^1_2 \vee K^{01}_{12} = 0$$
$$K^0_1 \vee K^0_2 \vee K^{00}_{12} = 0$$

Să verificăm fiecare disjuncție în parte pentru funcția $f(p_1, p_2) = p_1p_2 \vee p_1\bar{p}_2 \vee \bar{p}_1\bar{p}_2$. Pentru prima disjuncție avem $f(1, 1)$. Într-adevăr $p_1 = 1$ și $p_2 = 1$ transformă primul membru al disjuncției în 1, $p_1p_2 = 1$, or este deajuns ca un membru al disjuncției să se transforme în 1 pentru ca întreaga disjuncție $f(p_1, p_2)$ să devină 1. Pentru a doua disjuncție avem $f(1, 0)$, ceea ce transformă membrul $p_1\bar{p}_2$ în 1 și deci toată disjuncția devine 1 Pentru a treia disjuncție avem $f(0, 1)$ ceea ce transformă fiecare membru al disjuncției în 0 și deci toată disjuncția ia valoarea 0 Într-adevăr $p_1p_2 = 01 = 0$, $p_1\bar{p}_2 = 0\bar{1} = 0$, $\bar{p}_1\bar{p}_2 = \overline{01} = 0$. Analog procedăm pentru disjuncția patru unde avem $f(0, 0)$. În rezumat avem

$$K_1^1 \vee K_2^1 \vee K_{12}^{11} = 1$$
$$K_1^1 \vee K_2^0 \vee K_{12}^{10} = 1$$
$$K_1^0 \vee K_2^0 \vee K_{12}^{00} = 1$$
$$K_1^0 \vee K_2^1 \vee K_{12}^{01} = 0$$

4) Coeficienții care se află în disjuncția cu valoarea zero îi izolăm și restul scriem ·

$$K_1^1 \vee K_{12}^{11} = 1$$
$$K_1^1 \vee K_{12}^{10} = 1$$
$$K_2^0 \vee K_{12}^{00} = 1$$

5) Dacă un coeficient este conținut în altul atunci cel care-l conține este șters. Vom reține deci. $K_1^1 = 1$, $K_1^1 = 1$, $K_2^0 = 1$
Forma normală disjunctivă minimă va fi formată din acești coeficienți $K_1^1 \vee K_2^0$, adică $p_1 \vee \bar{p}_2$

**METODA CONCORDANȚEI**, metodă inductivă de descoperire a legăturii cauzale Fie o serie de complexe cauzale ale unui fenomen *a*. Dacă complexele cauzale observate concordă într-o singură împrejurare (fenomen) atunci probabil acea împrejurare este cauza fenomenului dat. Schemă:

$$\begin{array}{l} A\ B\ C\ D \ - \ a \\ A\ B\ E\ F \ - \ a \\ A\ G\ H\ I \ - \ a \\ \hline \quad\quad\ \ A \ - \ a \end{array}$$

Problema care se pune aici este recunoașterea elementului comun (= a împrejurării) *A* în complexele *ABCD*, *ABEF*, *AGHI* ș.a. Această metodă se bazează pe însușirea simplă că dacă este prezentă (apare) cauza este prezent (apare) efectul *(adveniente cauza, advenit effectus)* David Brewster a cercetat cauza culorii și liniilor sidefului. S-ar putea crede că aceasta constă în proprietățile chimice sau fizice ale sidefului S-a întîmplat însă că a luat amprenta sidefului pe ceară de albine și pe smoală și a văzut culorile reproduse pe aceste amprente. A luat amprenta pe alte materiale (plumb, gumă arabică ș.a.), a constatat același lucru. În toate aceste substanțe diferite identică era forma *(amprenta)* lăsată de sidef. Ca urmare, s-a conchis că forma sidefului este cauza culorilor sale.

**METODA CONCORDANȚEI ȘI DIFERENȚEI**, metodă de inducție cauzală care îmbină *metoda concordanței* (v.) cu *metoda diferențelor* (v.). Dacă o circumstanță *A* care concordă într-o serie de grupuri de circumstanțe ale unui fenomen *a* este prezentă cînd este prezent *a* și este absentă

cînd este absent $a$, atunci această circumstanţă $A$ este probabil cauza lui $a$. Se consideră aşa dar $n$ grupuri de circumstanţe şi dacă comparăm pe cele în care apare $a$ cu cele în care nu apare $a$ descoperim (cu mare probabilitate) cauza lui $a$. Ca exemplu, putem lua fenomenul creşterii infracţiunilor în diferite localităţi. Creşterea criminalităţii concordă cu existenţa anumitor circumstanţe (de ex., sărăcirea oamenilor, analfabetismul ş.a.). Dacă luăm apoi alte localităţi în care infracţiunile n-au crescut şi constatăm că aceste localităţi diferă de primele tocmai prin absenţa respectivelor circumstanţe. atunci putem conchide că existenţa respectivelor circumstanţe este cauza creşterii infracţiunilor în localităţile indicate.

**METODA DE SIMPLIFICARE PRIN ÎNCERCĂRI,** metodă bazată pe un număr mic de legi ale *algebrei booleene*

(1) $(A + B)(A + C) = A + BC$ (1′) $AB + AC = A(B + C)$

(2) $A + \bar{A} = 1$ (2′) $A\bar{A} = 0$

(3) $A + A = A$ (3′) $AA = A$

(4) $A + AB = A$ (4′) $A(A + B) = A$

(5) $A + \bar{A}B = A + B$ (5′) $A(\bar{A} + B) = AB$

(6) $AC + \bar{A}C + BC =$
$= (A + B)(\bar{A} + C) = AC + \bar{A}B$

Uneori înainte de a simplifica este nevoie să complicăm termenii ceea ce se face prin distribuirea disjuncţiilor faţă de conjuncţia $X\bar{X}$ sau a conjuncţiei faţă de disjuncţia $X + \bar{X}$ (unde $X$ este variabila care se adaugă).

Exemplu: a) $f = A\bar{B} + C + \bar{A}\bar{C}D + B\bar{C}D$. Aplicăm formula (5) ultimilor trei membri şi obţinem: b) $f = A\bar{B} + C + \bar{A}D + BD$. Într-adevăr: $C + \bar{A}\bar{C}D = C + \bar{A}D$
$C + B\bar{C}D = C + BD$. La formula b) se aplică apoi (1) şi obţinem c) $f = A\bar{B} + C + D(\bar{A} + B) = A\bar{B} + C + D\overline{A\bar{B}}$. De unde aplicînd (5) la $A\bar{B}$, $D\overline{A\bar{B}}$ obţinem d) $f = A\bar{B} + C + D$, ceea ce este forma simplificată.

**METODA DIAGONALELOR,** metodă introdusă de Cantor în vederea demonstrării existenţei numerelor transcendente. Se vorbeşte chiar de „raţionamentul diagonal" şi se aplică într-un sens mai larg, decît l-a conceput Cantor *(v. paradoxul lui Richard)*. Se construieşte un tabel cu două intrări, tabel, evident, neincheiat şi care poate creşte la infinit. Fie cazul funcţiilor aritmetice monadice (exemplu dat de Kleene): $f_0(a)$, $f_1(a)$, $f_2(a)$, ... (mulţime numărabilă, ordonată şi infinită). Se poate construi o funcţie dacă raţionăm pe baza următorului tabel.

| $a$ | 0 | 1 | 2 | ..... |
|---|---|---|---|---|
| $f_0(a)$ | $f_0(0)$ ↘ | $f_0(1)$ | $f_0(2)$ | |
| $f_1(a)$ | $f_1(0)$ | $f_1(1)$ ↘ | $f_1(2)$ | |
| $f_2(a)$ | $f_2(0)$ | $f_2(1)$ | $f_2(2)$ | |
| .. | | .. | ... | |

În stînga tabelului avem funcţiile, în dreapta expresiile pentru valorile corespunzătoare (0, 1, 2, ..). Valorile funcţiilor formează un şir pe diagonală (aşa cum se indică de către săgeţi), de unde şi denumirea **m. d.** sau *raţionamentul diagonal*. Definim $f(a)$ astfel: $f(a) = f_a(a) + 1$

şı presupunem că $f_a(a)$ ıa valorile de pe diagonală. Prin definiţie $f(a)$ este diferită cu o unitate de oricare funcţie din şir şi prin urmare valorile ei nu se află pe diagonală Să presupunem că $f(a)$ se află printre funcţııle indicate. În acest caz există indicele $k$ astfel că $f(a) = f_k(a)$, ındiferent care ar fı numărul natural $k$ Or aceasta înseamnă că putem presupune $k = a$ şi deci $f(k) = f_k(k) = f_k(k) + 1$ ceea ce contrazice principiul identıtăţii şi, decı, e falsă Prın urmare, presupunerea că $f(a)$ se află printre funcţiile noastre este falsă.

**METODA DIAGRAMELOR KARNAUGH,** metodă de mınımızare bazată pe diagramele corespunzătoare (v. *dıagrame Karnaugh*) Problema minimizării pe această cale prezintă mai multe aspecte · a) construirea matricei Karnaugh pornind de la funcţia dată ; b) aflarea funcţiei pe baza unei matrice Karnaugh ; c) formularea regulilor de minimizare în funcţie de numărul de variabile conţinute de funcţie

Analizăm cazul funcţiilor cu patru variabile (cu 3 şi 2 nu sînt interesante). Operatorul „&" este omıs, ıar „+" este disjuncţia. O matrice cu 4 variabile are 16 celule (= pătrăţele) Fie funcţia $f(A, B, C, D) = \bar{A}B + \bar{B}\bar{C} + \bar{B}\bar{D} + BCD$. Un membru al lui $f$ acoperă un minitermen aflat într-o căsuţă şı în genere el acoperă toţi minitermenii în care este conţinut. Astfel $\bar{A}B$ acoperă minitermenii $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$, $\bar{A}B\bar{C}D$, $\bar{A}BCD$, $\bar{A}BC\bar{D}$ ; $\bar{B}\bar{C}$ acoperă minitermenii $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$, $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, $A\bar{B}\bar{C}D$; $\bar{B}\bar{D}$ acoperă minitermenii $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, $\bar{A}\bar{B}C\bar{D}$, $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, $A\bar{B}C\bar{D}$ ; iar $BCD$ acoperă minitermenii $ABCD$ şi $\bar{A}BCD$. Ca urmare vom avea matricea ·

| | | AB 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|
| | 00 | 1 | 1 | | 1 |
| CD | 01 | 1 | 1 | | 1 |
| | 11 | | 1 | | |
| | 10 | 1 | 1 | | 1 |

Matricea 1

Aflarea funcţiei pe baza matricei. Avem o matrice în care anumite celule sînt complectate cu cifra 1. Aflarea funcţiei depinde de capacitatea de a distinge anumite configuraţii. Noţiunea de *configuraţie* se defineşte ca o reuniune de celule (= pătrăţele) învecınate, astfel că una sau mai multe litere au valoare constantă. Trebuie să definim noţiunea de *vecındtate.* a) Două celule sînt vecıne dacă sînt alăturate pe acelaşi rînd sau pe aceeaşi coloană. b) Două celule sînt vecine dacă se află pe extremităţile unui rînd sau pe extremităţile unei coloane. Cazul a) e sımplu de exemplificat

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | 1 | 1 |
| | | | |
| | 1 | | |
| | 1 | | |

Pentru cazul b) să ne imaginăm că matricea este înfăşurată pe orizontală sau pe verticală în jurul unui cilindru astfel că marginile devin vecine două cîte două (rîndul superior cu cel inferior şi coloana din extrema dreaptă cu cea din extrema stîngă).

a)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | | |
| | | | |
| | 1 | | |

b)

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| 1 | | | 1 |
| | | | |

Matricea 2

Iată acum şi exemple interesante de configuraţii. a) Configuraţia formată din două celule (aflate pe acelaşi rînd sau pe aceeaşi coloană) (matricea 1). b) Configuraţia formată din două celule aflate pe extreme (matricea 2). c) Configuraţia formată din 4 celule. Avem mai multe cazuri (matricea 3).

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| | | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | | |
| | 1 | | |
| | 1 | | |
| | 1 | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | | | |
| 1 | 1 | | |
| 1 | 1 | | |
| | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | |
| | | | |
| | | | |
| | 1 | 1 | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | | 1 |
| | | | |
| | | | |
| 1 | | | 1 |

Matricea 3

Cazurile sînt deci (1) un rînd (oarecare), (2) o coloană (oarecare), (3) un pătrat de patru celule (plasat oriunde), (4) pătrat format prin alăturarea marginilor (în exemplul nostru rîndurile extreme), (5) pătrat format prin unirea colţurilor (ceea ce se obţine considerînd marginile alăturate două cîte două). d) Configuraţia formată din 8 celule. Avem următoarele cazuri: (1) două rînduri apropiate, (2) două coloane apropiate, (3) două rînduri pe extreme, (4) două coloane pe extreme

Pentru a determina constantele şi variabilele în cazul expresiilor cu patru litere ne folosim de următoarele reguli: 1) o configuraţie formată din două celule are trei litere constante şi una variabilă, 2) o configuraţie care constă din patru celule are două litere constante şi două variabile,

3) o configurație care constă din opt celule are o literă constantă și trei litere variabile. Luăm ca exemplu fig. 1, configurația formată din celulele aflate în cele 4 colțuri Vom avea două litere constante $B = D = 0$ și două litere variabile $A = 0$, $B = 0$; $A = 0$, $B = 1$; $A = 1$, $B = 0$, $A = 1$, $B = 1$. Reținem produsul literelor constante, adică $\bar{B}\bar{D}$ (corespunzător expresiei binare 00). Cum alegem configurațiile? a) Pornim de la celule care aparțin unei *singure* configurații, b) Alegem configurațiile cu celule care aparțin la mai multe configurații, c) Alegem configurațiile în așa fel încît fiecare să cuprindă numărul maxim posibil de celule. Reguli pentru a scrie expresiile direct din matrice: 1) pentru configurația de două celule este important să reținem că dacă se află pe orizontală atunci semnificația constantă are rînduri diferite, dacă se află pe verticală atunci semnificația constantă are coloane diferite, 2) dacă configurația este formată dintr-un rînd complet sau dintr-o coloană completă atunci *denumirea rîndului* (coloanei) (= literele aflate la capăt) va fi expresia căutată, 3) dacă configurațiile au formă de *pătrat* atunci reținem două litere cu semnificația constantă, ele sînt în număr de două, 4) dacă avem configurații de opt celule atunci o singură literă are semnificație constantă. Exercițiu. Pentru simplitate vom da funcția prin numerele ei $f(0, 1, 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9, 11, 15)$. Matricea va fi

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 4 | 12 | 8 |
| 1 | 5 | 13 | 9 |
| 3 | 7 | 15 | 11 |
| 2 | 6 | 14 | 10 |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | 1 | | 1 |
| 1 | | | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | | |

Matricea 4

Alegem configurațiile. Mai întîi izolăm celulele care nu pot face parte decît dintr-o singură configurație. Însemnăm configurațiile alese cu bucle. (Convenim să notăm celulele cu două numere — numărul rîndului și respectiv al coloanei. De ex., (2,4) înseamnă rîndul 2, coloana 4.) Se observă că celula (1, 2) nu poate fi inclusă decît într-o configurație, la fel celulele (1, 4), (2, 4), (3, 3). Alegem configurațiile. Avem: ((1, 1), (1, 2), (4, 1), (4, 2)), (rîndul 3), ((1, 1), (2, 1), (1, 4), (2, 4)). Fiecare celulă trebuie să fie inclusă într-o configurație. Ea nu trebuie să apară în două configurații decît dacă altfel nu se poate Configurațiile noastre sînt de 4 celule, prin urmare fiecare va avea cîte două litere constante. Le aflăm:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 |
| $\bar{A}$ | – | – | $\bar{D}$ |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 1 | 1 |
| 0 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 1 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 1 | 1 |
| A | – | C | D |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 0 | 1 |
| 1 | 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 |
| – | $\bar{B}$ | $\bar{C}$ | – |

Forma minimă va fi $\bar{A}\bar{D} + CD + \bar{B}\bar{C}$. Există cazuri în care putem construi mai multe forme minime. Fie funcția $f = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{B}C\bar{D} + \bar{A}BC + ABD + A\bar{B}\bar{C}$. Matricea funcției va fi

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | | 1 |
| | | 1 | 1 |
| | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | | |

Se pot alege două grupe de configurații ca în matricele următoare:

| | 00 | 01 | 11 | 11 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | 1 | | | 1 |
| 01 | | | 1 | 1 |
| 11 | | 1 | 1 | |
| 10 | 1 | 1 | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | | | 1 |
| | | 1 | 1 |
| | 1 | 1 | |
| 1 | 1 | | |

$f_1 = \bar{B}\bar{C}\bar{D} + A\bar{C}D + BCD + \bar{A}C\bar{D}$
$f_2 = \bar{A}\bar{B}\bar{D} + \bar{A}BC + ABD + A\bar{B}\bar{C}$

Alt caz interesant este atunci cînd avem „membri condiționați". Membri condiționați ai funcției sînt aceia care pot lua valoarea 1 sau 0, indiferent care, neinfluențînd rezultatul. Îi putem considera cum ne convine pentru a obține configurații cît mai largi. Considerăm funcția $f = \bar{A}B\bar{C}\bar{D} + AB\bar{C}\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + A\bar{B}CD$. Următoarele condiții nu au loc, ele pot lua valoarea 1 sau 0 (indiferent care) $\bar{A}\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, $A\bar{B}\bar{C}\bar{D}$, $\bar{A}\bar{B}\bar{C}D$, $\bar{A}\bar{B}CD$, $\bar{A}B\bar{C}D$, $AB\bar{C}D$, $\bar{A}BC\bar{D}$, $ABC\bar{D}$. Notăm valoarea lor cu Ø. Formăm matricea

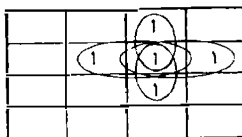
| | 00 | 01 | 11 | 10 |
|---|---|---|---|---|
| 00 | Ø | 1 | 1 | Ø |
| 01 | Ø | 0 | Ø | 1 |
| 11 | Ø | | | 1 |
| 10 | | Ø | Ø | |

Pentru a obține configurații cu un număr cît mai mare de membri putem considera Ø = 1.

| | |
|---|---|
| 0000 | 0001 |
| 0001 | 0011 |
| 0101 | 1001 |
| 1001 | 1011 |
| $- - \bar{C} -$ | $- \bar{B} - D$ |

Forma căutată este $\bar{C} + \bar{B}D$.

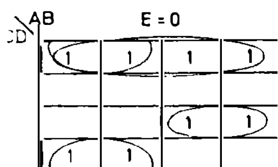
Dăm un exemplu de suprapunere a mai multor bucle.



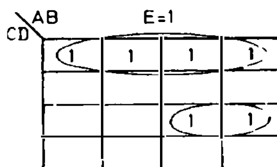
$$f = AB\bar{C} + B\bar{C}D + ABD + A\bar{C}D$$

Se observă că minitermenul $AB\bar{C}D$ intră în combinaţie cu toţi ceilalţi.

*Diagrama cu cinci şi şase variabile.* O diagramă cu cinci variabile se descompune în două diagrame cu patru variabile raportate la valorile 0 şi 1 ale celei de a cincea variabile. Apoi se pot combina celule care ocupă poziţii simetrice în cele două diagrame.




a)




b)

Buclele de pe rîndurile unu sînt identice, la fel buclele de pe rîndul trei. Ele pot fi reunite

| A | B | C | D | E | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 | |
| 1 | 1 | 0 | 0 | 0 | (diagrama a) |
| 1 | 0 | 0 | 0 | 0 | |

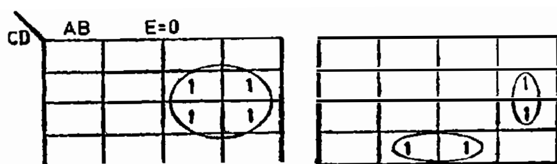
Dacă adăugăm combinaţiile de la diagrama b) rămîn identice doar coloanele $CD$, prin urmare vom scrie rezultatul $\bar{C}\bar{D}$ Pentru celelalte bucle cu poziţii identice avem

| A | B | C | D | E | |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | (diagrama a) |

Adăugind bucla de la diagrama b) se schimbă doar coloana lui $E$, în acest fel rămîn identice coloanele $ACD$, deci rezultatul va fi $ACD$. Avem în fine bucla de la diagrama a)

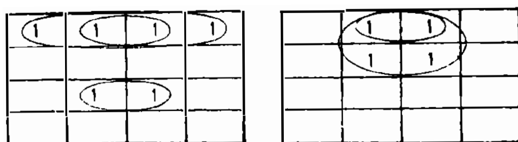
| A | B | C | D | E |
|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 | 0 | 0 |
| 0 | 1 | 1 | 0 | 0 |

Rezultatul este $\bar{A}D\bar{E}$ Prin urmare, forma minimă va fi $\bar{C}\bar{D} + ACD + A\bar{D}\bar{E}$. Alt exemplu: o configurație din a) conține o configurație din b).



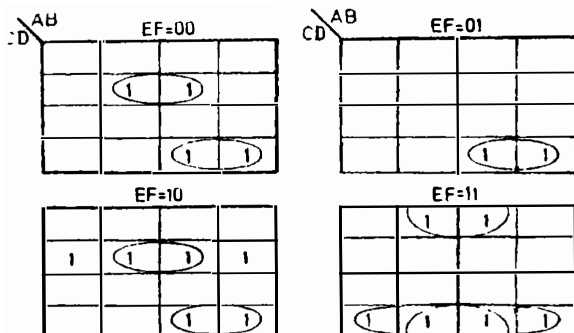

$f = A\bar{B}D + \bar{E}AD + EBC\bar{D}$

Al treilea exemplu din cazul în care o configurație este conținută în altele mai mari din a) și b)




$f = \bar{C}\bar{D}\bar{E} + B\bar{C}E + BCD\bar{E}$

Diagrama cu 6 variabile se descompune în patru diagrame în raport cu valorile $EF = 0\,0$, $EF = 0\,1$, $EF = 10$, $EF = 11$.




$f = AC\bar{D} + B\bar{C}D\bar{F} + C\bar{D}EF + \bar{C}DE\bar{F} + B\bar{D}EF$

**Cazul funcției inverse.** O funcție inversă lui $f$ (adică $\bar{f}$) se obține considerînd celulele rămase vide după alegerea celulelor cu 1. Celulele vide vor fi complec-

tate cu 0 şi vom proceda în ce priveşte configurațiile ca şi în cazul lui *f*.

| CD \ AB | | | | |
|---|---|---|---|---|
| | 1 | 1 | 1 | 1 |
| | 0 | 1 | 1 | 0 |
| | 0 | 0 | 0 | 0 |
| | 1 | 0 | 0 | 1 |

| *A* | *B* | *C* | *D* | | *A* | *B* | *C* | *D* |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 1 |
| 0 | 0 | 1 | 1 | | 0 | 1 | 1 | 0 |
| 1 | 0 | 0 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 |
| – | $\bar{B}$ | – | *D* | | – | *B* | *C* | – |

$\bar{f} = \bar{B}D + BC$
$f = BC + \bar{B}D$

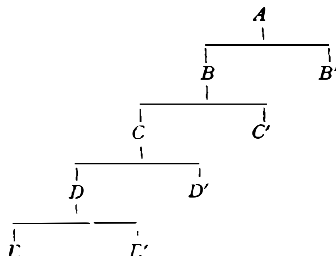
(Petitclerc, A., *Traité des ordinateurs*, 1979.)

**METODA DIFERENȚELOR**, metodă inductivă de descoperire a legăturii cauzale. Fie un fenomen *a* care apare într-un grup de circumstanțe *C* dacă *a* este absent şi există o circumstanță *A* din grup care este de asemenea absentă (*sublata causa, tollitur effectus*) atunci A este probabil cauza lui a Schemă

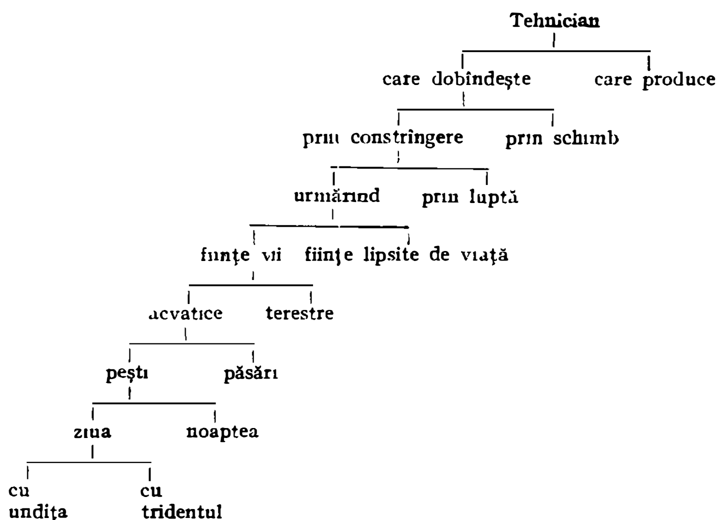
$$\frac{\begin{array}{l} ABCD - a \\ BCD\ - \end{array}}{A - a}$$

Vrem să aflăm cauza căderii cu viteze diferite a corpurilor. Considerăm căderea corpurilor în aer şi în vid Se constată că dacă toate însuşirile corpurilor rămîn aceleaşi şi, de asemenea, alte împrejurări (de ex. forța gravitației) şi dacă schimbăm doar împrejurarea „căderea în aer" cu „căderea în vid" vom constata că în al doilea caz toate corpurile cad la fel. Prin urmare, cauza vitezei diferite a căderii corpurilor este *rezistența aerului*, căci în prezența ei corpurile cad cu viteze diferite, în timp ce în absența ei viteza de cădere este egală

**METODA DIVIZIUNII ŞI REUNIRII**, metodă utilizată pe larg de Platon în dialogurile sale. Această metodă constă în aflarea definiției noțiunilor printr-o succesiune de dihotomii şi reunirea unora dintre alternative. Schema este următoarea.



La sfîrşit se produce reunirea; de ex.: $X = ABCDE$. Faptul că am ales din dihotomie prima alternativă nu este important, s-ar fi putut întîmpla să avem: $X = AB'CDE'$. Iată definiţia *pescarului* din *Sofistul*.




În reunire avem Pescar = tehnician care dobîndeşte prin constrîngere, urmărind fiinţele vii, acvatice care sînt peşti, operînd ziua cu undiţa. La Platon *dialectica* este în esenţă confundată cu această metodă.

**METODA EXTENSIUNII ŞI INTENSIUNII**, metodă semantică elaborată de R. Carnap ca o alternativă la *metoda relaţiei de denumire* (Frege). Carnap numeşte expresiile de care se ocupă *designatori*. Fiecarui designator îi asociază o *extensiune* şi o *intensiune*. Conceptul de bază (în ordine definiţională) este conceptul de *adevăr*. Designatorii sînt: expresiile individuale (nume proprii sau descripţii), predicatorii (expresiile predicative) şi propoziţiile (declarative). Termenii *extensiune* şi *intensiune* i-au fost sugeraţi lui Carnap de logica obişnuită (exact de la termenii *clasă* şi *proprietate*, dar el îi defineşte într-un mod esenţialmente diferit, bazîndu-se pe *generalizarea structurală* (*v.*). Spre deosebire de *metoda relaţiei de denumire* (*v.*), care „consideră o expresie într-un limbaj drept nume al unei entităţi concrete sau abstracte" metoda lui Carnap tratează o expresie doar „ca posedînd o intensiune şi o extensiune". Pentru o exemplificare completă metoda este dezvoltată pe un limbaj concret $S_1$ (constituit din simbolismul logicii propoziţiilor şi predicatelor şi unele constante descriptive, nelogice). Conceptul de *adevăr* e luat ca nedefinit. Se dau *reguli de adevăr* pentru diferite forme de *propoziţii atomare* (*v.*) sau *moleculare* (*v.*) din $S_1$. Carnap distinge

apoi intre adevărul logic şi adevărul factual (pe scurt *L-adevărul* (*v.*) şi *F-adevărul* (*v.*) iar pe baza acestei distincţii introduce alte *L-concepte* şi *F-concepte*. Termenul *factual* este identificat cu ceea ce *nu este logic determinat* (este L-indeterminat), Carnap îl consideră ca un explicant pentru ceea ce Kant a numit „judecăţi sintetice" Falsul, implicaţia, echivalenţa, determinarea se divid fiecare în *facturale* şi *logice* (de ex *L-echivalenţa* (*v.*) şi *F-echivalenţa* (*v.*). Prin aceasta se obţin trei clase de concepte cele bazate pe *adevăr* (fără vreo specificaţie), *L-conceptele* şi *F-conceptele* (de ex echivalenţă, L-echivalenţă şi F-echivalenţă). Pe baza echivalenţei şi L-echivalenţei Carnap defineşte respectiv expresiile „a avea aceeaşi exteusiune" şi „a avea aceeaşi intensiune" pentru două expresii (designatori) oarecare În forma cea mai generală definiţiile sînt: 1) Doi desiguatori au *aceeaşi extensiune* (în $S_1$) = d f ei sînt echivalenţi (în $S_1$); 2) Doi designatori *au aceeaşi intensiune* (în $S_1$) = d f ei sînt L-echivalenţi (în $S_1$). Eliminiud $S_1$ rămînem cu simple scheme de definiţii. Cercetează apoi care sîut extensiunea şi intensiunea pentru predicatori În acest sens porneşte de la noţinnile tradiţionale *sferă* şi *conţinut* şi reţine ca extensiune a predicatului *clasa* (iudivizilor), iar ca intensiune *proprietatea*. Dificultatea constă în faptul că el confundă termenii generali cu termenii pentru proprietăţi (generale) De ex.. „om" cu „proprietatea OM" Carnap respinge poziţia realistă şi subiectivistă în problema universaliilor (aici în problema proprietăţilor), dar ferindu-se de orice poziţie filosofică („metafizică") el pluteşte în vag încercînd să se delimiteze negativ (proprietatea nu e ceva subiectiv, nici ceva în sensul lui Platon) sau cu referire la ştiinţele particulare (proprietatea e folosită în sens fizic, în sensul în care apare în expresiile oamenilor de ştiinţă). Reţinem ca esenţiale următoarele 1) proprietatea e ceva fizic, ceva ce aparţine lucrurilor şi nu ceva mental; 2) proprietatea este exprimată în expresii (predicatori); 3) el nu recunoaşte existenţa *distinctă* a două feluri de entităţi (clase şi proprietăţi), ci e vorba de „două moduri de a vorbi" (totuşi fundamental deosebite), 4) expresiile de genul următor „Scott este om", „Scott are proprietatea Om" şi „Scott aparţine clasei Om", după părerea sa, „au acelaşi conţinut "(sînt iu raport de traductibilitate), 5) expresiile de genul „proprietatea de a fi om", „proprietatea Om" şi „proprietatea Animal Raţional", sînt identice; 6) din 4) el deduce că ne-am putea lipsi de expresiile *clasă* şi *proprietate* (care ar reprezenta o simplă „dedublare a obiectelor" în contradicţie cu principiul lui Ockham) Evident punctele 3), 4) şi 6) sînt discutabile şi neîntemeiate Din 4) şi 5) nu rezultă dacă *Om* şi *proprietatea Om* sînt două idei distincte Or este de cea mai mare importanţă să ştim dacă el consideră *genul* ca fiind o proprietate. În orice caz nu este clar ce înseamnă „proprietatea Om" şi cum „este aceeaşi" cu, „proprietatea Animal Raţional" În altă parte, el spune că „proprietatea Om" este L-echivalentă cu „proprietatea Auimal Raţional" Sînt identice expresiile „*aceeaşi* şi *L-echivalent*"? De la predicatori (termenii generali) el extinde expresiile *extensiune* şi *intensiune* la ceilalţi designatori şi alege entităţile corespunzătoare — pentru expresiile individuale extensiunea şi intensiunea sînt respectiv *individul* şi *conceptul individual*; — pentru propoziţiile declarative extensinnea este *valoare logică* (adevărul sau falsul) iar intensiunea este *judecata*. O atenţie deosebită este acordată *descripţiilor (individuale)* (*v.*) Pentru variabile Carnap consideră că extensiunea şi intensiunea lor sînt respectiv extensiunea şi intensiunea *valorilor* pe care le acordăm. Concepte esenţiale sînt *intersubstituţie* şi *L — intersubstituţie* (*v.*) precum şi *context extensional* (*v* ), *context intensional*) (*v* ), *structură extensională*

O analiză largă este făcută în legătură cu *L-determinabilitatea* diferiţilor designatori. Metoda sa este confruntată în special cu *metoda relaţiei de denumire* (*v.*) pe care o analizează în mod critic. Din propoziţiile 3), 4), 6) de mai sus rezultă posibilitatea de a renunţa la unele entităţi în elaborarea metalimbajului pentru semnatică. Din răspunsul afirmativ la problema „reducerii entităţilor" el deduce posibilitatea formulării a trei limbaje diferite: a) limbajul extensiunilor, b) limbajul intensiunilor şi c) limbajul neutru. Apelînd la exemplele din 4) în limbajul extensiunilor utilizăm doar expresii de extensiune (de ex.. „Scott aparţine clasei Om"), în limbajul intensiunilor utilizăm numai expresii de intensiune (de ex.: „Scott are proprietatea Om"), iar în limbajul neutru nu apare nici una dintre cele două forme de expresii, ci o a treia — *neutră* (de ex „Scott este om"). O aplicaţie a metodei sale o face la *logica modală* (*v.*)

**METODA HARVARD**, metodă de simplificare a expresiilor logice. Fiind dată o funcţie de *n* variabile şi de *K* minitermeni (unde K se presupune mai mic decît numărul total de minitermeni care pot fi formaţi pornind de la literele respective) formăm tabelul tuturor minitermenilor. Presupunînd că avem trei litere, să zicem *A*, *B*, *C*. Tabelul are forma următoare:

| | $A$ | $B$ | $C$ | $AB$ | $AC$ | $BC$ | $ABC$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_0$ | $\bar{A}$ | $\bar{B}$ | $\bar{C}$ | $\bar{A}\bar{B}$ | $\bar{A}\bar{C}$ | $\bar{B}\bar{C}$ | $\bar{A}\bar{B}\bar{C}$ |
| $m_1$ | $\bar{A}$ | $\bar{B}$ | $C$ | $\bar{A}\bar{B}$ | $\bar{A}\bar{C}$ | $\bar{B}C$ | $\bar{A}\bar{B}C$ |
| $m_2$ | $\bar{A}$ | $B$ | $\bar{C}$ | $\bar{A}B$ | $\bar{A}\bar{C}$ | $\bar{B}\bar{C}$ | $\bar{A}B\bar{C}$ |
| $m_3$ | $\bar{A}$ | $B$ | $C$ | $\bar{A}B$ | $\bar{A}C$ | $BC$ | $\bar{A}BC$ |
| $m_4$ | $A$ | $\bar{B}$ | $\bar{C}$ | $A\bar{B}$ | $A\bar{C}$ | $\bar{B}\bar{C}$ | $A\bar{B}\bar{C}$ |
| $m_5$ | $A$ | $\bar{B}$ | $C$ | $A\bar{B}$ | $AC$ | $\bar{B}C$ | $A\bar{B}C$ |
| $m_6$ | $A$ | $B$ | $\bar{C}$ | $AB$ | $A\bar{C}$ | $B\bar{C}$ | $AB\bar{C}$ |
| $m_7$ | $A$ | $B$ | $C$ | $AB$ | $AC$ | $BC$ | $ABC$ |

*Reguli*. (1) Pe verticală (stînga) se numerotează minitermenii ($m_0, \ldots, m_7$) iar pe orizontală (sus) se aşază combinaţiile de litere luate cîte una, cîte două etc. (2) Pe coloane se scriu minitermenii posibili în raport cu combi-

nația respectivă de litere. Astfel, pentru o literă avem două posibilități (afirmația și negația). Coloanele $A$, $B$, $C$ se constituie după modelul *tabelului alegerilor binare* (*v.*) (binaritatea fiind dată aici de calitatea: *pozitiv, negativ*). Coloanele de cîte două litere se constituie ca niște combinații ale minitermenilor de pe coloanele singulare corespunzătoare, la fel cele de trei litere etc. Astfel, coloana $AB$ se constituie în funcție de coloanele singulare $A$ și $B$, coloana $AC$ se constituie în funcție de coloanele singulare $A$ și $C$ etc. În continuare formăm tabelul cu numerele corespunzătoare minitermenilor din căsuță. Numerele se află prin traducerea valorilor binare corespunzătoare minitermenilor. De ex., $\bar{A}\bar{B}\bar{C} = 000 = 0$, $\bar{A}B\bar{C} = 010 = 2$ etc. De remarcat este că numărul coloanelor este de $2^n - 1$, iar numărul rîndurilor este de $2^n$. După realizarea tabelului se scrie funcția ca sumă de minitermeni (= formă normală disjunctivă perfectă). Convenim să scriem *suma* în mod obișnuit prin semnul „+".

| | $A$ | $B$ | $C$ | $AB$ | $AC$ | $BC$ | $ABC$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |
| $m_1$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 |
| $m_2$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 2 |
| $m_3$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 |
| $m_4$ | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | 0 | 4 |
| $m_5$ | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 1 | 5 |
| $m_6$ | 1 | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 | 6 |
| $m_7$ | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 7 |

(3) Se taie rîndurile care corespund minitermenilor neconținuți de funcție.

(4) În continuare, dacă un număr aparține unui rînd tăiat, el este apoi tăiat peste tot în coloana corespunzătoare. Coloanele vor fi denumite cu ajutorul combinațiilor de litere aflate în capul lor (sus), de ex., $A$, $B$, $C$, $AB$ etc. Facem analiza rîndurilor netăiate, de la stînga la dreapta. Observăm că denumirea coloanei aflată la stînga poate fi conținută în denumirea

unei coloane de la dreapta ei. De ex.: $AB$ în $ABC$. (5) Considerăm primul număr netăiat aflat pe un rînd. Vom tăia toate numerele care se află în dreptul denumirilor care conțin denumirea acestui prim număr. Numerele care rămîn după această operație vor forma *implicanții simpli* (*v.*). (6) Dacă unui rînd îi corespunde o singură coloană cu un număr netăiat încercuim acest număr și pe toate cele identice cu el de pe coloana respectivă. Aceste numere încercuite vor intra în „nucleul funcției simplificate". Facem în continuare analiza numerelor netăiate. (7) Alegem cîte un număr pentru fiecare minitermen în așa fel încît împreună cu numerele aflate în nucleu să acoperim toți minitermenii (care intră în funcție). Marcăm aceste numere în același mod pe toată coloana, de ex. introducîndu-le într-un triunghi. Facem același lucru cu celelalte numere nemarcate și le marcăm, să zicem, prin introducerea în pătrat. Operația se repetă (folosind alte figuri) pînă ce nu mai avem numere nemarcate. În concluzie, se obțin mai multe expresii simplificate, din care alegem pe cea mai simplă. Exemplu. Să se simplifice funcția: $f = \bar{C}\bar{D} + AB\bar{D} + \bar{A}B\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C\bar{D} + A\bar{B}\bar{C}D + \bar{B}CD$. Dezvoltînd funcția pînă la forma normală disjunctivă perfectă (= „sumă de minitermeni") vom avea: $f = m_0 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_8 + m_9 + m_{11} + m_{12} + m_{14}$. Formăm tabelul numerelor și aplicăm regulile de *tăiere* a numerelor. Mai întîi dispar rîndurile corespunzătoare minitermenilor neconținuți în „suma de minitermeni" ($m_1$, $m_6$ etc.) Se aplică regula (4) și rămîn netăiate următoarele numere:

— la $m_0$, numărul 0 de pe coloana $CD$ și numărul 0 de la $ABD$,

— la $m_2$, numerele 1 de la $ABC$ și 0 de la $ABD$,

— la $m_3$, numerele 1 de la $ABC$ și 3 de la $BCD$,

— la $m_4$, numerele 0 de la $CD$ și 2 de la $ABC$,

— la $m_5$, numerele 2 de la $ABC$,

— la $m_8$, numerele 0 de la $CD$ și 4 de la $ABC$,

— la $m_9$, numerele 4 de la $ABC$ și 5 de la $ABD$,

— la $m_{11}$, numerele 5 de la $ABD$ și 3 de la $BCD$,

— la $m_{12}$, numerele 0 de la $CD$ și 6 de la $ABD$,

— la $m_{14}$, numărul 6 de la $ABD$. Aplicăm apoi regula (5) și obținem implicanții simpli (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6). Numerele 2 și 6 intră în nucleu. Putem avea două expresii simplificate: (0, 3, 4, 2, 6); (0, 1, 5, 2, 6). Le traducem în litere

$$f = \underset{(2)}{\bar{A}B\bar{C}} + \underset{(6)}{AB\bar{D}} + \underset{(0)}{\bar{C}\bar{D}} + \underset{(1)}{\bar{A}\bar{B}C} + \underset{(5)}{A\bar{B}D}; \quad f = \underset{(2)}{\bar{A}B\bar{C}} + \underset{(6)}{AB\bar{D}} + \underset{(0)}{\bar{A}\bar{B}\bar{D}} + \underset{(4)}{A\overline{BC}} + \underset{(3)}{\bar{B}CD}.$$

Iată și tabelul obținut în urma aplicării regulilor de tăiere:

| | A | B | C | D | AB | AC | AD | BC | BD | CD | ABC | ABD | ACD | BCD | ABCD |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $m_0$ | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | [0] | 0 | △0 | 0 | 0 | 0 |
| $m_1$ | 0 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| $m_2$ | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | [1] | △0 | 2 | 2 | 2 |
| $m_3$ | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | [1] | 1 | 3 | △3 | 3 |
| $m_4$ | 0 | 1 | 0 | 0 | 1 | 0 | 0 | 2 | 2 | [0] | (2) | 3 | 0 | 4 | 4 |
| $m_5$ | 0 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 1 | 2 | 3 | 1 | (2) | 3 | 1 | 5 | 5 |
| $m_6$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 0 | 1 | 1 | 0 | 3 | 2 | 2 | 3 | 2 | 6 | 6 |
| $m_7$ | 0 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 7 | 7 |
| $m_8$ | 1 | 0 | 0 | 0 | 2 | 2 | 2 | 0 | 0 | [0] | △4 | 4 | 4 | 0 | 8 |
| $m_9$ | 1 | 0 | 0 | 1 | 2 | 2 | 3 | 0 | 1 | 1 | △4 | [5] | 5 | 1 | 9 |
| $m_{10}$ | 1 | 0 | 1 | 0 | 2 | 3 | 2 | 1 | 0 | 2 | 5 | 4 | 6 | 2 | 10 |
| $m_{11}$ | 1 | 0 | 1 | 1 | 2 | 3 | 3 | 1 | 1 | 3 | 5 | [5] | 7 | △3 | 11 |
| $m_{12}$ | 1 | 1 | 0 | 0 | 3 | 2 | 2 | 2 | 2 | [0] | 6 | (6) | 4 | 4 | 12 |
| $m_{13}$ | 1 | 1 | 0 | 1 | 3 | 2 | 3 | 2 | 3 | 1 | 6 | 7 | 5 | 5 | 13 |
| $m_{14}$ | 1 | 1 | 1 | 0 | 3 | 3 | 2 | 3 | 2 | 2 | 7 | (6) | 6 | 6 | 14 |
| $m_{15}$ | 1 | 1 | 1 | 1 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 3 | 7 | 7 | 7 | 7 | 15 |

(Phister, M. Logical design of digital computers, 195?)

**METODA LUI BLAKE,** metodă de aflare a formei normale disjunctive prescurtate. Spre deosebire de alte metode aci nu se pleacă de la forma normală perfectă ci de la o formă normală disjunctivă (f.n.d.) oarecare Se pornește de la următoarea propoziție: (1) dacă o funcție $f$ conține în *f.n.d.* două conjuncții de forma $Ap_i$ și $B\bar{p}_i$ atunci are loc echivalența: $P = P \vee AB$(unde $P$ este f.n.d. a funcției $f$.). Demonstrația se face simplu plecînd pe rînd de la presupunerile că $f = 1$ și $f = 0$ (utilizînd legile logicii propozițiilor) (Forma normală disjunctivă are prin presupunere forma: $P = S \vee Ap_i \vee B\bar{p}_i$). Din propoziția (1) decurge algoritmul de construcție a f.n.d. prescurtate (a) Se completează f.n.d. inițială cu noi membri conform cu propoziția (1), conjungîndu-se A cu B, (b) se efectuează absorbțiile elementare în forma astfel completată, (c) dacă e cazul se completează din non f.n.d. și se fac absorbțiile. Procesul se continuă cîtă vreme apar noi conjuncții. După obținerea f.n.d. prescurtate se poate aplica *tabelul lui Quine* (v.)

Exemplu: Fie funcția $f(p_1, p_2, p_3) = \bar{p}_1\bar{p}_2 \vee \bar{p}_2p_3 \vee p_1p_2\bar{p}_3 \vee \bar{p}_1p_2\bar{p}_3$. Scriem perechile care satisfac propoziția (1) (a) $(\bar{p}_1\bar{p}_2, p_1p_2\bar{p}_3)$; (b) $(\bar{p}_2p_3, p_1p_2\bar{p}_3)$; (c) $(\bar{p}_1\bar{p}_2, \bar{p}_1p_2\bar{p}_3)$; (d) $(\bar{p}_2p_3, \bar{p}_1p_2\bar{p}_3)$, (e) $(p_1p_2\bar{p}_3, \bar{p}_1p_2\bar{p}_3)$. Producem toate completările în cele cinci perechi conform cu propoziția (1) și încadrăm

completările care dau zero. Pentru perechea (a) $(\bar p_1\bar p_2, p_1p_2\bar p_3)$, procedura este următoarea. Structura $Ap_i \vee Bp_i$ este aci dată de alegerea lui $\bar p_2$ în calitate de A, a lui $p_2\bar p_3$ în calitate de $B$.

$$(\bar P_2)\ \bar P_1 \vee (P_2\bar P_3)\ P_1$$

Unim $A$ cu $B$, adică $\bar p_2$ cu $p_2\bar p_3$ și obținem $\bar p_2 p_2\bar p_3$, membru care este egal cu zero avînd în vedere că $\bar p_2 p_2 = 0$. Deci pentru perechea (a) forma completată va fi $\bar p_1\bar p_2 \vee p_1p_2\bar p_3 \vee$ $\boxed{\bar p_2 p_2\bar p_3}$ Procedînd analog pentru celelalte perechi obținem succesiv: $\bar p_2 p_3 \vee p_1p_2\bar p_3 \vee$ $\boxed{p_1p_3\bar p_3}$ ; $\bar p_1\bar p_2 \vee \bar p_1p_2\bar p_3 \vee \bar p_1\bar p_3$. (Se observă că $\bar p_1\bar p_3$ se obține din $\bar p_1\bar p_1\bar p_3$ prin simplificare) $\bar p_2 p_3 \vee \bar p_1 p_3\bar p_3 \vee$ $\boxed{p_1p_2\bar p_3}$ ; $p_1p_2\bar p_3 \vee \bar p_1p_2\bar p_3 \vee p_2\bar p_3$. (Se observă că $p_2\bar p_3 = p_2p_2\bar p_3$). Vom avea forma completată $\bar p_1\bar p_2 \vee p_1p_2\bar p_3 \vee \bar p_2p_3 \vee \bar p_1p_2\bar p_3 \vee \bar p_1\bar p_3 \vee p_2\bar p_3$. Efectuăm absorbțiile. Observăm că ele se efectuează între $(p_1p_2\bar p_3, p_2\bar p_3)$ și între $(\bar p_1p_2\bar p_3, p_2\bar p_3)$. Ca rezultat obținem $f = \bar p_1\bar p_2 \vee \bar p_2p_3 \vee \bar p_1p_3 \vee p_2\bar p_3$. În această formă propoziția (1) mai poate fi aplicată pentru completare doar la perechea $(\bar p_1\bar p_2, p_2\bar p_3)$, dar prin aceasta s-ar reveni la expresii deja eliminate. Prin urmare aceasta este f.n.d. prescurtată.

**METODA LUI NELSON,** metodă de aflare a implicanților simpli. Se exprimă funcția în formă de produs de sume. În continuare aplicînd legea distributivității (înmulțim toți membrii) obținem expresia care conține toți implicanții simpli. Dacă apoi efectuăm absorbțiile obținem *numai* implicanți simpli.

Exemplu. Fie $f = m_3 + m_4 + m_5 + m_7 + m_9 + m_{11} + m_{12} + m_{13}$. Produsul de maxitermeni va fi: $f = M_{15} M_{14} M_{13} M_9 M_7 M_5 M_1 M_0$. Adică:

$$(A + B + C + D)(A + B + C + \bar D)(A + B + \bar C + D)(A + \bar B + \bar C + D)$$
$$(\bar A + B + C + D)(\bar A + B + \bar C + D)(\bar A + \bar B + \bar C + D)(\bar A + \bar B + \bar C + \bar D).$$

Aplicînd legile corespunzătoare ajungem la: $AB\bar C + A\bar BD + A\bar CD + \bar AB\bar C + B\bar C + B\bar CD + \bar ABD + B\bar CD + \bar ACD + \bar BCD = A\bar BD + A\bar CD + B\bar C + \bar ABD + \bar ACD + \bar BCD$. Ultima sumă reprezintă o sumă de implicanți simpli. În continuare se operează ca în cazul *metodei lui Quine* (v.)

**METODA LUI QUINE (de minimizare),** metodă determinată prin regulile: a) Scriem funcția sub formă de sumă de minitermeni. b) Aflăm implicanții simpli, comparînd fiecare minitermen cu ceilalți minitermeni. În acest scop se aplică legea contopirii $AB + \bar AB = B$. Se continuă procesul pînă cînd expresiile nu se mai simplifică. Membrii care au fost supuși contopirii sînt marcați cu asterisc. Toți cei care rămîn nemarcați vor forma grupa implicanților simpli c) Constituim tabela cu implicanții pe verticală în stînga și cu minitermenii pe orizontală sus Acolo unde se intersectează minitermenii cu implicanții punem asterisc. d) Dacă pe o coloană se găsește un singur asterisc atunci implicantul simplu corespunzător este reținut pentru nucleul funcției. Formăm apoi un nou tabel în care intră doar implicanții simpli nemarcați cu asterisc și numai acei minitermeni în coloanele

cărora nu sînt asteriscuri singulare. e) Dacă într-o coloană se repetă asteriscurile din alta atunci ea este eliminată. În acest fel obţinem un nou tabel. f) Din ultimul tabel alegem o mnlţime minimă de implicanţi astfel că împreună acoperă cîte un asterisc din coloană. Această mulţime împreună cu implicanţii din nuclen reprezintă membrii formei normale minime. Exemplu: $f = m_3 + m_4 + m_5 + m_7 + m_9 + m_{11} + m_{12} + m_{13}$

a) Aflăm implicanţii simpli

1. $\bar{A}\bar{B}CD$
2. $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ $\quad 1 + 4 = \bar{A}CD \quad 5 + 8 = A\bar{C}D$
3. $\bar{A}B\bar{C}D$ $\quad 1 + 6 = \bar{B}CD \quad 6 + 8 = AB\bar{C}$
4. $\bar{A}BCD$ $\quad 2 + 3 = \bar{A}B\bar{C}$
5. $A\bar{B}\bar{C}D$ $\quad 2 + 7 = B\bar{C}\bar{D}$
6. $ABCD$ $\quad 3 + 4 = \bar{A}BD$
7. $AB\bar{C}\bar{D}$ $\quad 3 + 8 = B\bar{C}D$
8. $AB\bar{C}D$ $\quad 5 + 6 = A\bar{B}D$

Simplificăm acum expresiile cu trei variabile: $\bar{A}B\bar{C} + AB\bar{C} = B\bar{C}$ (la fel $B\bar{C}\bar{D} + B\bar{C}D$). Rămîn necontopiţi: $\bar{A}CD, \bar{B}CD, \bar{A}BD, A\bar{B}D, A\bar{C}D, B\bar{C}$. Formăm tabelul cu implicanţii simpli şi minitermenii:

| | $\bar{A}\bar{B}CD$ | $\bar{A}B\bar{C}\bar{D}$ | $\bar{A}B\bar{C}D$ | $\bar{A}BCD$ | $A\bar{B}\bar{C}D$ | $A\bar{B}CD$ | $AB\bar{C}\bar{D}$ | $AB\bar{C}D$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $\bar{A}CD$ | * | | | * | | | | |
| $\bar{B}CD$ | * | | | | | * | | |
| $\bar{A}BD$ | | | * | * | | | | |
| $A\bar{B}D$ | | | | | * | * | | |
| $A\bar{C}D$ | | | | | * | | | * |
| $B\bar{C}$ | | * | * | | | | * | * |

În nucleu va intra numai $B\bar{C}$, căci numai lui îi corespnnd coloane cu un singur asterisc.

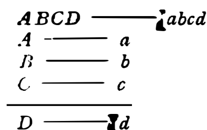
Formăm tabelul redus (scăzînd coloanele acoperite de $B\bar{C}$)

| | $\bar{A}\bar{B}CD$ | $\bar{A}BCD$ | $A\bar{B}\bar{C}D$ | $A\bar{B}CD$ |
|---|---|---|---|---|
| 1. $\bar{A}CD$ | * | * | | |
| 2. $\bar{B}CD$ | * | | | * |
| 3. $\bar{A}BD$ | | * | | |
| 4. $A\bar{B}D$ | | | * | * |
| 5. $A\bar{C}D$ | | | * | |

Alegem grupe de acoperire (la care se adaugă $B\bar{C}$): $B\bar{C} + \bar{A}CD + \bar{B}CD + A\bar{B}D$; $B\bar{C} + \bar{A}CD + A\bar{B}D$ etc. Se observă că forma cu cei mai puţini membri este $f = B\bar{C} + \bar{A}CD + A\bar{B}D$. În cazul în care funcţia nu are

nucleu vom face alegeri numai în funcţie de restul membrilor, cele cu un număr mai mic de implicanţi (putînd fi şi mai mult de una, de ex., mai multe cu un număr egal de implicanţi) vor fi forme normale disjunctive minime.

**METODA RĂMĂŞIŢELOR**, metodă inductivă, de descoperire a legăturii cauzale. Fie un complex de cauze *ABCD* şi un complex de efecte *abcd*. Dacă am stabilit că *A* este cauza lui *a*, *B* este cauza lui *b* şi *C* este cauza lui *c*, atunci probabil *D* este cauza lui *d*.




Astfel perturbaţiile lui Uranus au fost explicate prin existenţa unei noi planete (Neptun), iar ale lui Neptun prin existenţa lui Pluto Nu toţi logicienii consideră această formulare ca satisfăcătoare

**METODA RELAŢIEI DE DENUMIRE**, variantă a *semanticii relaţiei de referinţă* (*v.*) caracterizată în primul rînd prin a) faptul că toate expresiile sint considerate ca «nume» a ceva, şi b) faptul că trecerea de la unele nume la altele se face pe baza generalizării structurale. Prima formulare a **m. r. de d.** este dată de Frege (*Sinn und Bedeutung*) La rîndul său A. Church a introdus unele schimbări şi precizări. O caracterizare succintă a acestei metode este dată de Carnap in *Semnificaţie si necesitate* „ Ea constă în considerarea expresiilor ca nume de entităţi (concrete sau abstracte) în acord cu următoarele principii: 1) orice nume are exact un nominat (adică entitatea numită de el); 2) o propoziţie vorbeşte despre nominatele numelor care apar în ea; 3) dacă un nume care apare într-o propoziţie adevărată este înlocuit cu un alt nume cu acelaşi nominal, propoziţia rămîne adevărată". Carnap numeşte cele trei principii respectiv al *univocităţii*, *obiectualităţii* şi *intersubstituţiei*. Fundamentală este pentru această metodă distincţia între *nimonat* şi *sens* Această distincţie coincide in multe cazuri cu distincţia lui Carnap intre extensiune şi intensiune. Modul în care Carnap formulează principiul obiectualităţii e discutabil din cauza expresiei „vorbeşte despre". Tocmai acesta este unul dintre aspecte care deosebeşte metoda relaţiei de denumire de semantica relaţiei de referinţă (în genere). Considerînd propoziţia „Giurgiu este la sud de Bucureşti" şi intrebînd *despre ce vorbeşte*, ar trebui să spunem că ea vorbeşte in aceeaşi măsură despre Giurgiu, sud şi Bucureşti (conform cu numele care apar în ea) Or acest lucru este, evident, inexact *se confundă lucrul despre care se vorbeşte cu ceea ce se vorbeşte despre el* (informaţia). Termenul „propoziţie de predicaţie" are in vedere exact acest lucru, anume că in propoziţie *ceva* se spune (se vorbeşte, se predică) *despre altceva* În propoziţia amintită *intenţia* este de a vorbi ( = a predica) despre *oraşul Giurgiu*, nu despre *sud* sau *Bucureşti* Cînd Carnap analizează propoziţia „Rom ist gross" el afirmă în mod greşit că „propoziţia vorbeşte despre Roma şi despre clasa Lucrurilor Mari" În realitate *vorbim despre Roma şi anume ce?* Că Roma *este mare*. El confundă aşadar „*despre* ce vorbim" cu „*ce* vorbim". Un alt aspect neobişnuit este generalizarea peste uzul obişnuit al cuvîntului „nume" — el referindu-se atît la termeni (singulari sau generali) cît şi la propoziţii (declarative). Aceasta se justifică prin abordarea structurală a semanticii expresiilor (v *generalizare structurală*). Cuvintul „nume" este în acest caz un termen *tehnic*. Principiul univoci-

tății pune de asemenea probleme în cazul termenilor generali Pentru a fi univoci termenii generali trebuie să desemneze o singură entitate, ceea ce, după cum deducem noi din expunerea lui Carnap, nu e realizabil decît dacă avem în vedere *proprietăți*. Dacă avem în vedere înțelesul obișnuit al termenului „proprietate" atunci *albastru* și *rațional* sunt proprietăți, dar *om* și *animal* nu sunt proprietăți, dacă nu cumva convenim să extindem înțelesul termenului „proprietate" într-un mod forțat. Problema pune așa dar alegerea nominatului univoc pentru diferite feluri de entități În schimb, ultimul principiu, al intersubstituției nu ridică dificultăți deosebite. Carnap crede că metoda relației de denumire suferă de două neajunsuri de bază a) duce la o multiplicare infinită a entităților, b) se confruntă cu *paradoxul relației de denumire (v.)*. Prima obiecție ține de un anumit gen de reducționism practicat de Carnap, vom reveni asupra ei cînd vom expune metoda lui Frege. Metoda relației de denumire are două variante varianta de bază a lui Frege (întemeietorul acestei metode) și varianta lui Church

1. *Metoda semantică a lui Frege* Frege dezvoltă metoda sa în principal in studiile *Über Sinn und Bedeutung*, *Funktion und Begriff* și *Über Begrif und Gegenstand*. Descoperind anumite corespondențe structurale între termeni (sigulari, generali) și propozițiile declarative. Frege introduce o serie de termeni tehnici care se abat de la semnificația uzuală (ex. „nume"). În al doilea rînd, el se sprijină pe procedura obiectelor abstracte Metoda nu este complect expusă căci el nu rezolvă pînă la capăt problema semnificației termenilor generali. Iată principalele idei ale acestei metode (1) Toate expresiile *considerate* vor fi *nume*. Numele sunt de trei feluri a) nume proprii (simple și compuse /=descriptive/), b) nume funcționale (terminologice și noționale), c) propoziții (care conțin expresii în utilizare directă sau conțin expresii în utilizare indirectă). (2) Fiecare nume are semnificație (Bedeutung) și sens (Sinn). Semnificația este ceea ce e desemnat de nume (altfel spus „denumit"), iar sensul este modul de a reda numele (3) Frege presupune (nu totdeauna explicit) că numele satisface cele trei convenții („principii") indicate mai sus· univocității, obiectualității și intersubstituției. În concordanță cu (1) —(3) semantica lui Frage apare oarecum ca o semantică a unui sistem lingvistic perfect, căci evident limbile obișnuite (naturale în primul rînd) nu satisfac aceste condiții decît pe porțiuni restrînse. Principiile (1) și (2) vor fi prezentate desfășurat într-un tabel (cu exemplificări corespunzătoare).

Modul complicat în care Frege rezolvă problema semnificației și sensului expresiilor care conțin nume în utilizare indirectă este evident, tocmai de aceea putem spune că acesta este punctul cel mai discutabil al semanticii sale. Frege distinge între „gînd" (Gedanke) și „judecată" (Urteil) Judecata este gîndul asertat (considerat ca adevărat). Frege nu introduce relația de „echireferință" și de aceea principiul intersubstituției este limitat la echivalența propozițiilor „Valoarea logică a unei propoziții rămîne neschimbată dacă noi înlocuim o expresie din ea printr-una care denumește aceeași (entitate)." Desigur, principiul poate fi generalizat așa cum procedează Carnap. O curiozitate la Frege este faptul că deși el are în vedere limbaje formalizate exemplifică adesea cu expresii din limbajele curente.

*Metoda semantică a lui Church*. Church a reluat cu unele modificări și a completat metoda lui Frege. O expunere densă se găsește în „Introduction to mathematical logic". Expresiile cu care lucrează Church sunt: 1) nume propriu, 2) variabilă (in opoziție cu constantă), 3) formă (singulară, binară, etc.), 4) propoziție, 5) formă propozițională (forma funcției logice),

Semantica lui Frege

| | Nume | Semnificație | Sens |
|---|---|---|---|
| Proprii | Simple („Aristotel") | Obiectul individual (individul Aristotel) | Nu are sens prin sine. Sensul e dat de o descripție asociată („Întemeietorul logicii") |
| | Compuse („Autorul Organonului") | Obiectul individual (individul Aristotel) | Fiind o descripție are sens prin sine (redă pe Aristotel ca autor al „Organonului"). |
| Funcționale | Nume pentru funcții nepropoziționale (incomplete: „sin $x$" complete: „sin 0") | Numele incomplet ia semnificație cînd e transformat în nume complet. Valoarea funcției pentru valoarea argumentului | Problema sensului nu e rezolvată (Probabil sensul e dat de o definiție asociată) |
| | Nume noționale (= funcții propoziționale) („Par($x$)") | Valoarea funcției pentru valoarea argumentului (*adevărul* pt „Par (2)", *falsul* pt „Par (3)" | Problema sensului nu e rezolvată (Probabil sensul coincide cu gîndul propoziției corespunzătoare). |
| Propoziții declarative | Propoziții utilizate direct („2 + + 3 = 5" „3 + 5 = 25") | Valoarea logică (adevărul sau falsul) („2 + 3 = 5" denumește adevărul, „3 + 5 = 25" denumește falsul). | Gîndul (informația) comunicat de propoziție (Gîndul *că* 2 + 3 = 5, gîndul *că* 3 + 5 = 25) |
| | Propoziții care conțin nume utilizate indirect („Copernic credea că orbitele planetare sunt cercuri") | Semnificația este *sensul* numelui utilizat indirect (aci sensul numelui „orbitele planetare sunt cercuri") | Notînd cu A numele utilizat indirect sensul este sensul expresiei «sensul numelui A» (în exemplu, sensul este sensul expresiei „sensul numelui orbitele planetare sunt cercuri") |

6) simboluri improprii. Pentru conținutul expresiilor se utilizează categoriile 1) denotat, 2) domeniu de semnificație, 3) funcție, 4) concept 5) judecată
Denotatul este obiectul denumit Domeniul de semnificație este domeniul de obiecte din care variabila ia valori. *Funcția* (vezi) este un gen de relație de corespondență (univocă). Conceptul este sensul numelui Judecata este sensul (conceptul) propoziției. Church utilizează mai multe feluri de relații a) relația de denumire (între nume și denotat), b) relația de exprimare (numele exprimă conceptul), c) relația de asociere a funcției la formă (variabila este un caz particular de formă) Mai mult sau mai puțin explicit ele există și la Frege.
Numele generale sunt identificate cu un anumit gen de formă Simbolurile improprii (ex operatorii) nu au conținut propriu, dar în combinație cu simboluri proprii dau expresii cu conținut propriu.
Operatorilor li se asociază forma (și resp. funcția). Church admite și „nume de funcții" (corelate cu operatorii, dar nu identice). Deosebirea este următoarea. 1) funcția se definește pentru constanta funcțională (= nume proprii de funcție), în timp ce pentru conector (=operator propozițional) ea se asociază, 2) conectorul nu se înlocuiește cu variabilă, 3) pe lîngă semnificațiile corespunzătoare aplicării funcției la argumente există semnificația pentru conector care ține loc de constantă funcțională (funcția este denotatul conectorului în acest caz). În anumite contexte distincția nu este utilă.
*Clasele* sunt identificate de Church cu funcțiile singulare propoziționale, iar *însușirile* cu conceptul clasei. Prin urmare, „numele funcțional" denotă clasa și exprimă însușirea. Fiecărei forme propoziționale singulare i se asociază o clasă Modul în care Church asociază denotat și concept pentru numele proprii, numele funcționale și propoziții corespunde cu modul în care Frege asociază *Bedeutung* (semnificația, denotat) și *Sinn* (sens) pentru numele corespunzătoare Cu precizările care reies ușor în evidență din expunerile date cele două concepții sunt identice în esență
Church mai precizează că Denotatul numelui $N = f$ (sensul numelui $N$).
Faptul că metoda relației de denumire utilizează mai multe relații semantice (vezi a) — c), și nu doar relația de denumire, este esențial pentru înțelegerea concepției. La rîndul său Carnap a sugerat pentru „numele generale" relația „se aplică", deși o tratează în fugă (v. *semantica relației de referință*).
**METODA TABELELOR SEMANTICE,** metodă elaborată de logicianul olandez E W. Beth pentru demonstrarea formulelor. Se îmbină idei din calculul lui Gentzen cu ideile de adevăr și fals. Pentru a considera o formulă se arată că în mod sistematic nu se poate găsi contraexemplu, în caz că se găsește contraexemplu formula este respinsă. Se formulează reguli pentru construirea și închiderea tabelelor semantice Aceste reguli sînt următoarele (în formularea lui Beth):
(1) Dacă una și aceeași formulă se află în ambele coloane ale unei tabele (sau subtabele), atunci tabela (sau subtabela) este închisă; dacă două subtabele ale unei tabele (sau subtabele) sînt închise, atunci această tabelă (sau subtabelă) este închisă. (2a) Dacă $\neg U$ se află în coloana stîngă, atunci $U$ se introduce în coloana *asociată* din dreapta (adică coloana dreaptă a aceleiași tabele sau subtabele).
(2b) Dacă $\neg U$ apare în coloana din dreapta, atunci $U$ se introduce în coloana asociată din stînga
(3a) Dacă $U \& V$ apar în coloana stîngă, atunci atît $U$ cît și $V$ se introduc în aceeași coloană

(3b) Dacă $U$ & $V$ apar în coloana dreaptă, atunci tabela (sau subtabela) se descompune în două subtabele în ale căror coloane din dreapta introducem respectiv $U$ şi $V$.
4a) Dacă $U \vee V$ apar în tabela din stînga, atunci tabela (sau subtabela) dată se descompune în două subtabele în ale căror coloane din stînga introducem respectiv $U$ şi $V$.
(4b) Dacă $U \vee V$ apare în coloana dreaptă, atunci atît $U$ cît şi $V$ se introduc în aceeaşi coloană
(5a) Dacă $U \supset V$ apare în coloana stîngă, atunci tabela (subtabela) se descompune; în coloana din dreapta a unei subtabele introducem $U$, iar în cea din stînga pe $V$.
(5b) Dacă $U \supset V$ în coloana dreaptă, atunci $V$ se introduce în aceeaşi coloană, iar $U$ în coloana stîngă asociată.
(6a) Dacă $\forall x\, U(x)$ apare în coloana stîngă, atunci în aceeaşi coloană punem $U(p)$ pentru fiecare parametru $p$ care a fost sau va fi introdus.
(6b) Dacă $\forall x\, U(x)$ apare în coloana dreaptă, atunci noi introducem un nou parametru $p$ şi punem $U(p)$ în aceeaşi coloană.
(7a) Dacă $\exists x\, U(x)$ apare în coloana stîngă, atunci introducem un nou parametru $p$ şi punem $U(p)$ în aceeaşi coloană.
(7b) Dacă $\exists x\, U(x)$ apare în coloana dreaptă, atunci în aceeaşi coloană introducem $U(p)$ pentru fiecare parametru $p$ care a fost sau va fi introdus.
În cele două coloane putem pune orice formulă iniţială $U_1, U_2, \ldots, V_1, V_2, \ldots$ Dacă se întîmplă să nu putem introduce primul parametru $p$ conform cu regulile (6b) sau (7a) atunci se introduce primul parametru individual pentru a putea aplica regulile (6a) şi (7b). Exemple.
1. Să se arate că formula $\exists z\, (Pz \,\&\, \neg Sz)$ nu decurge din formulele $\exists x\, (Px \,\&\, \neg Mx)$ şi $\exists y\, (My \,\&\, \neg Sy)$.
2. Să se arate că formula $\exists z\, (Sz \,\&\, \neg Pz)$ decurge din $\forall x\, (Px \supset \neg Mx)$ şi $\exists y\, (Sy \,\&\, My)$.

Exerciţiul 1 se rezolvă prin tabelul următor:

| Adevăr | | Fals | |
|---|---|---|---|
| (1) $\exists x\, (Px \,\&\, \overline{Mx})$ | | (3) $\exists x\, (Pz \,\&\, \overline{Sz})$ | |
| (2) $\exists y\, (My \,\&\, \overline{Sy})$ | | (7) $Ma$ | |
| (4) $Pa \,\&\, \overline{Ma}$ | | (11) $Sb$ | |
| (5) $Pa$ | | (12) $Pa \,\&\, \overline{Sa}$ | |
| (6) $\overline{Ma}$ | | (i) (13) $Pa$ | (ii) (14) $\overline{Sa}$ |
| (8) $Mb \,\&\, \overline{Sb}$ | | (16) $Pb \,\&\, \overline{Sb}$ | |
| (9) $Mb$ | | (iii) (17) $Pb$ | (iv) (18) $Sb$ |
| (10) $\overline{Sb}$ | | | |
| (i) | (ii) (15) $Sa$ | | |
| (iii) | (iv) (19) $Sb$ | | |

Se observă aplicarea regulilor de eliminare a cuantorului ∃ şi a conjuncţiei &. Deoarece *Pa* se află în ambele coloane nu se mai poate construi contra exemplu şi deci (i) este închisă. Deoarece (18) contrazice pe (10) (iv) se închide. Rămîne *Pb* neînchisă ceea ce termină exerciţiul.
**Exerciţiul 2.**

| Adevăr | | Fals | |
|---|---|---|---|
| (1) $\forall x\,(Px \to \overline{Mx})$<br>(2) $\exists y\,(Sy \,\&\, My)$<br>(4) $Sa \,\&\, Ma$<br>(5) $Sa$<br>(6) $Ma$ | | (3) $\exists z\,(Sz \,\&\, \bar{P}z)$<br>(7) $Sa \,\&\, \overline{Pa}$ | |
| (i) | (ii)<br>(10) $Pa$ | (i)<br>(8) $Sa$ | (ii)<br>(9) $\overline{Pa}$ |
| (11) $Pa \to \overline{Ma}$ | | (iii)<br>(12) $Pa$ | (iv)<br>(14) $Ma$ |
| (iii) | (iv)<br>(13) $\overline{Ma}$ | | |

Nu se poate construi contraexemplu. Formulele noastre redau modul FESTINO în logica predicatelor (Beth E. W., *The fundation of matematics*, Amsterdam, 1959).

**METODA VARIAŢIILOR CANTITATIVE CONCOMITENTE (VARIANTE CAUZA, VARIATUR EFFECTUS)**, metodă inductivă de descoperire a legăturii cauzale. Dacă un fenomen *a* variază cantitativ ori de cîte ori variază un alt fenomen A din complexul său cauzal atunci A este probabil cauza lui *a*.

Schemă

$$\begin{array}{c} A_1 - a_1 \\ A_2 - a_2 \\ \dots \\ A_n - a_n \\ \hline A - a \end{array}$$

Vrem să determinăm cauzele schimbării perioadei pendulului simplu. Presupunem că în complexul cauzal participă următoarele circumstanţe masa (*A*), forma (*B*), natura materialului (*C*), lungimea (*D*), intensitatea gravitaţiei (*E*). Notăm schimbarea cu *A′*, *B′*, *C′*, *E′*, *a′*. Constatăm că provocînd diferite schimbări a se schimbă numai cind se schimbă D sau E

$$\begin{array}{c} D'E - a' \\ D\,E' - a' \\ D'E' - a' \\ \hline D' - a' \\ E' - a \end{array}$$

Raţionamentul e mai complex, aceasta este doar faza finală. Noi schimbăm pe rînd diferiţi factori şi conchidem: a) dacă *a* se schimbă odată cu X atunci X este cauza lui *a*, b) dacă *a* nu se schimbă cînd X nu se schimbă atunci X este cauza lui *a*

În cazul nostru putem avea următoarea schemă:

ABCDE — a
A'BCDE — a
A'B'CDE — a
A'B'C'DE — a

---

ABCDE' — a'
ABCD'E' — a'

---

D' — a'
E' — a'

---

D V E — a

Concluzia arată că: a) schimbarea lungimii pendulului sau a intensităţii gravitaţiei duce la schimbarea perioadei, b) constanţa lungimii şi intensităţii păstrează perioada independent de alte schimbări. Această metodă implică şi metoda diferenţei, căci avem diferenţa între „se schimbă A" şi „nu se schimbă A".

**METODĂ CARTEZIANĂ.** Descartes a formulat o serie de principii metalogice pentru metoda deductivă. El ia ca punct de plecare *intuiţia* şi *evidenţa*. Raţionamentul deductiv are pentru el sensul *psihologic* de *a intui concluzia în propoziţii evidente*. Premisele se stabilesc prin intuiţie, dar şi trecerea spre concluzie este o intuiţie, mai exact intuim concluzia în premise evidente (indubitabile). El *metodologizează* în acest fel psihologia gîndirii matematice. În *Discurs asupra metodei* formulează următoarele reguli de metodă. 1. Să luăm ca adevărat numai ceea ce este indiscutabil adevărat 2. Să reducem problema dată la alte probleme mai simple şi mai uşor de rezolvat. 3. Să rezolvăm problema compusă in funcţie de părţile la care am redus-o, urcindu-ne treptat de la simplu la compus. 4. A revedea toate cazurile (de care depinde rezolvarea problemei) pentru a nu fi omis vreunul. Aceste principii sînt metateoretice şi in acest sens ţin de teoria rezolvării de probleme (în special de metodele matematice), anume inducţia şi recursia).

**METODĂ DE REZOLVARE,** ansamblu de reguli care indică modul de desfăşurare a unui proces în vederea rezolvării unui tip de probleme. Există două tipuri de metode a) metode care duc cu certitudine la rezolvarea problemei puse şi b) metode euristice, metode care arată „cam pe unde se află rezultatul". Metodele algoritmice, metoda axiomatică sînt certe. Metodele de a descoperi tratamentul unei boli, precum şi multe alte metode legate de viaţa obişnuită sînt metode euristice. De ex., nu există o metodă certă de a răspunde la întrebările „cum să avem succes", „cum să fim fericiţi" deşi pot fi date unele prescripţii care duc cu o anumită probabilitate la rezultat.

**METODĂ STRUCTURALĂ,** metodă care prescrie studierea obiectului din punctul de vedere al *structurii* (= al corelaţiilor interne) abstracţie

făcînd de natura specială (iar uneori de orice natură) a elementelor care intră în corelație. S-a dezvoltat mai întîi pe terenul matematicii, apoi în logică, lingvistică și alte domenii. Exagerarea filosofică a utilizării acestei metode se numește „*structuralism*". Anumite structuri pot fi definite pur formal (în sensul formalizării). Astfel sînt structurile algebrice, de ordine și topologice. În acest caz se face abstracție de natura specială a elementelor, operațiilor și relațiilor și se consideră numai anumite *proprietăți formale* ale acestora *(v. element invers, element neutru, proprietăți formale ale operațiilor, proprietăți formale ale relațiilor)*.

**METODE FINITISTE.** Ca replică la criticile intuiționiste *(v. intuiționism logico-matematic)* Hilbert a adoptat o concepție restrictivă asupra proceselor de demonstrație în meta-matematică, concepție numită *finitism* Ea constă în acceptarea numai de **m. f.** Herbrand (matematician francez) a definit astfel **m. f.** ,Prin raționamente intuiționiste (adică finitiste) înțelegem raționamentele care satisfac următoarele condiții: întotdeauna se consideră numai un număr finit și determinat de obiecte și funcții; funcțiile acestea sînt exact definite și definiția permite calcularea univocă a valorilor lor; niciodată nu se afirmă existența vreunui obiect fără indicare procedeului de construire a acestui obiect; niciodată nu se consideră (pe deplin determinată) mulțimea tuturor obiectelor *x* ale unei totalități infinite oarecare; dacă totuși se spune că raționamentul (sau teorema) cutare este adevărat pentru toți acești *x*, aceasta înseamnă că acest raționament general poate fi repetat pentru fiecare *x* concret și însuși acest raționament general trebuie considerat ca model de a forma asemenea raționamente concrete" (J. Herbrond, *Sur la non-contradiction de l'aritmetique,* 1932).

**METODELE INDUCȚIEI CAUZALE.** În cartea sa *Sistemul logicii* J. S. Mill a sistematizat metodele inducției incomplete (schițate încă de Fr. Bacon în *Noul Organon*) destinate să descopere cauza unui fenomen dat. Aceste metode sînt următoarele a) *metoda concordanței* (The Method of Agreement), b) *metoda diferenței* (The Method of Difference), c) *metoda combinată a concordanței și diferenței* (The Joint Method of Agreement and Difference), d) *metoda variațiilor concomitente* (The Method of Concomitent Variations) și e) *metoda rămășițelor* (The Method of Residues) (*v.* termenii respectivi). Aceste reguli se bazează pe o anumită noțiune de *cauzalitate (v.)*. Ele dau o concluzie probabilă.

**MINCINOS,** proprietate a unor propoziții declarative (ex mărturii). sau a unor indivizi. În logică apare în contextul unor formulări ale pseudo-paradoxului *Mincinosul.* Analiza este importantă pentru logica mărturiilor. Are mai multe semnificații. Semnificațiile pot fi clasificate după mai multe criterii · a) *empirică* sau *idealizată,* b) *tare* sau *slabă,* c) *relativă la propoziții* sau *relativă la individ.* La acestea putem adăuga *minciuna afectivă* și *minciuna în intenție* Raportarea la propoziții este primă, iar raportarea la indivizi este secundă (în funcție de propoziții). În drept și etică se utilizează sensul tare, în artă și alte domenii (de ex., în medicină) sensul slab. Toate semnificațiile obișnuite sînt empirice, semnificația idealizată este sau o simplă exagerare sau introdusă din motive de analiză logică. Vom trece în revistă principalele semnificații (combinînd criteriile). În primul rînd vom avea în vedere *minciuna afectivă.*

Semnificația expresiei „propoziție mincinoasă" luată în sensul tare este aceasta: (1) propoziția este mincinoasă dacă și numai dacă este o declarație *falsă,* făcută *cu intenție* (cunoscînd adevărul) și *contravenind*

*conștient codului de norme* (morale sau juridice) la care individul aderă (este supus). Semnificația expresiei „propoziție mincinoasă" luată în sensul slab este (2) propoziția este mincinoasă dacă și numai dacă este o declarație *falsă*, făcută *cu intenție* (cunoscînd adevărul) fără a încălca sau cel puțin fără a încălca conștient codul de norme (morale, juridice) la care aderă (e supus) individul Astfel, o *mărturie mincinoasă* la tribunal este minciună în sensul (1) și se pedepsește de către lege, o glumă poate fi o minciună în sensul (2) Definim apoi semnificația expresiei „individ mincinos" Avem două cazuri. empiric și idealizat (3) expresia „*x* este mincinos" (în sens empiric) înseamnă că *x* exprimă suficient de multe propoziții mincinoase sau le exprimă în asemenea circumstanțe încît este calificat de *mincinos* (Se poate în caz particular spune și „*x este mincinos cînd enunță p*".) Observăm mai întîi că termenul „individ mincinos" nu presupune (în sens empiric) că toate propozițiile spuse de el sînt mincinoase, ci *numai unele*. (Empiric este imposibil ca un individ să mintă totdeauna.) În al doilea rînd, nu avem criterii precise pentru a spune totdeauna dacă un individ este sau nu mincinos (dacă are un caracter de mincinos) ceea ce inseamnă că termenul „individ mincinos" este imprecis, vag Decizia se face în funcție de context Semnificația idealizată este definită astfel (4) *x* este individ mincinos (în sens idealizat) dacă și numai dacă *toate propozițiile* spuse de *x* sint mincinoase Evident, un astfel de „mincinos absolut" nu există Definim apoi termenul „minciună în intenție" (5) propoziția este *minciună în intenția* dacă și numai dacă cel ce o enunță o crede falsă și o spune crezînd că ascunde adevărul Prin urmare, un individ *x* este mincinos (într-un sens foarte larg) dacă și numai dacă el *spune inversul a ceea ce crede că știe*. Termenul **m.** (aplicat la propoziții) este adesea în mod greșit identificat cu falsul, ceea ce, evident, nu este corect Altfel spus, *falsul* este luat în sens de **m.** De asemenea, opusul **m.** este în mod eronat confundat cu *adevărul* Se spune „nu e minciună, e adevăr". În acest caz prin *adevăr* se înțelege *sincer* Deci opusul **m** este *sincerul*. Ca urmare, ne vom exprima corect astfel: *p* este propoziție (declarație) sinceră sau mincinoasă, *x* este individ sincer sau **m.** Dacă cineva utilizează *adevărat* în loc de *sincer* (resp *fals* în loc de **m.**) trebuie să *ținem seama de această nouă semnificație*, ea rezultă din context în acest context „adevărat" desemnează *enunț sincer*, „fals" desemnează *enunț m* (într-unul din sensurile definite)" Dacă nu ținem seama de aceasta putem comite eroarea de „impătrire a termenilor"

**MINIMIZARE,** proces de simplificare a expresiilor prin aflarea pentru fiecare expresie a celei mai simple expresii echivalentă cu ea În caz particular, cea mai simplă expresie se cere să fie intr-o formă normală. În acest sens, **m.** înseamnă aflarea celei mai simple forme normale (de un tip indicat) Există mai multe metode de **m.** (*metoda Quine, Mc Cluskey, metoda Karnaugh* ș a ).

**MINITERMEN,** conjuncție primă de *n* variabile in care termenii nu se repetă **M.** se mai numește și „constituent de unu" Simetric, pentru disjuncțiile prime avem *maxitermenii* sau, altfel spus, constituenții de zero. O primă proprietate a **m.** constă în aceea că dacă inlocuim variabila directă (= pozitivă) cu valoarea logică 1 (= adevărul) și variabila negativă cu 0 (= falsul), atunci obținem pentru **m.** valoarea 1 (de aci și denumirea de constituent de unu). Pentru *n* variabile avem $2^n$ **m.**

Fie $n = 3$, $2^n = 8$ Exemplu. Pentru variabilele $A$, $B$, $C$ avem **m.** $\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C}$, $\bar{A}\,\bar{B}\,C$, $\bar{A}\,B\,\bar{C}$, $\bar{A}\,B\,C$, $A\,\bar{B}\,\bar{C}$, $A\,\bar{B}\,C$, $A\,B\,\bar{C}$, $A\,B\,C$ (dispuşi în ordinea crescătoare a numărului zecimal al **m.**)

$$\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} - 0\,0\,0$$
$$\bar{A}\,\bar{B}\,C - 0\,0\,1$$
$$\dots$$
$$A\,B\,C - 1\,1\,1$$

*Numărul* **m.** (= numărul constituentului de unu) este traducerea alegerii de valori (de ex 0 0 1) din sistemul binar în sistemul zecimal. Se observă că pentru valorile variabilelor indicate mai sus, fiecare **m.** ia valoarea 1 De ex

| $A\ B\ C$ | $\bar{A}\,\bar{B}\,\bar{C} = 1$ |
|---|---|
| 0 0 0 | |

| $A\ B\ C$ | $\bar{A}\,\bar{B}\,C = 1$ |
|---|---|
| 0 0 1 | |

. . . . . . . . . .

| $A\ B\ C$ | $A\ B\ C - 1$ |
|---|---|
| 1 1 1 | |

Notînd **m.** cu $m_i$ ($i$ fiind indicele dat de poziţia în ordinea crescătoare), vom avea $m_0$, $m_1$, $m_2$, $m_{2^n-1}$. Numărul total al **m.** este $2.^m$ (La fel pentru maxitermeni). *Teoreme.* (1) Suma logică a tuturor **m.** este egală cu 1 (disjuncţia logică a tuturor **m.** este o tautologie)

$$\text{Simbolic} \quad \sum_{i=0}^{2^n-1} m_i = 1$$

În mod dual avem (2) Produsul logic al tuturor maxitermenilor este egal cu 1 (conjuncţia tuturor maxitermenilor este o tautologie)

$$\text{Simbolic} \quad \prod_{i=0}^{2^n-1} M_i = 1$$

Relaţiile între indicii **m.** şi maxitermenilor este dată de egalităţile (4) $\bar{m}_i = M_{2^n-1-i}$, (5) $\bar{M}_i = m_{2^n-1-i}$ De exemplu, pentru două variabile vom forma **m.** şi maxitermeni care au ca termeni ($\bar{A}$, $\bar{B}$), ($\bar{A}$, $B$), ($A$ $\bar{B}$), ($A$ ,$B$), adică respectiv $m_0 = \bar{A}\,\bar{B}$, $m_1 = \bar{A}\,B$, $m_2 = A\,\bar{B}$, $m_3 = A\,B$, $M_0 = \bar{A} + \bar{B}$, . . . . . . . . . . $M_3 = A + B$. Fie $m_3$, atunci conform cu corelaţia (4) avem $\bar{m}_3 = M_{4-1-3} = M_0$ Adică $\overline{AB} = \bar{A} + \bar{B}$. Or $\overline{AB}$ este inversul (negaţia) lui $m_3$, iar $M_0$ este $\bar{A} + \bar{B}$. Tot de aci se observă că **m.** este inversul unui maxitermen, iar maxitermenul este inversul unui **m.** În cazul nostru, $\bar{A} + \bar{B}$ este inversul lui $\overline{AB}$ (adică

$\overline{AB}$). Alte corelații importante sînt (6) $m_i m_j = 0$ (unde $i \neq j$), (7) $M_i + M_j = 1$ (unde $i \neq j$) De ex $m_2 \cdot m_3 = 0$ (în exemplul nostru de mai sus), altfel scris: $A\bar{B} \cdot A B = 0$. Într-adevăr, $A \bar{B} \cdot A B = A.(\bar{B} .B) = 0$, căci $\bar{B} \cdot B = 0$, or conjuncția este 0 cînd cel puțin un membru este 0. În fine, notăm că suma de *m* este formă normală disjunctivă perfectă, iar produsul de maxitermeni este formă normală conjunctivă perfectă. Notînd valorile funcției (corespunzătoare alegerilor de valori) cu traducerile în sistemul zecimal a acestor alegeri $f_0, f_1, \ldots, f_{2^n-1}$ (de ex. pentru $n = 3$, dacă avem alegerea 0 1 0 și valoarea funcției este 1, vom pune, în locul lui 1, $f_2$, căci traducerea lui 0 1 0 este 2) vom avea teoremele

$$(8)\ f = \sum_{i=0}^{2^n-1} f_i m_i,\quad (9)\ \bar{f} = \sum_{i=0}^{2^n-1} \bar{f}_i m_i,\quad (10)\ f = \prod_{i=0}^{2^n-1} (f_i + \bar{m}_i) =$$

$$\prod_{i=0}^{2^n-1} (f_i + M_{2^n-1-i})$$

**MODALITĂȚI ABSOLUTE,** modalități care se aplică necondiționat, în opoziție cu *modalitățile relative* care se aplică condiționat De ex , „Este necesar să plouă" este o propoziție cu modalitate necondiționată, în timp ce „Este necesar ca metalul să se dilate în raport cu încălzirea" sau „Este necesar ca metalul să se dilate dacă metalul se încălzește", sînt condiționate. Modalitățile condiționate se simbolizează de regulă prin $M(p/q)$, unde *M* este modalitatea, iar *q* este condiția. În caz particular $\Box (p/q)$ („*p* este necesar în raport cu *q*") $\Diamond (p/q)$ („*p* este posibil în raport cu *q*").

**MODALITĂȚI DE DICTO** *(v. modalități de re)*

**MODALITĂȚI DE RE,** modalități aplicate predicatului unei propoziții, în contrast cu modalitățile *de dicto* care sînt aplicate propoziției ca întreg. De ex., forma „*S* este posibil *P*" este o formă de propoziție *de re* (în caz particular „Ionescu este posibil talentat), iar forma „Este posibil ca *S* să fie *P*" este *de dicto* (în caz particular „Este posibil ca Ionescu să fie talentat"). Distincția a fost introdusă în logica medievală

**MODALITĂȚI FACTUALE** *(v modalități logice)*

**MODALITĂȚI ITERATE,** modalități obținute prin aplicarea unui operator modal la o expresie deja modalizată (de ex.: $\Box \Box p$, $\Diamond \Diamond p$, $\Box \Diamond p$ etc ) Vom numi prefix modal o astfel de secvență de modalități Se pune problema care prefixe modale sînt independente și care sînt echivalente Pentru a demonstra reducerea avem nevoie să demonstrăm existența unor reguli de reducție („formule de reducție"). De ex.: după cum a arătat Parry, în $S_5$ există numai patru modalități independente restul reducîndu-se la acestea $\Diamond p$, $\sim \Diamond p$, $\Box p$, $\sim \Box p$ Formula de reducere este $\Diamond p = \Box \Diamond p$ Dimpotrivă, el a arătat că în $S_4$ există douăsprezece modalități independente . $\Diamond p$, $\Box p$, $\Diamond \Box \Diamond p$, $\Diamond \Box p$, $\Box \Diamond p$, $\Box \Diamond \Box p$ și negațiile lor. (Tot douăsprezece există și în sistemul lui Ackermann). Formulă de reducere · $\Box p = \Box \Box p$ Mc Kinsey a arătat că în $S_2$ există infinit de multe modalități independente Se poate constata legea cu cît este mai puternic sistemul modal cu atît mai puține modalități independente există.
*(V. Sisteme modale/tip Lewis).*

**MODALITĂȚI LOGICE,** modalități definite în termeni logici, în contrast cu *modalitățile factuale* care sînt definite în termeni factuali *(v factual)*.

Definițiile sînt următoarele. $Pp = df\ p$ este logic necontradictoriu $Ip = df\ p$ este logic contradictoriu $Np = df\ \bar{p}$ este logic contradictoriu, $Cp = df$ nici $p$, nici $\bar{p}$ nu sînt logic contradictorii. Modalitățile factuale sînt relative la anumite sisteme de condiții (legi): este posibil să fie $p$ deoarece $q_1, \ldots, q_n$, este necesar să fie $p$ deoarece există toate condițiile $q$ pentru $p$, este imposibil să fie $p$ deoarece nu există condiția $q$ (sau nu există nici o condiție pentru $p$). Relațiile între modalitățile logice și cele factuale sînt următoarele: $P_F p \Rightarrow P_L p$, $N_L p \Rightarrow N_F p$, $I_L p \Rightarrow I_F p$ (unde $F$ indică modalitatea factuală, iar $L$ modalitatea logică). De ex., „este imposibil logic să existe perpetuum mobile" implică „este imposibil factual să existe perpetuum mobile".

**MODALITĂȚI RELATIVE** (v. *modalități absolute*)

**MODEL,** interpretare care transformă o formulă în propoziția adevărată. Analog pentru o mulțime de formule, o interpretare care transformă simultan toate formulele din $\Gamma$ în propoziții adevărate se va numi **m.** al lui $\Gamma$. Există două nuanțe în definirea **m.** a) **m.** se definește fie simplu prin sistemul de semnificații (dintr-un domeniu $D$) acordat variabilelor din formulă (formule), b) simultan prin funcția de interpretare $\varphi_i$ și sistemul $S$ de semnificații, adică cuplul $\langle \varphi_i, S \rangle$. Spre a deosebi **m.** definit aci de alte concepte acesta se mai numește și „**m.** *semantic*". Exemple: formula $x > y$ are **m.** în mulțimea $N$, de ex. perechile $\{3, 2\}$, $\{4, 3\}$ ş.a. Formula $F(x, y)$ are ca **m.** in $N$, $\{\Phi, \{a, b\}\}$ unde $\Phi = \begin{cases} F = > \\ a = 3, \ b = 2. \end{cases}$ În acest fel propoziția „$3 > 2$" va fi rezultatul modelării lui $F(x, y)$ și deci **m.** pentru $F(x, y)$. Se mai spune că o formulă are **m.** într-o teorie $T$ dacă ei i se poate asocia o propoziție adevărată din $T$. **M.** este larg folosit pentru definirea predicatelor semantice de valoare, pentru definirea semantică a operatorilor logicii ($-$, $\&$, $\vee$, $\rightarrow$, $=$, $\Box$, $\Diamond$, ş.a.), pentru definirea proprietăților sistemelor axiomatice (necontradicție, completitudine, independență) ş.a. În anumite contexte noțiunea de **m.** este asociată cu noțiunea de *lume posibilă (v.)*. Exemplificăm utilizarea noțiunii de **m.** prin definirea implicației. O formulă $A$ implică semantic o formulă $B$ = df orice **m.** pentru $A$ este **m.** pentru $B$. Exemplu: $x = 2 \rightarrow x^2 = 4$ este o implicație în sensul definit, **m.** este $\{2\}$. Definim și noțiunea „logic adevărat": o formulă este logic adevărată dacă și numai dacă ea are **m.** în orice interpretare.

**MODURI INDIRECTE,** moduri ale silogismului în care termenul minor este predicat în concluzie despre cel major. Au fost formulate moduri indirecte corespunzătoare figurii I. Denumirile mnemotehnice ale acestor moduri sînt *Baralipton*, *Celantes*, *Dabitis*, *Fapesmo* și *Frisesomorum*. Schemele lor sînt în mod corespunzător următoarele

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| $TM - P$ | $TM - P$ | $TM - P$ | $TM - P$ | $UM - P$ |
| $TS - M$ | $TS - M$ | $US - M$ | $TS + M$ | $TS + M$ |
| $LP - S$ | $TP + S$ | $IP - S$ | $UP + S$ | $UP + S$ |

**MODURILE SILOGISMULUI.** Cele patru figuri ale silogismului simplu categoric cuprind 19 moduri principale și 5 moduri subalterne. Fiecare mod are o denumire mnemotehnică. Ele au fost date de către Petrus Hispanus. Iată modurile principale pe figuri

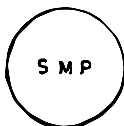
Fig. I *Barbara*, *Celarent*, *Darii*, *Ferio*
Fig. II *Cesare*, *Camestres*, *Baroco*, *Festino*

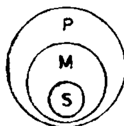
Fig III: *Darapti, Felapton, Disamis, Datisi, Bocardo, Ferison*
Fig IV: *Bramantip, Camenes, Dimaris, Fesapo, Fresison.*

Iată apoi şi modurile subalterne:

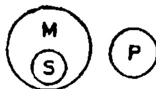
Fig I : *Barbari, Celaront*
Fig II: *Cesaro, Camestrop*
Fig IV: *Camenop.*

Denumirile sînt astfel constituite încît literele au anumite semnificaţii. a) Vocalele *a, e, i, o* desemnează respectivele judecăţi *A, E, I, O.*; b) consoanele iniţiale arată la care mod al figurii I se reduc modurile figurilor II, III, IV, c) consoana *s* arată că în cazul reducerii avem o conversiune simplă a judecăţii precedente, d) consoana *p* arată că in cazul reducerii avem o conversiune prin accident a judecăţii care o precede, e) consoana *m* indică o inversare a premiselor în cazul reducerii. De ex., modul *Cesare* (fig II) se reduce la *Celarent* cum indică iniţiala *C*) iar premisa majoră *E* se converteşte simplu (cum indică *s*). Reprezentările relaţiilor între termeni ne arată cîte cazuri particulare posibile de astfel de relaţii avem pentru fiecare mod. Astfel, modul *Barbara* are două reprezentări:

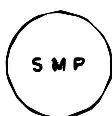


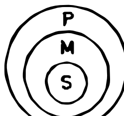

Modul *Celarent* are o singură reprezentare



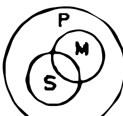

În schimb, pentru modul *Darii* sunt posibile cinci cazuri:



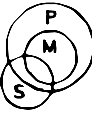
(1)



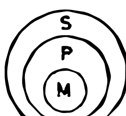
(2)



(3)



(4)



(5)

Fiecare exemplu de raţionament în acest mod se va afla în unul şi numai în unul dintre aceste cinci cazuri. În legătură cu modurile deosebim „forma standard" dată în logică şi „forma stilizată" utilizată în gîndirea obişnuită. Forma stilizată are printre alte particularităţi: a) caracterul de propoziţie explicativă (indicat prin cuvintele *deoarece, fiindcă* san altele); b) concluzia este pusă adesea în faţă; c) uneori premisele sînt inversate. Această formă stilizată pune accentul pe *justificarea* concluziei. Explicaţia constă în faptul că în gîndirea obişnuită nu interesează doar deduc-

ția, ci *deducția ca argumentare*. Deosebirea între formele standard și formele stilizate ține de logica pragmatică, căci ele sînt date în funcție de eficiența utilizării.

**MODUS**, denumire a părții modale a unei judecăți de modalitate. Modusul judecății de forma „Este posibil *p*" este partea „este posibil" Corelativul *modusului* este *dictumul* care este partea *asertorică* a judecății modale, în schema noastră este *p*. Avînd judecata „Este necesar ca pămîntul să atragă corpurile din jurul său" modusul este partea „este necesar", iar *dictumul* este „ca pămîntul să atragă corpurile din jurul său". Forma dictumului nu este în acest caz asertorică, ci are mai degrabă aspectul unei denumiri pentru starea de fapt, dar ea poate fi ușor transformată în aserțiune explicită „pămîntul atrage corpurile din jurul său". Atît modusul cît și dictumul pot fi afirmative sau negative. Forma „Nu este posibil *p*" are modusul negativ și dictumul afirmativ

**MODUS PONENS** (sau **modus ponendo ponens**), denumirea latinească a raționamentului cu următoarea schemă:

(1)
$$\frac{\begin{array}{l} A \Rightarrow B \\ A \end{array}}{B}$$

În sistemele axiomatice se utilizează în mod corespunzător regula modus ponens (sau „regula detașării") dacă $A$ și $A \Rightarrow B$ atunci $B$. Regula are următorul echivalent semantic „dacă este adevărat «$A \Rightarrow B$» și este adevărat «$A$» atunci este adevărat «$B$». Această regulă exprimă condiția de adevăr a raționamentului. Teza logică corespunzătoare este $A$ & $(A \Rightarrow B) \Rightarrow B$. În calculul natural schema modus ponens se numește „regula eliminării implicației". În teoria funcțiilor de adevăr schema redă doar relații între funcții de adevăr:

(2)
$$\frac{\begin{array}{l} p \rightarrow q \\ p \end{array}}{q}$$

Se pot însă folosi scheme cu interpretări diferite (pentru propoziții și resp. funcții de adevăr). În dependență de structura propozițiilor, $A$, $B$ și a relațiilor dintre ele pot fi date și scheme mai complicate, utilizînd *operatorii silogistici* (v.), ca de ex

(3)
$$\frac{\begin{array}{l} SaP \Rightarrow SaQ \\ SaP \end{array}}{SaQ}$$

Se poate întîmpla însă că nu este valabilă $S\ a\ P$ ci $S_1\ a\ P$ (unde $S_1$ este o specie a lui $S$) caz in care schema ia forma:

(4)
$$\frac{\begin{array}{l} SaP \Rightarrow SaQ \\ S_1aP \end{array}}{S_1aQ}$$

Aceasta se explică prin aceea că prima judecată este o universală de tip $A$, iar $S_1$ = unii $S$. Ca urmare s-ar părea că putem da schema:

(a)
$$\frac{\begin{array}{l} SaP \Rightarrow SaQ \\ SiP \end{array}}{SiQ}$$

Este vorba de o schemă bazată pe subalternare (A ⊢ I).

(b)
$$\frac{\dfrac{SaP \Rightarrow SaQ}{\begin{array}{l} SiP \Rightarrow SiQ \\ SiP \end{array}}}{SiQ}$$

Această schemă însă are defectul că nu a precizat dacă „unii $S$" din antecedent sînt aceiaşi cu „unii $S$" din consecvent. Ca urmare numai forma următoare este corectă:

$$\frac{\dfrac{SaP \Rightarrow SaQ}{\begin{array}{l} S_1aP \Rightarrow S_1aQ \\ S_1aP \end{array}}}{S_1aQ}$$

Exemple:

Dacă plouă îmi iau umbrela

(1) Plouă

Îmi iau umbrela

(2) Dacă toţi oamenii sînt demni atunci nici unul nu e mincinos

Toţi cei ce iubesc onoarea sînt demni

Toţi cei ce iubesc onoarea nu sînt mincinoşi

Exemplul (2) e bazat pe subalternare. Formele (a) şi (b) nu sînt corecte din cauza impreciziunii poziţiei lui „unii $S$". Impreciziunea apare clar în judecăţile: „dacă unii studenţi au învăţat atunci unii studenţi au trecut la examen" şi „dacă unii studenţi au lucrat atunci unii studenţi au făcut sport". În prima judecată contextul ne sugerează că „unii $S$" sînt aceiaşi în cei doi membrii ai ipoteticei, în timp ce în a doua „unii $S$" din antecedent pot să fie diferiţi de „unii $S$" din consecvent. Se înţelege că valabilitatea formei (3) nu este afectată de aceste consideraţii. În legătură cu logica predicatelor se pune, de asemenea, problema structurii componentelor. Aci avem implicaţia formală: $\forall x\ (P(x) \Rightarrow Q(x))$. Schema pentru modus ponens

(5)
$$\frac{\begin{array}{l} \forall x\ (P(x) \Rightarrow Q(x)) \\ P(x) \end{array}}{Q(x)}$$

Ea se obține prin eliminarea *cuantorului universal* (v.):

$$\frac{\begin{array}{l}P(x) \Rightarrow Q(x)\\ P(x)\end{array}}{Q(x)}$$

**MODUS TOLLENS** (sau *modus tollendo tollens*), denumire latinească a următoarei scheme

$$\frac{\begin{array}{l}A \Rightarrow B\\ \bar{B}\end{array}}{\bar{A}}$$

Este o schemă inversă schemei *modus ponens* și ea se bazează pe legea contrapoziției implicației $(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})$. Se poate justifica astfel.

$$\frac{\begin{array}{l}(A \Rightarrow B) \Rightarrow (\bar{B} \Rightarrow \bar{A})\\ A \Rightarrow B\end{array}}{\frac{\begin{array}{l}\bar{B} \Rightarrow \bar{A}\\ \bar{B}\end{array}}{\bar{A}}}$$

Este rezultatul unei aplicări repetate a regulii *modus ponens* la legea contrapoziției. Ca regulă sintactică avem dacă $A \Rightarrow B$ și $\bar{B}$ atunci $\bar{A}$ ceea ce corespunde tezei: $((A \Rightarrow B) \& \bar{B}) \Rightarrow \bar{A}$ Ca regulă semantică avem: dacă «$A \Rightarrow B$» este adevărat și «$B$» este fals atunci «$A$» este fals Exemplu

Dacă rombul este pătrat el are toate unghiurile egale
Or rombul nu are toate unghiurile egale

---

Rombul nu este pătrat

**MONOMORFISM**, proprietate a unui sistem de formule axiomatice de a avea numai *modele* izomorfe între ele. În caz contrar vorbim de *polimorfism* Sistemul lui Peano (v. *axiomele lui Peano*) este monomorf în anumite limite ale noțiunii de *proprietate*, altfel este polimorf În loc de *monomorf* se utilizează adesea termenul *categoric*.

**MULȚIME INFINITĂ**, o mulțime M este infinită dacă și numai dacă ea are cel puțin o parte strictă care este echivalentă cu mulțimea M Mulțimea numerelor naturale este echivalentă cu mulțimea numerelor pare. Ea este, de asemenea, echivalentă cu mulțimea numerelor impare Evident, mulțimile finite nu satisfac această condiție. S-a susținut că în cazul infinitului datorită relației de mai sus axioma „întregul este mai mare decît partea" nu mai este valabilă (ceea ce a fost considerat „fapt paradoxal"). Or relația amintită ne obligă doar la precizarea axiomei nu la renunțare. întregul (mulțimea ca întreg) este mai mare decît partea (submulțimea în sens strict) dacă și numai dacă există elemente care aparțin întregului, dar nu aparțin părții.

**MULȚIME ÎNCHISĂ** (relativ la operație sau regulă), mulțime pentru care rezultatul operației asupra elementelor mulțimii face parte din mulțimea respectivă. Formal, mulțimea este închisă dacă și numai dacă satisface

condiția $a, b \in M \Rightarrow a * b \in M$). Mulțimea $Z$ (numere întregi) este închisă relativ la operația — (scădere) · $a, b \in Z \Rightarrow (a - b) \in Z$. Dimpotrivă, mulțimea $N$ (numere naturale) nu este închisă relativ la această operație căci nu are loc condiția: $a, b \in N \Rightarrow (a - b) \in N$. Într-adevăr, dacă $a = 2$ și $b = 4$ ele aparțin lui $N$ fără ca $2 - 4$ (adică $-2$) să aparțină lui $N$. Mulțimea $P$ a formulelor din limbajul funcțiilor de adevăr este închisă relativ la operațiile din acest limbaj (—, &, V, → ș.a.). Exemple $A \in P \Rightarrow \bar{A} \in P$; $A, B \in P \Rightarrow (A \ \& \ B) \in P$. O mulțime este închisă cu privire la o regulă dacă și numai dacă rezultatul aplicării regulei asupra elementelor mulțimii dă un element care aparține mulțimii. Astfel, o mulțime de termeni este închisă relativ la regulile de definiție date *pentru* mulțimea respectivă, o mulțime de teoreme este închisă relativ la regulile de deducție date *pentru* mulțimea respectivă. Mulțimea teoremelor din sistemul funcțiilor de adevăr $HA$ este închisă relativ la regulile de substiție și modus ponens. (Se are în vedere că axioma este înțeleasă ca un caz particular de teoremă, teoremă dedusă din premise vide.)

**MULȚIME POTENȚIALĂ,** mulțimea tuturor submulțimilor (în sens larg) unei mulțimi date. Dacă mulțimea dată este notată cu $M$, **m. p.** se va nota cu $P(M)$. Fie, de ex., mulțimea $\{a, b, c\}$. Notînd această mulțime cu $A$, deci $A \equiv \{a, b, c\}$, **m. p.** $P(A)$ va fi:

$$P(A) \equiv \{\emptyset, \{a\}, \{b\}, \{c\}, \{a, b\}, \{a, c\}, \{b, c\}, \{a, b, c\}\}$$

Se observă că mulțimea $A$ are 3 elemente, iar mulțimea $P(A)$ are 8 elemente. O teoremă importantă a teoriei mulțimilor spune că: dacă $M^* = n$ atunci $P(M)^* = 2^n$. De aci · $P(M)^* > M^*$, unde $P(M)^*$ și $M^*$ sînt respectivele numere cardinale.

**MULȚIME VAGĂ,** mulțime $M$ dintr-un univers $U$ în legătură cu care există elemente astfel că nu putem decide dacă aparțin sau nu acestei mulțimi. Cu alte cuvinte, terțul exclus în forma următoare nu este valabil:

$$\forall x \, (x \in K \vee x \notin K)$$
$$\langle x \in U \rangle$$

Astfel m. *tinerilor* este vagă în universul oamenilor, căci există indivizi umani despre care nu putem spune dacă sînt sau nu tineri. Conceptele corespunzătoare **m. v.** se numesc *concepte vagi*, iar logica corespunzătoare *logica conceptelor vagi*. Conceptul de *grămadă* (*v.*) este concept vag în universul mulțimilor. Bazele teoriei (resp. logicii) mulțimilor vagi au fost puse de către L. A. Zadeh.

**MUTATIS MUTANDIS** (lat.), cu schimbările necesare, despre aplicarea unei formulări în alt context care presupune unele modificări de înțeles.

# N

**NECESAR,** calificativ modal. Se referă la stări de fapt („este *necesar* ca apa să înghețe la –4°C") sau la ceea ce este *logic adevărat* („este necesar ca $p \vee \bar{p}$") În combinația „este necesar ca" se folosește pentru citirea operatorului necesității ($\Box$).

**NECONTRADICȚIE,** proprietate logică a unei mulțimi de expresii (termeni, propoziții, formule) dintr-un limbaj $L$ de a nu conține o *contradicție logică*. Există două feluri de definiții **1)** *sintactice* (pur formale) și **2)** *semantice*. Este util să definim termenul **n.** pe categorii de expresii · termeni, propoziții, forme de termeni și de propoziții Definiția **n.** presupune că am definit anterior contradicția logică a) Un termen este contradictoriu dacă implică determinații care se exclud logic sau care vin în contradicție cu o determinație dată în sistem Toți termenii *logic vizi* sint astfel contradictorii. De ex „cerc pătrat" conține determinații care se exclud, căci definițiile *cercului* și *pătratului* implică propoziții care se exclud logic. Termenul „cel mai mare număr natural" conține o determinare care contrazice determinația șirului natural *de a nu avea limită superioară.* Cînd termenul este contradictoriu *în sine* se spune că avem o *contradicție in adjecto* Invers, un termen este *necontradictoriu* dacă el nu presupune o contradicție în sensul descris b) O mulțime de termeni este *necontradictorie* dacă definițiile lor nu se contrazic. c) O mulțime de termeni este *necontradictorie* relativ la o submulțime *finită* de *termeni primi* și o mulțime de *reguli de definiție* dacă mulțimea termenilor primi este necontradictorie și orice definiție este conformă cu regulile de definiție. (Se presupune că limbajul $L$ posedă reguli pentru ceea ce se numește „termen bine format" Astfel de reguli sînt reguli inductive ) Necontradicția termenilor trimite deja la necontradicția propozițiilor (definițiile fiind propoziții) d) O propoziție este contradictorie dacă ea implică o contradicție Astfel, propoziția „Toate propozițiile sînt false" este contradictorie și anume autocontradictorie. Propoziția „Numărul 2 este impar" este contradictorie căci proprietățile date prin definiție lui 2 exclud logic proprietatea *impar* O propoziție este necontradictorie dacă ea nu implică o contradicție fie în sensul unei propoziții fie în sensul că termenii ei se contrazic e) O mulțime de propoziții din $L$ este necontradictorie dacă ea nu conține propoziții care să se contrazică ($A$ și $\bar{A}$). f). O mulțime de propoziții este necontradictorie relativ la *regulile de transformare* dacă nici o propoziție $A$ din mulțime nu poate fi transformată în negația ei $\bar{A}$. g) O mulțime de propoziții este necontradictorie relativ la o *submulțime strictă a sa* și la *regulile de deducție* dacă nu se deduce din această submulțime strictă atît $A$ cît și $\bar{A}$. Acesta este cazul sistemului deductiv (resp. axiomatic) h) Un sistem axiomatic este necontradictoriu dacă din axiome nu se deduce (cu ajutorul regulilor de deducție) atit $A$ cit și $\bar{A}$ (cu alte cuvinte nu sînt teoreme două propoziții care se exclud). Definiția este valabilă și pentru sistemul axio-

matic formal. 1) Un sistem axiomatic formal este necontradictoriu dacă există cel puțin o interpretare în raport cu care fiecare formulă a sistemului devine propoziție adevărată. Cu alte cuvinte, un sistem axiomatic formal este necontradictoriu dacă el are *model* (*v.*). De ex., calculul propozițional Hilbert—Ackermann este necontradictoriu relativ la matricele bivalente. Demonstrarea **n.** unui sistem logic este prima problemă a metalogicii sistemului. (V. și *Contradicție formală, Necontradicție absolută, Necontradicție în sensul lui Post, Necontradicție în sensul lui Hilbert*).

**NECONTRADICȚIE ABSOLUTĂ,** un sistem logic (pur sau aplicat) este necontradictoriu în sens absolut dacă nu toate propozițiile și formele propoziționale din limbajul sistemului sînt teoreme în sistem. (*v. necontradicție*)

**NECONTRADICȚIE ÎN SENSUL LUI GÖDEL** ($\omega$ — necontradicția). Un sistem logic este $\omega$ — necontradictoriu dacă nu există în el o funcție propozițională încît să fie demonstrate în sistem toate substituțiile în această funcție propozițională împreună cu negația cuantificării generale a funcției În caz contrar, este $\omega$ — contradictoriu. Astfel, dacă $\varphi(x)$ este o funcție propozițională și nu sînt demonstrate toate substituțiile $\varphi(x_1)$, $\varphi(x_2)$, . împreună cu $\overline{\forall x \varphi(x)}$ atunci sistemul este $\omega$ — necontradictoriu. Ideea i-a fost sugerată lui Gödel de propoziția autocontradictorie „Toate propozițiile sînt false". Orice sistem $\omega$ — necontradictoriu este și necontradictoriu.

**NECONTRADICȚIE ÎN SENSUL LUI HILBERT.** Pornind de la metateorema că „dintr-o contradicție se poate deduce orice" Hilbert a definit necontradicția astfel: un sistem logic este necontradictoriu dacă există o propoziție în limbajul sistemului care nu este teoremă în sistem. De ex. în sistemul lui Church o astfel de *propoziție* este $f$ (simbolul falsului).

**NECONTRADICȚIE ÎN SENSUL LUI POST.** Un sistem logic care conține variabile propoziționale este necontradictoriu dacă nici o variabilă propozițională nu este teoremă în sistem.

**NEGAȚIA RELAȚIEI** — simbolic $\overline{R}$ sau $\overline{xRy}$ — relație complementară cu o relație dată, astfel că $R$ și $\overline{R}$ nu pot avea loc pentru aceeași mulțime de obiecte De ex $x > y$ are ca negație pe $\overline{x > y}$ (sau $x \leqslant y$)

**NEGAȚIA TARE,** negația de forma $\Box\bar{A}$ („este necesar $\bar{A}$"), ceea ce echivalează cu „este imposibil $A$". Uneori apare în formule logice adevărate în mod tacit, de ex., $\overline{A \,\&\, \bar{A}}$ este deosebită de negația lui $\bar{A}$, ceea ce se reflectă și în modul de citire a lui $\overline{A \,\&\, \bar{A}}$ „este imposibil să fie $A$ și $\bar{A}$"

**NEGAȚIE,** termen prin care desemnăm: **1)** particulele *nu, non* ș.a. cu același înțeles, **2)** propozițiile de forma *nu p* (sau *nu este adevărat că p*), **3)** operația de negare a unei propoziții (adică de formare negației), **4)** funcția negației (funcție de adevăr). În limbajul logic **n.** se notează în diferite feluri: —, ¬, ′, ~. Exemple: $\bar{p}$, $\neg p$, $p'$ , $\sim p$. **N.** unei propoziții este *contradictoria* propoziției și se formează cu ajutorul operatorului **n.** (*nu*) Ea nu trebuie confundată cu *propoziția negativă* în genere, ci este exact *propoziția negativă contradictorie* propoziției date Pe de altă parte, ea nu trebuie confundată nici cu *contradictoria* care poate să aibă și formă afirmativă. Astfel, $a \geqslant b$ este contradictoria lui $a < b$, dar nu este negativă, dimpotrivă $\neg(a \geqslant b)$ este și contradictorie și **n. N.** este opusă afirmației și amîndouă constituie cele două moduri ale *asertării* Orice propoziție

cognitivă simplă este sau afirmativă sau **n.** **N.** se supune următoarei legi „**n.** negației este echivalentă cu afirmația". De ex.: „Nu (este adevărat că) nu (este adevărat că) $p$ este echivalent cu $p$. Apoi avem legile bivalente · dacă $p$ este adevărat $\bar{p}$ este falsă; dacă $p$ este falsă $\bar{p}$ este adevărată. O problemă importantă a logicii este găsirea diferitelor forme de **n.** Exemple: „Toți $S$ sînt $P$" are ca **n.** simplă (directă) pe „*Nu* toți $S$ sînt $P$" și ca formă indirectă (mai interesantă) pe „Unii $S$ nu sînt $P$". Simbolic: $A$ are ca negație pe $\bar{A}$, resp. pe $O$. „Dacă $p$ atunci $q$" are ca **n.** directă pe „Nu este adevărat că dacă $p$ atunci $q$" și ca **n.** indirectă pe „$p$ și nu $q$". Simbolic: $p \Rightarrow q$ are ca **n.** pe $(\overline{p \Rightarrow q})$ și respectiv pe $p \,\&\, \bar{q}$. Evident $\overline{p \Rightarrow q} \equiv p \,\&\, \bar{q}$ **N.** propoziției „dacă plouă atunci îmi iau umbrela" va fi „plouă și nu-mi iau umbrela" Prin transformări logice pot fi găsite și alte forme · $p \,\&\, \bar{q} \equiv \overline{\bar{p} \vee q)}$ În exemplul nostru aceasta va fi „nu este adevărat că (nu plouă sau îmi iau umbrela)" În continuare vom da **n.** indirecte rezultate prin transformare a **n.** directe. **N.** propoziției conjunctivă ($p$ și $q$) este „nu $p$ sau nu $q$". Simbolic $\overline{p \,\&\, q} \equiv \bar{p} \vee \bar{q}$. **N.** propoziției disjunctive neexclusive („$p$ sau $q$") este. „nu $p$ și nu $q$". Simbolic: $\overline{p \vee q} \equiv \bar{p} \,\&\, \bar{q}$. Exemplificăm pentru conjuncție și disjuncție. „Nu este adevărat că «tună și fulgeră» este echivalentă cu „nu tună sau nu fulgeră"; „Nu este adevărat că «plouă sau e vreme frumoasă»" este echivalentă cu „nu plouă și nu e vreme frumoasă". Iată și **n.** pentru alte forme (date simbolic): $(\overline{p \Leftrightarrow q}) \equiv (p + q)$; $\overline{\forall x A(x)} \equiv \exists x \overline{A(x)}$; $\overline{\exists x A(x)} \equiv \equiv \forall x \overline{A(x)}$. Se pot introduce și noțiuni mai slabe de **n.** în legătură cu opozițiile din pătratul logic (*negație contrară*, vezi *contrarietatea*; negația subcontrară, vezi *subcontrarietatea*), în legătură cu logicile $n$—valente ș.a

**NELOGIC 1.** Proprietate atribuită unor expresii Toate expresiile care nu aparțin logicii pure vor fi numite **n.** (sau extralogice) **2.** Ceea ce contrazice legile logicii.

**NEREFLEXIVITATE** (presc. *Neref*) proprietate formală a unei relații *derivate* prin negație Se definește astfel · *Neref* $(R) = \overline{\forall x (x\, R\, x)}$ Ori de cîte ori vom găsi un contraexemplu care infirmă formula $\forall x (x R x)$ vom spune că avem *Neref* $(R)$. Evident, $\forall x (x > x)$, este infirmată de orice exemplu și deci *Neref* $(>)$, mai mult avem *Iref* $(R)$. Relația „$x$ dă palme lui $y$" nu implică faptul că $\forall x$ ($x$ dă palme lui $x$), există contraexemple, ea este nereflexivă și anume anti-reflexivă

**NETRANZITIVITATE** (presc. *Netrans*), termen care desemnează negația nedefinită a tranzitivității. Se definește astfel *Ne-Trans* $(R) = \overline{\forall x\, y\, z}$ Trans $(R)$ Relația „$x$ iubește pe $y$" (ca și „$x$ este prieten cu $y$") este evident netranzitivă.

**NIHIL EST IN INTELECTUM QUOD NON PRIUS FUERIT IN SENSU** (lat.), nimic nu este în intelect fără ca mai înainte să fi fost în simțuri. Maximă sensualistă, evident greșită.

**NOMINALISM** (v. *doctrina universalelor*)

**NON (= NU)**, particulă utilizată frecvent în limbajul logicii pentru a exprima negația („non-$P$", „non-$p$").

**NON DISTRIBUTIVI, SED COLECTIVI MEDII** (lat.) termenul mediu nu e distribuit cel puțin într-o premisă (v. *silogismul simplu*).

**NONSENS 1.** Expresie aparentă care nu e construită conform cu regulile de sens, dar pare a avea sens prin faptul că imită expresii cu sens, de ex.: superfragilistic, **2.** Expresie în care sînt unite noțiuni incomparabile (de

ex „pătrat roşu"), 3. Expresia care conţine o contradicţie logică (expresia absurdă", de ex „pătrat rotund"), 4. Expresia inteligibilă (de ex orice bîlbîială incoerentă este un nonsens). N. poate fi relativ expresia are sens într-un domeniu determinat, dar extinsă dincolo de acesta ea îşi pierde sensul. Pe de altă parte, dacă aplicăm regulile de formare a expresiilor cu sens dincolo de anumite limite obţinem n. O expresie n. nu este niciodată bine definită.

**NORMĂ**, propoziţie prescriptivă care exprimă o *obligaţie* (v.) sau o *permisie* (v.) sau o *interdicţie* (v.). Spre deosebire de propoziţiile descriptive (cognitive) care au ca scop transmiterea unei informaţii adevărate sau false, n. sînt propoziţii care *prescriu* acte, acţiuni, determină limitele comportamentului nostru: „trebuie să facem...", „este permis să facem...", „este interzis să facem...", „este permis să facem sau să nu facem...". Ideea de n. se ascunde sub o terminologie extrem de bogată: principiu, dispoziţie, directivă, recomandare, prescripţie, regulă, imperativ, lege, convenţie, stipulare, reţetă, model, standard, ordin, prohibiţie, comandă ş.a. O activitate corelată cu n. se numeşte *normată* şi ea se desfăşoară (sau se presupune că se va desfăşura) *în limitele* n. Ca urmare, n. se disting după tipul de activitate la care se referă (de ex. n. morale, juridice, politice, de joc). Nu orice prescripţie este n., de ex. simplele recomandări, cerinţele nu sînt n. Vorbind despre n. morale Engels (*Anti-Dühring*) remarcă faptul că „oamenii îşi formează concepţiile lor morale pornind de la relaţiile practice", ele, „relaţiile practice", constituie izvorul tuturor tipurilor de n. Engels corelează problema n. cu aceea a *egalităţii* şi *libertăţii sociale*, cu problema necesităţii şi libertăţii, în genere „Nu se poate vorbi de morală şi drept fără a aborda problema aşa zisei voinţe libere, a responsabilităţii omului, a raportului dintre necesitate şi libertate" (v. *libertate deontică*). Fiind prescripţii n. (regulile în sensul de n.) nu sînt nici adevărate, nici false ele sînt *raţionale* sau *neraţionale* (rezonabile sau nerezonabile). Relaţiile dintre n. şi fapte sînt exact inverse celor dintre propoziţiile cognitive şi fapte (Gh. Enescu, *Fundamentele logice ale gîndirii*) În cazul propoziţiilor cognitive propoziţiile sînt raportate la fapte (care sînt luate ca *reper*) şi în funcţie de aceea dacă corespund sau nu cu faptele sînt calificate ca adevărate sau false; în cazul n. faptele (actele) oamenilor sînt raportate la n. şi în funcţie de aceea dacă corespund sau nu n., ele sînt calificate ca fiind *corecte* sau *nu* (v. *corectitudine*) N. sînt determinate de atingerea anumitor scopuri şi ele sînt *valabile* în măsura în care există interesul (scopul) pe care-l slujesc şi pe măsura *eficienţei* lor Von Wright distinge patru tipuri de activităţi normate: a) în relaţiile interumane (drept, morală), b) creaţia (ştiinţa, arta, tehnica), c) activitatea de producţie, d) jocul, distracţia. Ca urmare el clasifică normele în 1) reguli (de joc, de gramatică, de calcul), 2) prescripţii de comportament (legile statului, cutumele, normele morale), 3) directive tehnice (în producţie, în diferite meserii sau activităţi practice). N. la rîndul lor pot fi calificate ca *raţionale* în măsura în care faptele prescrise sînt *realizabile*, altfel ele n-au sens. O n. ca aceasta „trebuie să facem gimnastică sărind cîte 10 metri în sus" este evident irealizabilă şi, deci, fără sens (neraţională). N. sînt formulate în funcţie de posibilităţi (inclusiv posibilitatea de a impune), interese, scopuri şi, în acest sens, ele sînt considerate ca valabile în măsura în care corespund posibilităţilor, intereselor, scopurilor. Ele sînt, în acelaşi timp, mai mult sau mai puţin *eficiente*. Realizarea lor presupune legătura dintre scop şi mijloace şi, deci, considerarea raportului dintre posibilitate şi libertate. O n. n-are sens dacă interesul care a generat-o nu mai există, ea nu are sens dacă nu există nici un mijloc de a o realiza sau dacă contravine

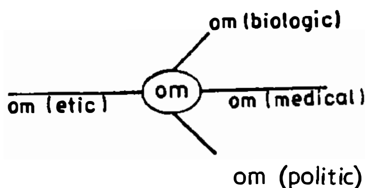
legilor obiective În formularea n. ne sprijinim, deci, pe de o parte, pe ceea ce sîntem liberi să facem sub raport *ontic*, pe de altă parte, pe ceea ce este în interesul nostru. Cum realitatea oferă mai multe posibilități de a acționa noi procedăm la o *alegere* în funcție de realizarea optimă (sau ceea ce considerăm optim) a intereselor, a scopurilor noastre. Așa se explică faptul că există sisteme de norme concurente. N. devine astfel *mijloc, condiție parțială* de realizare a scopurilor. O problemă importantă este aceea a raportului dintre *conținutul n.* și *forma de exprimare*. Propozițiile deontice sînt adesea sistematic ambigui în ce privește conținutul. Ele implică cel puțin trei referințe a) la voința autorității (care promulgă norma), b) la existenta normei (există obligația *ca*, există permisia *ca* etc.), c) la o acțiune (sensul imperativ) Evident că noi nu putem gîndi toate aceste semnificații deodată. Referirea la voință poate fi cognitivă (declarativă) sau prescriptivă: — voința autorității (persoană, adunare) *este* ca (sens cognitiv), consiliul popular dispune ca toți locuitorii ... (sens prescriptiv) O n. ca „trebuie să facem." are în momentul promulgării un sens prescriptiv, dar invocarea ei ulterioară poate să aibă sensul cognitiv de „*există* n. că trebuie să facem" Trimiterea la acțiune coincide cu sensul prescriptiv. Nu se poate face abstracție totală de vreuna din semnificații, de aceea vom vorbi de *intenția principală* (cea pe care dorim s-o exprimăm la momentul dat) și de *intenția secundară* (cea care este doar presupusă, subînțeleasă). N. pot fi exprimate în forme *indicative* sau *imperative*. De ex.: „Trebuie să facem *p*" sau „Fă *p!*". N. în formă imperativă au totdeauna ca intenție primă sensul prescriptiv Din această posibilitate de exprimare nu rezultă că imperativele sînt toate n. O simplă comandă ca „dă-mi un pahar cu apă!" nu este o n. N. ca judecăți normative pot fi studiate din diferite *puncte de vedere* (ceea ce von Wright numește in mod neadecvat *componente*) a) modul n. (obligatoriu, permis etc.), b) conținutul factual (faptul prevăzut), c) condiția de aplicație (condițiile faptului prescris), d) autoritatea (care promulgă n. sau poate s-o impună, poate să sancționeze), e) subiectul (individual sau colectiv) care urmează a îndeplini n., f) ocazia (împrejurările spațiale, temporale, demografice etc. în care urmează a se realiza n.) N. pot fi clasificate în dependență de aceste puncte de vedere: a) n. de obligație, de permisie, de interdicție, b) pozitive (de ex.: „Trebuia să închizi fereastra"), negative (de ex.: „Poți lăsa deschisă fereastra"), mixte (de ex.: „Închide ușa și lasă deschisă fereastra!"), c) categorice (condiția e implicită, ca în exemplul „închide fereastra!" unde se presupune că fereastra este deschisă și ea nu se închide de la sine), ipotetice (condiția este explicită „închide fereastra, dacă plouă!"), d) personale sau impersonale (n. se dă în numele unei persoane sau abstract în numele unei instituții), e) particulare (se referă la persoane date) sau generale (se referă la toți membrii unei colectivități), f) pentru ocazii speciale, pentru o mulțime finită de ocazii (determinată în genere), pentru o mulțime indefinită de ocazii Ca prototip al n. se iau regulile jocului dar trebuie să distingem între n. care sînt pure convenții, n. care reprezintă alegeri între condiții de realizare a unui fapt și n. elaborate pe baza legilor științifice. Regulile de șah sînt pure convenții, regulile de gramatică sînt alese din necesitatea de a comunica (ne putem lipsi de șah, dar nu de comunicare), regulile de calcul se întemeiează pe teoreme matematice, logice etc. (*v. regulă*).

**NOTA NOTAE EST NOTA REI IPSIUS**, formulare latinească pentru *axioma silogismului* (*v.*) În traducere înseamnă „însușirea însușirii este însușirea lucrului însuși" Luată *ad literam* formularea este evident greșită Exemplificăm roșul are însușirea de a fi culoare, creionul are însușirea de a fi

roşu, dar ... nu însuşirea de a fi culoare! Deci însuşirea (culoare) a însuşirii (roşu) nu este însuşirea lucrului însuşi (creion)

**NOTĂ,** determinare redată în *noţiune* (v.). **N.** sînt mai mult sau mai puţin generale în funcţie de sferă

**NOŢIUNE,** categorie logică constînd dintr-un ansamblu de determinări relative la un obiect *real* sau *presupus* De ex *om, animal, număr, culoare.* În logica tradiţională termenii **n.** şi *concept* sînt utilizaţi în sens identic, la fel în limbajul comun, în semantică termenul *concept* are un înţeles mai restrîns (*v concept*) Explicaţia dată mai sus **n.** nu este o definiţie riguroasă, ci o caracterizare aproximativă. Uneori se dă o definiţie gnoseologică „**n.** este reflectarea însuşirilor generale şi esenţiale ale obiectelor", or, aceasta este o definiţie prea îngustă. Ea nu ţine seama de **n.** vide, singulare şi categoriale. Pentru a înţelege modul în care logica tratează **n.** este necesar să distingem între **n.** informale (utilizate independent de sistematizarea logică) şi **n.** formale (utilizate într-un sens sistematic in „formă pură". De această diferenţă şi-a dat seama şi Titu Maiorescu in teza sa de doctorat Cînd abordăm logic **n.** presupunem că avem de a face cu **n.** în formă pură, în care însuşirile reţinute sînt necontradictorii şi sînt în concordanţă cu definiţia dată **n.** Uzual insă cele mai multe **n.** sînt informale, adică ele nu dispun de o definiţie precisă, însuşirile date nu sînt totdeauna în concordanţă cu definiţia şi între însuşiri există adesea contradicţii **N.** informale ţin adesea de utilizarea personală şi nu există doi indivizi care să posede exact aceeaşi **n.** informală Dimpotrivă, **n.** formală (*pură*) este un bun colectiv, cel puţin în sensul că ea se găseşte expusă sistematic, de ex. într-o carte, sau este dezvoltată sistematic după anumite reguli logice Astfel, în utilizarea fizicienilor **n.** *de forţă, de masă* sînt **n.** formale, pentru matematicieni **n.** de *număr, produs, diviziune* sînt **n.** formale **N.** informale sînt un produs mai mult sau mai puţin spontan, în timp ce **n.** formale sînt rezultatul unei elaborări sistematice Una este **n.** de *cal* pentru un biolog şi alta pentru cei ce nu se ocupă de biologie O altă distincţie utilă pentru a delimita sensul termenului **n.** este între **n.** care vizează acelaşi lucru din diferite puncte de vedere Una este *omul* din punct de vedere biologic, alta *omul* din punctele de vedere medical, politic, etic etc. *Omul* biologului este omul din punct de vedere anatomo-fiziologic, al poziţiei in regnul animal, al relaţiilor cu mediul ş.a., în timp ce omul medicului este omul considerat cu precădere din punctul de vedere al stării de sănătate. Există o **n.** unificatoare pentru *om*? Sau avem un termen cu o constelaţie de **n.**? Avem desigur un *nucleu* comun tuturor acestor **n.**, cel puţin în sensul că fiecare recunoaşte ca punct de plecare un anumit număr de determinări pe care le recunosc şi ceilalţi Acestea ar putea fi în cazul omului (pămîntean): raţionalitatea, capacitatea de a construi unelte, în general, de a munci, capacitatea de a vorbi (în sensul mai general, de a comunica în mod logic), bimanitatea şi alte cîteva. Am putea reprezenta astfel diversificarea **n.** după punctul de vedere:



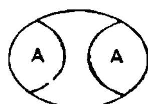
Tot ce este general valabil pentru omul *medical* este valabil pentru *om* și invers, dar n. comună de *om* nu este identică în conținut cu n. de *om medical*. Nu pare a fi rațional să considerăm n. de *om* ca un conglomerat al tuturor n. *unilaterale* despre om. O n. formală este o sistematizare unilaterală și chiar dacă există o sistematizare care să coreleze diferite puncte de vedere (în cazul omului ar putea fi antropologia) *ea însăși devine unilaterală* (= = punct de vedere de un ordin superior). Pentru studiul anumitor raporturi este necesar să limităm înțelesul termenului de n. la ceea ce este *dat prin definiție*. Uneori expresia n. este o expresie definitorie, alteori trebuie să asociem expresiei o definiție, în fine, în unele cazuri trebuie să deducem definiția din suma utilizărilor expresiei n. Astfel, „patrulaterul cu toate laturile și toate unghiurile egale" redă n. exprimată de *pătrat*, dar cuvîntul *pătrat*, luat izolat, este expresie a n. numai prin utilizări Dificultatea principală în legătură cu termenul n. provine din aceea că : teoretic se consideră, de regulă, că există atîtea n. cîte definiții ; în timp ce în utilizare nu se distinge între diferite n. (în sensul în care se distinge în definiție), utilizarea tratează lucrurile ca și cum am avea de a face cu o singură n. Toate aceste dificultăți au stimulat logica modernă să prefere categoria semiotică *termen* categoriei conceptuale n. O altă problemă a n. este aceea a relațiilor ei cu judecata. Și n. și judecata rețin determinări ale obiectivelor și atunci care este deosebirea ? Deosebirile sînt următoarele a) fiecare judecată elementară reține o singură determinare și b) fiecare judecată compusă poate reține *n* determinări, în timp ce, c) o n. conține o mulțime nedefinită (potențial infinită) de determinări, d) judecata conține explicit o afirmare sau o negare în timp ce n. poate fi concepută fără afirmare sau negare (și în logică așa este, de regulă, concepută). Vom distinge între forma *sintetică* a n. în care determinările sînt presupuse fără a fi cuprinse într-o judecată și forma *analitică judicativă* (desfășurată, explicită) în care determinările sînt cuprinse în judecăți și n. apare ca un „sistem de judecăți". Astfel, n. *de număr* este utilizată sintetic cînd o raportăm la altă n. și este utilizată analitic, atunci cînd o descompunem într-un sistem de judecăți (*număr* în acest sens este tot ce se spune despre număr în teoria numerelor). Putem vorbi despre utilizarea *globală* și utilizarea „desfășurată judicativ" (pentru a o distinge de simpla înșiruire a determinărilor) N. sintetică apare în raport cu judecata, ca *termen* al judecății, n. analitico-judicativă apare ca fiind compusă din judecăți, ca *sistem de judecăți*. Fiecare judecată redă asertiv (= afirmativ sau negativ) o determinare a obiectului. În acest sens, n. sintetică este o „virtualitate de judecăți" (Goblot), iar n. analitico-judicativă este un ansamblu (sistem) de judecăți. Distincția este evident necesară. Ar fi imposibil ca ori de cîte ori formulăm o judecată să utilizăm n. în sens analitic (chiar și nejudicativ) Spunem „omul este animal rațional", dar n am putea înlocui *omul* cu sistemul de judecăți despre animal și *rațional* cu sistemul de judecăți despre raționalitate. Trimiterea la om se face *global*, la fel la *animal* și la *rațional* tocmai pentru că ceea ce interesează aci este relația între cele trei n. și nu întregul lor conținut. Din punctul de vedere al limbajului adoptat în logică termenul n. ține de limbajul abstracțiilor, este o categorie *conceptuală*, nu una *semiotică*. Categoria semiotică corespunzătoare este *termenul* (sau mai larg *cuvîntul*). Pentru a studia în continuare diferite probleme relative la n. vom adopta următoarele supoziții : a) n. va fi utilizată sintetic și orice utilizare analitică se va limita la prezentarea unui tabel de determinări ; b) n. va fi utilizată formal, nu vom ține seama de utilizările personale, spontane, informale , c) n. va fi înțeleasă cînd nu se prevede altfel ca fiind iden-

tică cu *nucleul* n., necuprinzînd şi n. unilaterale (dacă ele există). Aceste supoziţii pot fi schimbate în funcţie de necesităţile logice. O problemă este aceea a relaţiilor n. cu *cuvîntul* (respectiv cu termenul). Există cuvinte cu semnificaţie independentă şi cuvinte cu semnificaţie în contextul altor cuvinte Cuvintele substantive, adjective, verbe au semnificaţie independentă, în timp ce conjuncţiile, prepoziţiile ş a au semnificaţie în contextul altor cuvinte Putem spune că *om, animal, frumos, a merge* desemnează ceva independent de alte cuvinte şi deci exprimă o n., dimpotrivă *şi, sau, de la, ca* nu au astfel de semnificaţie independentă şi luate separat nu exprimă o n., lor li se asociază totuşi o n. *specifică* în contextul altor cuvinte Nu definim pe *şi* separat, dar definim pe *şi* în contextul „*a* şi *b*" Este un mod prescurtat de a spune n. corespunzătoare lui *şi*, în realitate avem noţiunea corespunzătoare lui „*a* şi *b*" Există dealtfel şi un alt motiv de cele mai multe ori astfel de cuvinte işi schimbă semnificaţia in funcţie de context şi chiar dacă păstrează un *rest* de semnificaţie comună el este greu definibil dacă nu chiar indefinibil Uneia şi aceleiaşi n. pot să-i corespundă mai multe cuvinte, după cum unuia şi aceluiaşi cuvînt pot să-i corespundă mai multe n. O eroare foarte răspîndită este aceea de a se conchide de la identitatea de cuvînt (de la omonimie) la identitatea de n., o alta constă în a conchide de la diferenţa de cuvinte la diferenţa de n. O n. poate fi exprimată printr-un singur cuvînt sau prin mai multe cuvinte Astfel „animale ierbivore", „număr divizibil cu doi", „paralelogramul cu toate laturile şi toate unghiurile egale" sînt exemple de n. cu expresia complexă. Simplu sînt exprimate noţiunile *om, animal, albastru*. Modul în care este exprimată n. poate prezenta un anumit interes, mai ales dacă însuşirile reţinute sînt definitorii. În mod tradiţional n. are două laturi *conţinutul* şi *sfera* (v *conţinutul noţiunii, sfera noţiunii*) Abordarea n. din punctul de vedere al conţinutului şi sferei trebuie să ţină seama de unghiul de vedere din care considerăm n. formal sau neformal, sintetic (global) sau analitic (desfăşurat). Aşa cum s-a precizat, în logică studiem n. in „formă pură" În epistemologie trebuie să avem în vedere n. în toate ipostazele Reţinem, înfine, că uneori prin n. se înţelege pur şi simplu *proprietatea* alteori funcţia propoziţională (Frege)

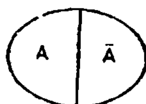
**NOŢIUNI ABSTRACTE**, noţiuni care nu pot fi corelate cu ceva care există ca atare in realitate, ca lucru de sine stătător (sau ca clasă de lucruri concrete). Ele sînt rezultatul tratării proprietăţilor ca şi cum ar fi lucruri Gramatical aceasta se produce de ex prin substantivizarea adjectivelor (*roşu — roşeaţă, egal — egalitate, drept — dreptate* ş.a.) Nu există dreptate, egalitate ca lucruri concrete san ca clase de lucruri concrete, ele sînt doar proprietăţi ale unor astfel de lucruri Proprietăţile sînt în acest fel *reificate*. Cuvintul *abstract* de aci nu trebuie confundat cu *abstractul* în genere În genere orice noţiune este *abstractă* (în sensul că e formată *prin abstracţie*). Şi noţiunea *om* este abstracţie, dar în sensul exact descris aci ea nu este n. a.

**NOŢIUNI CONCRETE**, noţiuni care se aplică la lucruri care există (sau se presupune că există) ca atare in realitate (sînt exemplificabile în experienţă). Astfel *Paris, Bucureşti, Mihai Eminescu, om, animal* Deşi omul nu există *ca atare* în realitate, el totuşi se aplică la lucuri care există ca atare (indivizii umani). N. c. se opun *noţiunilor abstracte (v.)*. Noţiunile concrete redau o *totalitate de determinări*, cele abstracte numai determinări separate (reificate)

**NOȚIUNI CONTRARII,** noțiuni care se definesc prin note inverse (de ex. *alb — negru, forță centrifugă — forță centripetă, atracție — respingere*) **N. c.** nu se confundă cu cele contradictorii (v. *raporturile de conținut între noțiuni*). Putem reprezenta diferența dintre ele din punctul de vedere al sferei astfel



Contrarii



Contradictorii

**NOȚIUNI GENERALE,** noțiunile care se aplică (sau presupun că se aplică la o clasă cu mai mult de un element, cu condiția că orice notă a noțiunii poate fi aplicată fiecărui element al clasei. Noțiunile *om, număr, pădure* sînt **n. g.** Tot ce este valabil despre *om*, în genere, este valabil și despre fiecare om (individ uman) în parte. Noțiunile cu cel mai mare grad de generalitate se numesc *categorii logice*. Astfel, sînt categoriile ontologiei (formă, conținut, spațiu, timp ș.a.) Noțiunile cu cel mai mare grad de generalitate într-un domeniu al cunoașterii se numesc *categoriile domeniului* (de ex., categoriile matematicii, categoriile fizicii, categoriile teoriei cunoașterii ș.a.). **N. g.** pot determina clase de diferite ordine și in diferite domenii. Astfel, putem avea clasa mamiferelor în universul indivizilor, clasa tuturor claselor de numere în universul mulțimilor, clasa proprietăților spațiale în universul proprietăților ș a. *Roșu* este o noțiune de ordinul unu, ea se aplică la indivizi (obiecte) fizice, *culoare* este o noțiune de ordinul doi, ea se aplică diferitelor culori în parte (roșu, galben, albastru etc.), dar nu indivizilor la care se aplică aceste culori. Nu trebuie să se confunde *ordinul* noțiunii cu *generalitatea* noțiunii Roșu și culoare sînt proprietăți de diferite ordine, ele nu se pot aplica aceleiași clase, dar mamifer și vertebrat sînt proprietăți de generalitate diferită de același ordin, ele pot fi aplicate aceleiași clase (de indivizi, în acest caz)

**NOȚIUNI IDEALE,** sînt introduse prin procesul de idealizare, ca limită gîndită a unei tendințe reale. De ex. : „corp perfect solid", „gaz perfect", „corp perfect elastic", „punct euclidian", „punct material" (în mecanica clasică). În limbajul reific se spune *obiect ideal* (v). Poziția logică a acestor noțiuni nu este clară. Ele *par* a fi noțiuni de sferă vidă și încă logic vidă și totuși nu rezultă dificultățile la care ne-am aștepta. (v. *idealizare*).

**NOȚIUNI NEGATIVE,** sînt formate prin negarea notelor definitorii ale unor *noțiuni pozitive* (*v.*). Exemplu : *non-om, non-mamifer, inegal, nedrept.* Nu trebuie să se creadă că orice cuvînt format cu prefix negativ exprimă o **n. n.** Astfel *neom* nu exprimă noțiunea *non-om* ci noțiunea cu sens moral negativ — „lipsit de omenie".

**NOȚIUNI POZITIVE,** sînt formate prin definirea cu ajutorul unor determinări date. De ex. *om, mamifer, egal, drept.* Ele se opun *noțiunilor negative (v.).*

**NOȚIUNI RELATIVE** (sau *corelative*), noțiuni care sînt definite una relativ la alta. De ex., *părinți* și *copii, soț* și *soție.*

**NOȚIUNI SINGULARE** *(individuale)*, noțiunile care se referă (sau presupun că se referă) la un obiect (fenomen etc.) individual sau la singularități. Astfel: *Mihai Eminescu*, orașul *București, Zeus, Centaurul* sînt **n. s.**

*(singulare)*. Primele două sînt *nevide* celelalte două sînt *vide (v.)* Între **n. s.** un loc aparte ocupă noțiunile care se referă la singularități ce nu sînt indivizi în sensul obișnuit al cuvîntului, ci entități (sau conglomerate de entități) care satisfac proprietatea de *unicitate*. Astfel avem: a) **n. s.** colective, b) **n. s.** abstracte, c) mulțimile luate ca *unu*. **N. s.** colective sînt conglomerate (agregate) de indivizi (care pot să nu aparțină aceluiași gen.). De ex., *Pădurea Băneasa, Biblioteca din Alexandria.* Pădurea Băneasa constă din toate plantele care se află pe o anumită porțiune de teritoriu (bine localizată), iar Biblioteca din Alexandria a constat din toate lucrările, clădirea și alte lucruri care formau părțile acestui agregat. **N. s.** abstracte se referă la abstracții tratate ca singularități, de ex. *numărul zero, mulțimea vidă, numărul doi.* Există un singur număr zero, o singură mulțime vidă, un singur număr doi. Ca exemple de mulțimi luate *ca unu* avem „mulțimea tuturor numerelor naturale", „mulțimea tuturor numerelor pare". Este important să distingem **n. s.** colective de noțiunile individuale (în sensul strict al cuvîntului) și de noțiunile generale O noțiune colectivă se poate asocia cu alte **n. s.** pe linia raportului *parte/întreg*, în timp ce între noțiunile generale și **n. s.** corespunzătoare raportul este de *ordonare*

**NOȚIUNI VIDE,** noțiuni cărora nu le corespunde nimic în realitate De ex.. „oamenii de pe planeta Marte", „cel mai mare număr natural" Există două feluri de noțiuni vide **n.** *factual vide* și **n.** *logic vide*. Noțiunile factual vide sînt vide într-un anumit moment, dar nu în principiu. Astfel „oamenii de pe planeta Marte" este o **n. v.** în momentul de față însă nu este exclus ca în trecut planeta Marte să fi fost locuită de oameni și, de asemenea, nu este exclus ca în viitor ea să fie locuită de oameni. Noțiunile logic vide sînt contradictorii prin definiție și deci imposibil să le corespundă ceva De acest fel este noțiunea „cel mai mare număr natural".

**NU,** constantă (sau particulă) logică. Poate fi utilizată diferit: a) asociată cu copula *este*, poate forma propoziții negative („S *nu* este P"), b) în combinația „nu este adevărat că..." exprimă negația propoziției („nu este adevărat că «toți *S* sînt *P*»"), c) pusă în fața propoziției exprimă negația stării de fapt exprimată de propoziție („nu toți oamenii sînt muncitori") Corespondentul lui „nu" în alte limbi este asociat și cu termenii, însă în limba română astfel de construcții sînt artificiale (de ex „nu om", „nu alb") și e înlocuit cu latinescul „non (de ex. „non-om", „non-alb"). Este utilizat și în combinație cu variabile (de ex. „nu *p* sau nu *q*"

**NUMĂR ALEATOR,** număr asociat unui eveniment întîmplător. Considerăm experimentul aruncării cu 3 monezi Fiecare monedă are două posibilități stema (S) și cifra (C). Numărul de steme este un număr aleator. Formăm tabelul cu evenimente și cu numărul de steme posibile în fiecare caz

S S S — 3
S S C — 2
S C S — 2
S C C — 1
C S S — 2
C S C — 1
C C S — 1
C C C — 0

Numărul de steme va fi 0 sau 1 sau 2 sau 3. Vom spune despre numărul de steme că este „mărime aleatoare" (respectiv „variabilă aleatoare") care poate lua valorile 0, 1, 2, 3. Prin urmare, dacă $x$ este o variabilă aleatoare valorile ei vor fi numere aleatoare asociate evenimentelor unui spaţiu de evenimente, adică numerele $x_1, x_2, \ldots x_n$ În exemplul nostru $x_1 = 0$, $x_2 = 1$, $x_3 = 2$, $x_4 = 3$. Fiecare număr aleator are o frecvenţă Astfel 0 apare o dată, 1 apare de 3 ori, 2 apare de 3 ori, iar 3 apare o dată În raport cu variabila aleatoare se defineşte *funcţia de probabilitate.* Definiţia acestei funcţii se dă pe baza tabelului distribuţiei probabilităţilor. Tabelul probabilităţilor are forma următoare

| $x$ | $x_1, x_2, \ldots, x_n$ |
|---|---|
| $f(x)$ | $f(x_1), f(x_2) \ldots f(x_n)$ |

unde $x_1, x_2 \ldots x_4$ sînt n. a. pe care le poate lua ca valori $x$ iar $f(x)$ este probabilitatea corespunzătoare numărului $f(x) = \dfrac{K}{m}$ $K$ este frecvenţa unui număr (sau „coeficientul de probabilitate"), iar $m$ numărul de evenimente din $S$ Pentru exemplul nostru, tabelul are forma

| $x$ | 0 | 1 | 2 | 3 |
|---|---|---|---|---|
| $F$ | 1 | 3 | 3 | 1 |
| $f(x)$ | 1/8 | 3/8 | 3/8 | 1/8 |

(unde $F$ este frecvenţa). Definim noţiunea de medie a alegerii

(1) $\bar{x} = \dfrac{x_1 \cdot n_1 + x_2 \cdot n_2 + \ldots + x_i n_i}{n_1 + n_2 + \ldots + n_i} = \dfrac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i}$ ($n_i$ reprezintă suma frecvenţelor).

(2) $\dfrac{\Sigma x_i n_i}{\Sigma n_i} = \Sigma x_i \dfrac{n_i}{\Sigma n_i} = \dfrac{1}{\Sigma n_i} \Sigma x_i n_i$ Deoarece $\Sigma n_i = n$, formula devine

(3) $x = \dfrac{1}{n} \Sigma x_i n_i = \Sigma x_i \dfrac{n_i}{n}$

Raportul $\dfrac{n_i}{n}$ depinde de alegere, el este numai aproximativ egal cu $f(x_i)$

$$\frac{n_i}{n} \approx f(x_i)$$

Dacă însă pentru orice $i$ avem $\dfrac{n_i}{n} = f(x_i)$ atunci vom defini o nouă noţiune, anume „aşteptarea matematică" („speranţa matematică") sau „valoarea medie", precum şi noţiunile, „amplitudine", „abatere medie absolută", „dispersie" şi „abatere standard". Notăm valoarea medie (aşteptarea matematică) cu $E(X)$

(4) $E(X) = \Sigma x_i f(x_i)$. Spre deosebire de $\bar{x}$, $E(X)$ nu depinde de alegere.

(5) Amplitudinea variabilei aleatoare — simbolic $A(X)$ — este definită astfel $A(X) = \max(x_1, \ldots, x_n) - \min(x_1, \ldots x_n)$

(6) Dacă notăm cu $\mu$ valoare medie adică $E(X) = \mu$, atunci $E(|X - \mu|)$ va reprezenta abaterea medie absolută a lui $X$.

(7) Dispersie $D(X) = E[(X - \mu)^2] = \sum_{i=1}^{l} (x_i - \mu)^2 f(x_i)$

(8) Abaterea standard a lui $X$ notată cu $\sigma_x$ şi definită $\sigma_x = \sqrt{D(X)}$, de unde rezultă invers că $D(X) = \sigma_x^2$.

**NUMĂR CARDINAL 1.** (În sens intuitiv) proprietate cantitativă a unei mulţimi de obiecte. **2.** (În sensul lui Frege şi Russell) **N. c.** al unei mulţimi M este totalitatea mulţimilor echivalente cu M (v. *Echivalenţa mulţimilor, Logicism*). În acest caz operaţiile între numere se vor traduce în operaţii între mulţimi. De ex. $2 + 3 = 5$ se va traduce prin $(a \in 2, b \in 3) \Rightarrow a \cup b \in 5$, $2 \times 3 = 6$ se va traduce prin $(a \in 2, b \in 3) \Rightarrow (a \times b) \in 6$ unde $\times$ este produs cartezian între *a*, *b*).

# O

**O,** 1. simbol pentru judecățile particular negative („Unii *S* nu sînt *P*"), 2. Simbol pentru operatorul *obligației* (v.)

**OBIECT** (în sens logic) tot despre ceea ce putem vorbi fără a ne contrazice (sau, cum se spune uneori, cu *sens logic*). În particular **o.** vor fi indivizi fizici, fenomene, proprietăți, concepte, percepții, semne, **o.** abstracte, **o.** ideale ș.a Uneori în loc de **o.** se spune *entitate*, pentru a evita legătura cu utilizarea în sens fizic, prea restrînsă. Interesant este că **o.** este și *mulțimea vidă (v.)* care este denumită printr-o expresie *contradictorie* sau pur și simplu cu o expresie căreia nu-i corespunde nimic in realitate. În acest sens, trebuie să distingem între ceea ce e denumit în mod contradictoriu și a vorbi *despre* contradictoriu. Se poate vorbi despre contradictoriu fără a ne contrazice. Matematica vorbește despre mulțimea vidă fără a se contrazice. Prin expresia „actualul rege al Franței" presupunem că desemnăm ceva, dar în realitate nu desemnăm nimic. Pentru teoria mulțimilor și logică (în vederea unor generalizări) este de preferat să spunem că expresiei îi corespunde un *individ vid*, sau că expresia are o *extensiune (mulțime) vidă*. Analog stau lucrurile cu diferite genuri de *obiecte ideale (V. Obiect ideal, Idealizare)*.

**OBIECT ABSTRACT,** orice proprietate (însușire sau relație) considerată ca *obiect de sine stătător* (independent de obiectele cărora le aparțin), la fel orice grup de asemenea proprietăți (care nu coincide cu totalitatea proprietăților unui obiect real). **O. a.** tipice sînt numerale, valorile logice, proprietățile luate ca valori ale variabilelor predicative. Introducerea **o. a.** în logică și matematică, *în mod explicit*, a fost făcută de către Gottlob Frege. Totuși problema a apărut încă din școala pitagoreică și, în genere, în cadrul doctrinelor despre universalii (începînd cu Platon). **O. a.** nu trebuie confundat cu conceptul. Pentru Platon (ca și pentru Pitagora) *numărul* are existență reală *independentă* (așa cum au, să zicem, indivizii, deși existența lor este de alt gen decît a indivizilor). Pentru nominaliștii extremi (Roscelin ș.a.) în realitate nu există decît indivizii fizici și orice existență a universalului este negată (deci, este negată implicit și posibilitatea **o. a.**) Nominaliștii moderați (conceptualiștii) admit existența conceptelor (în gîndire), dar din doctrina lor nu decurge posibilitatea admiterii **o. a.** Frege le consideră *obiective* în două sensuri: **1)** sînt ceva ce nu depinde de limbaj, neidentice cu conceptul, **2)** sînt un „bun comun multor oameni". A. Church introduce printre **o. a.** judecățile, clasele, funcțiile și este de acord cu obiectivitatea lor în sensul lui Frege. Acest punct de vedere este nesatisfăcător, chiar dacă nu este vorba de un realism în sensul lui Platon sau Thomas d'Aquino. În fond apare o lume a obiectelor **a.** între realitatea fizică și cea conceptuală Adevărata filosofie a **o. a.** este următoarea: **o. a.** sînt introduse *din necesități metodologice* în virtutea principiului că noi putem vorbi despre anumite proprietăți (sau grupe de proprietăți) *ca și cum* ar avea existență independentă (din necesitatea cunoașterii de a *idealiza*), cu alte cuvinte, în anumite

contexte putem face abstracţie de legături altfel esenţiale. Ştim că numărul ca determinare a mulţimilor de obiecte este esenţialmente legat de mulţimi (nu există indepeudent de mulţimi) şi totuşi în coutextul aritmeticii putem face abstracţie de această legătură şi discuta (logic) despre numere *ca şi cum ar fi independente de mulţimi*. Trebuie să acceptăm însă ca pe un principiu fundamental aserţiunea: *ceea ce poate fi tratat distinct, independent într-un anumit context nu înseamnă că există separat, independent în realitate şi nici nu poate fi tratat separat în orice context*. Fără acest principiu metoda **o. a.** degenerează în *realism* (platonic).

**OBIECT IDEAL,** obiect conceput prin gîndirea limitei unei tendiuţe reale, tendinţă care în realitate uu atinge niciodată această limită. **Ex.** corp perfect omogen, punct euclidian, dreaptă euclidiană. Tendinţa este exprimată printr-o propoziţie de forma „ . . . din ce în ce mai . . ." De ex., în realitate corpurile sînt din ce în ce mai omogene sau din ce în ce mai asemănătoare sau din ce în ce mai diferite. Obiectul ideal nu se confundă cu conceptul ideal. De ex., despre dreapta euclidiană putem spune că are o singură dimensiune în timp ce despre conceptul ideal corespunzător nu putem spune acest lucru (v. *Idealizare*).

**OBLIGAŢIE,** situaţie în care se află o persoană sau un grup de *a face* ceva constrîns de o normă (numită *normă de obligaţie*), promulgată de o autoritate. De ex. **o.** de a plăti un impozit. **O.** de *a nu face* ceva este identică cu *interdicţia* de a face acel lucru. De ex.: „este obligatoriu *să nu circuli* cu maşina pe stînga" este sinonim cu „este interzis să circuli cu maşina pe stînga" (v. *Logica deontică*).

**OBVERSIUNE, 1)** operaţie în silogistica judecăţilor $A, E, I, O$, care constă în introducerea, eliminarea sau deplasarea negaţiei, **2)** inferenţă validă bazată pe **o.** În logica tradiţională **o.** este sinonimă cu „inferenţă validă bazată pe **o.**". Termenul **o.** a fost introdus de logicianul englez A. Bain, dar legile de **o.** au fost cunoscute în parte de către Aristotel. Există următoarele patru legi de obversiune:

(1) $TS - P \Leftrightarrow T + \bar{P}$    (3) $US - P \Leftrightarrow US + \bar{P}$

(2) $TS + P \Leftrightarrow TS - \bar{P}$    (4) $US + P \Leftrightarrow US - \bar{P}$

Trecerile inverse la (1), (2) şi (3) presupun aplicarea dublei negaţii:

(1) $TS + \bar{P} \Leftrightarrow TS - \bar{\bar{P}} \Leftrightarrow TS - P$

(2) $TS - \bar{P} \Leftrightarrow TS + \bar{\bar{P}} \Leftrightarrow TS + P$

(3) $US + \bar{P} \Leftrightarrow US - \bar{\bar{P}} \Leftrightarrow US - P$

**OMOMORFISM** (sau **HOMOMORFISM**), corespondenţă între două sisteme de obiecte $S_1$, $S_2$ astfel că: a) fiecărui $x \in S_1$ îi asociem un $x' \in S_2$, b) fiecărei operaţii $O \in S_1$ îi asociem o operaţie $O' \in S_2$ (operaţiile sint de acelaşi număr de argumente), c) fiecărui predicat $\varphi \in S_1$ îi asociem un predicat $\varphi' \in S_2$ (cu acelaşi număr de argumente), astfel că: $O(x_1, \ldots x_n) = O'(x_1', \quad x_n')$, $\varphi(x_1, \ldots x_n) = \varphi'(x_1', \ldots x_n)$. Dacă avem o structură numai cu operaţii atunci vom omite condiţia pentru predicate (relaţii). Condiţia pentru operaţii se poate defini ţinînd seama de notaţia imaginii $(= f(x))$. $O\,(x_1, \quad x_n) = O'\,(f(x_1), \ldots f(x_n))$. Se mai poate scrie şi astfel: $f(O(x_1, \ldots x_n) = O'\,(f(x), \ldots f(x_n)$ (adică imaginea operaţiei $O$ este identică cu operaţia $O'$ a imaginilor). Exemple de omomorfism: a) Omomorfism de grup: grupul logic $\langle P, \Rightarrow \rangle$ este omomorf cu grupul $\langle P, \not\Leftarrow \rangle$ (v. *grup*), b) omomorfism între grupul logic şi inelul logic.

**ONTOLOGIA LUI LESNIEWSKI**, parte a sistemului de logică a lui Lesniewski bazată pe *prototetică* (*v* ); conţine o relaţie nouă ∈, o axiomă şi cîteva reguli. Simbolul „∈" corespunde cuvîntului latinesc *est* (este). Fraenkel şi Bar-Hillel consideră că semnul lui Lesniewski este un *agregat* de trei sensuri: apartenenţă la clasă, incluziune şi identitate, dar exemplul dat „Socrates est homo" nu este convingător, căci în acest caz nu este vorba de clasa *homo* ci de semnificaţia mai complexă (*neutră* în raport cu extensiunea şi intensiunea) a termenului general *homo*. La stînga semnului „∈" se află un nume individual *nevid* pentru ca propoziţia să poată fi adevărată, altfel este falsă (de ex.: „Hamlet est albus").

**OPERATOR**, semn pentru operaţie. De ex., —, &, V, ∃, ∀. În logică avem mai multe feluri de **o.**: a) **o.** pentru termeni (ex. **o.** descripţiei, **o.** abstracţiei), b) **o.** propoziţionali (—, V, &, → ş.a.) numiţi şi *functori* sau *conectori*, c) cuantorii (∀, ∃), d) **o.** modali (□, ◇).

**OPERATOR PRINCIPAL**, ultimul operator aplicat in construcţia inductivă a unei formule Astfel formula $(p \vee q) \rightarrow r$ este constituită succesiv:

$p, q$ (postulăm variabile)

$p \vee q$, $r$ (introducem disjuncţia şi postulăm pe r)

$(p \vee q) \rightarrow r$ (introducem implicaţia)

În această formulă → este **o. p.** În formula $(p \& q) \& r \& (s \vee r)$, **o. p.** este & **O. p.** poate să nu fie utilizat în etapele anterioare ale construcţiei formulei În formula $(p \vee q) \rightarrow r$ implicaţia (→) nu apare anterior dar in formula $(p \& q) \& r \& (s \vee r)$ operatorul & apare şi anterior, anume în $(p \& q)$.

**OPERATORI SILOGISTICI**, operatorii *a, e, i, o* introduşi de Lukasiewicz pentru propoziţiile *A, E, I, O*, respectiv *SaP, SeP, SiP, SoP* (v. *Silogistica axiomatizată*)

**OPERAŢIE**, aplicaţie din $A \times B$ în $C$ (unde $A, B, C$ sint mulţimi şi $A \times B$ produs cartezian). Dacă $A, B, C$ sînt identice cu $M$ atunci avem **o.** în sensul obişnuit (numită **o.** *internă*) $M \times M \rightarrow M$ Dacă $B$ şi $C$ sînt identice cu $M$ atunci avem **o.** *externă de primul tip* $A \times M \rightarrow M$. Dacă $A$ şi $B$ sînt identice cu $M$, atunci avem **o.** *externă de tipul doi* $M \times M \rightarrow C$. Funcţiile de adevăr sînt **o.** *interne*, funcţiile propoziţionale sînt **o.** *externe* (de ex „$x > y$" reprezintă o funcţie de tipul $M \times M \rightarrow C$, unde $M \times M$ este o mulţime de cupluri de numere iar $C$ mulţimea valorilor logice)

**OPERAŢIONAL 1.** Ceea ce poate fi determinat prin operaţii (de ex conceptul de *lungime* este **o.**, la fel orice concept care desemnează proprietăţi măsurabile, precum şi proprietăţi de comportament în anumite situaţii date) **2.** Ceea ce poate fi efectiv utilizat, fără intermediar (de ex.. conceptele empirice în raport cu cele teoretice, conceptele concrete în raport cu cele abstracte). Termenul **o.** în sens de „efectiv utilizabil" este totuşi relativ la context, ceea ce într-un context este utilizabil efectiv in altul poate avea nevoie de noţiuni intermediare. Primul sens al cuvîntului **o.** interesează logica atunci cînd studiază conceptele dispoziţionale şi definiţiile **o.**, al doilea sens interesează epistemologia.

**OPPOSITIO CONTRADICTORIA** (lat. „opoziţie contradictorie" *(v pătrat logic)*

**OPPOSITIO CONTRARIA** (lat „opoziţie contrarie") *(v. contrarietate)*.

**OPPOSITIO SUBCONTRARIA** (lat „opoziţie subcontrarie") *(v subcontrarietate)*.

**ORGANON**, denumire dată de succesorii lui Aristotel ansamblului operelor de logică scrise de acesta Graţie lui M. Florian dispunem de o traducere

in limba română a *Organonului*, însoţită de excelente comentarii Cuvîntul o. înseamnă în limba greacă „instrument", „mijloc", „metodă" Operele cuprinse în această colecţie sînt *Categoriile* (Κατηγορίαι), *Despre interpretare* (Περὶ ἑρμηνείας), *Analitica primă* (Ἀναλυτικὰ πρότερα), *Analitica secundă* (Ἀναλυτικὰ ὕστερα), *Topica* (Τοπικά), şi *Respingerile sofistice* (Σοφιστικοὶ ἔλεγχοι). *Categoriile* se ocupă de termeni, dar termenul de „categorie" (şi cazurile particulare) este abordat cînd în planul ontologic, cînd în cel conceptual cînd în cel lingvistic În general, Aristotel oscilează în jurul acestor trei puncte de vedere. Un loc aparte îl ocupă în această lucrare modurile în care se poate *predica* despre ceva, fapt care i-a făcut pe unii filosofi de mai tîrziu să creadă că această lucrare este o teorie a *predicamentelor* Mircea Florian împarte lucrarea în trei părţi: teoria antepredicamentelor (v *antepredicamente*), teoria predicamentelor (v *predicamente*) şi teoria postpredicamentelor (v *postpredicamente*) Cartea cuprinde şi supoziţiile filosofice pe care Aristotel le aşază la baza logicii Lucrarea *Despre interpretare* se ocupă cu studiul propoziţiilor (modurilor de enunţare), altfel spus „vorbirea declarativă" (λόγος ἀποφαντικός) Un loc aparte îl ocupă în această lucrare *viitorii contingenţi* (v ) *Analitica primă* studiază silogismele. Şi aci Aristotel oscilează în jurul a trei concepţii în legătură cu raportul dintre subiect şi predicat. extensivism, comprehensivism şi poziţia neutră (predicatul este cuprins în subiect) Temele principale ale *Analiticii prime* sînt . a) figurile şi modurile silogismului (Aristotel reţine doar trei figuri, deşi era conştient de existenţa celei de a patra), problema conversiunii, b) metoda de descoperire a termenului mediu cînd este dată concluzia, c) reducerea modurilor. Silogismele modale sînt studiate după modelul silogismelor asertorice Ultima parte a cărţii abordează silogisme aplicate *(inductia, exemplul, reductio, obiecţia* şi *silogismul retoric)*. *Analitica secundă* are ca temă principală *demonstraţia* (pe care Aristotel o deosebeşte de silogism) Ştiinţa se bazează pe demonstraţie, este *apodictică*, în timp ce gîndirea bazată pe probabil este *dialectică* Demonstraţia decurge în formă silogistică. Demonstraţia are ca mijloc auxiliar definiţia De asemenea demonstraţia se bazează pe inducţie în sensul că inducţia îi procură principii evidente *Topica* studiază în principal dialectica, gîndirea probabilului, deşi Aristotel revine în parte asupra temelor principale ale logicii abordate în celelate cărţi *Dialectica* este asociată cu *Retorica* Dialectica este tehnica disputelor, retorica este „tehnica discursurilor" *Respingerile sofistice* analizează erorile de raţionament (paralogisme, sofisme), le defineşte şi clasifică Probleme de logică sînt abordate de Aristotel şi în alte lucrări ale sale *(Metafizica, Fizica, Mişcarea animalelor, Etica Nicomahică)* Se poate spune că Aristotel a dezvoltat sau intuit aproape toate temele logicii de mai tîrziu (inclusiv cele de logică aplicată), din acest punct de vedere lucrarea sa rămîne inegalabilă

# P

**P R DOX,** contradicţie formală rezultată din încălcarea unor supoziţii (tacite), necunoscute încă, relative la limitele de aplicabilitate (validabilitate) a unor concepte, propoziţii, formule. Pe lîngă această caracterizare generală în logică noţiunea de **p.** este definită mai restrîns în diferite feluri: a) contradicţie formală între două propoziţii $p$ şi $q$ astfel că $q \equiv \bar{p}$ şi $p \vdash q$ şi $q \vdash p$, b) contradicţie formală demonstrată într-un sistem teoretic, c) contradicţie formală irezolvabilă cu mijloacele teoretice de care ştiinţa dispune la un moment dat. *Paradoxul lui Grelling* (v) se incadrează exact in prima definiţie, *paradoxul lui Cantor* (v.) se încadrează în a doua definiţie dar poate fi reformulat şi independent de sistem (in sensul a)), paradoxele fizicii clasice se încadrează în sensul c). Evident, orice **p.** in sensul a) poate fi formulat în sensul b) şi orice **p.** în sensul a) şi b) este **p.** in sensul c) **P.** logic in sens strict va fi definit conform cu a) sau b). Formularea a) este cea mai tare, ea presupune o aplicare bilaterală a raţionamentului prin absurd (presupunînd $p$ rezultă $\bar{p}$ şi presupunînd $\bar{p}$ rezultă $p$), în acest fel fiecare propoziţie „trece" în contradictoria sa. Există şi o noţiune mai slabă de **p.** : contradicţie rezultată din aplicarea intuitivă inadecvată a unor legi sau moduri de raţionare. Astfel, aşa-numitele **p.** *ale implicaţiei materiale* (v ) rezultă din aplicarea anumitor reguli de corespondenţă ale funcţiei de adevăr la propoziţiile intuitive, **p.** *lui Zenon* rezultă din încercarea de a epuiza prin procesul de diviziune matematică mişcarea (fizică). În fine, in alte cazuri contradicţia rezultă din simplă depăşire a limitelor de aplicabilitate. De ex , *paradoxul lui George al IV-lea* (v.) rezultă din extinderea substituţiei de la propoziţiile cognitive la cele interogative fără vreo modificare a regulilor Există şi cazuri în care avem doar **p.** aparente, rezultate din insuficienta analiză logică a raţionamentului (v. *pseudo-paradoxul mincinosului*). Noţiunea de „pseudo-paradox" depinde de ce acceptăm să numim **p.** *în sens strict*. Dacă soluţia se poate da printr-o simplă analiză logică este de presupus că e mai potrivit să vorbim de o simplă contradicţie formală (dacă nu cumva şi aceasta este aparentă). Termenul de **p.** *logic* este utilizat de Remsey în opoziţie cu **p.** *epistemologic*. **P.** *logice* utilizează categorii logice ca *mulţime, predicat* ş.a., în timp ce **p.** *epistemologice* utilizează categorii epistemologice ca *adevăr, desemnare* ş a. Alţi autori au înlocuit această clasificare cu dihotomia **p.** *sintactice* — **p.** *semantice*. Aceste clasificări prezintă interes pentru diferite capitole ale metalogicii.

**PARADOXELE DEONTICE.** Anumite aplicaţii ale formulelor logice generează rezultatele care contrazic intuiţia şi care, din această cauză, au fost denumite *paradoxe*. Alf Ross (filosof al dreptului) a descoperit că formula $Op \rightarrow O(p \vee q)$ duce la un asemenea exemplu intuitiv inacceptabil ca „dacă este obligatoriu să expediezi o scrisoare atunci este obligatoriu să expediezi scrisoarea sau s-o arzi" Al doilea paradox aparţine lui Prior („paradoxul obligaţiei derivate") · formula $Fp \rightarrow O(p \rightarrow q)$, adică dacă este interzis $p$ atunci dacă e obligatoriu $p$, este şi $q$. Cu alte cuvinte „săvîr-

șirea a ceva interzis ne obligă la săvîrșirea a indiferent ce" Tot Prior a formulat „paradoxul bunului samaritean" (după pilda din *Biblie*) pornind de la formula $Fp \rightarrow F(p \& q)$ (dacă o stare de lucruri este interzisă atunci este interzisă și conjuncția ei cu orice altă stare de lucruri). Aceste paradoxe arată că sînt necesare anumite limitări ale aplicării formulelor logice la cazurile deontice

**PARADOXELE IMPLICAȚIEI MATERIALE.** Implicația are unele trăsături care sînt aparent paradoxale și care sînt redate în următoarele două formulări eliptice a) falsul implică orice, b) adevărul decurge din orice. Ca urmare, se consideră că propozițiile implicative de felul celor de mai jos sînt adevărate (deși între componentele lor nu există aici o legătură de seus) (1) dacă 2 × 2 = 4 atunci NewYork-ul este oraș mare, (2) dacă 2 × 2 = = 5 atunci Napoleon a învins la Austerlitz, (3) dacă 2 × 2 = 5 atunci Parisul este capitala Angliei Aspectul paradoxal apare din cauza extinderii nepermise a regulilor implicației materiale la implicațiile *de sens* Adevărul implicației *de sens* presupune o legătură necesară între informația celor două propoziții componente (de ex., în „dacă fierul se încălzește, atunci el se dilată", există o legătură necesară între încălzirea fierului și dilatarea lui), în timp ce, în cazul implicației materiale avem o simplă corespondență univocă între *n* — tuple de valori logice și valori logice

$$\langle v, v\rangle \rightarrow v$$
$$\langle v, f\rangle \rightarrow f$$
$$\langle f, v\rangle \rightarrow v$$
$$\langle f, f\rangle \rightarrow v$$

O explicație a trecerii ilicite de la *valorile logice* (v, f) la *propozițiile cu sens* (purtătoare de valori) stă și în caracterul *eliptic* al celor două formulări, a căror interpretare exactă, în raport cu propozițiile, este următoarea a) din propoziții false *se pot* deduce atît propoziții adevărate cît și propoziții false, b) propozițiile adevărate *se pot* deduce atît din propoziții adevărate cît și din propoziții false. Observăm că din ideea «se pot deduce» nu rezultă cazurile a) din *orice* propoziție adevărată se deduce *orice* propoziție adevărată, b) din *orice* propoziție falsă se deduce *orice* propoziție adevărată, c) din *orice* propoziție falsă se deduce *orice* propoziție falsă, ci doar că există *niște posibilități* ale cazurilor v → v, f → v și respectiv f → f Precizînd această interpretare, respectivele paradoxe nu se mai obțin. Așa dar ele sînt rezultatul unei *aplicări neadecvate* a implicației materiale Funcția implicației materiale este un caz particular al aplicației de tipul

$$V^n \rightarrow V$$

nu a funcției de tipul

$$P^n \rightarrow P$$

(unde $V = \{v, f\}$ și $P$ = mulțimea propozițiilor cu sens

**PARADOXUL ANTROPOFAGILOR,** variantă a *dilemei crocodilului* (v ) Un călător a nimerit printre antropofagi și aceștia i-au promis că vor lua o decizie în baza următoarelor convenții: a) i se permite să spună o propoziție; b) dacă propoziția va fi adevărată atunci îl vor fierbe de viu, c) dacă propoziția va fi falsă îl vor arde de viu Călătorul spune „mă veți arde de viu". Raționînd ca și în cazul dilemei crocodilului se observă că vrînd să decidă antropofagii intră în contradicție cu propriile lor convenții" ceea ce arată că avem și aci un „paradox decizional". O variantă aproape identică dă Cervantes în *Don Quijote*

**PARADOXUL BĂRBIERULUI** (Russell 1919), poate fi formulat în două feluri ca paradox *descriptiv* sau *prescriptiv* Uneori punctele de vedere se amestecă ceea ce nu e corect. Se presupune că într-un sat un bărbier bărbierește pe toți cei ce *nu se bărbieresc singuri*. Se pune întrebarea se bărbierește sau nu pe sine acel bărbier? *Supoziție* · se bărbierește pe sine. În acest caz, conform cu presupunerea inițială, *el nu se bărbierește* *Supoziție* nu se bărbierește pe sine În acest caz, conform cu presupunerea inițială, *el se bărbierește pe sine*. O ușoară modificare îl transformă în paradox prescriptiv (de genul dilemei crocodilului) Un bărbier își propune să bărbierească pe toți din satul său care nu se bărbieresc singuri *Trebuie* să se bărbierească sau nu pe sine Se vede că orice decizie ar lua el se contrazice Prin urmare, decizia sa de a bărbieri pe toți cei ce se bărbieresc singuri nu poate fi luată (este absurdă).

**PARADOXUL CATALOAGELOR** (Gonseth, 1933) Putem forma un catalog în care să fie înregistrate toate cataloagele care nu se înregistrează pe sine? Dacă *da*, se poate înregistra sau nu pe sine acest catalog? Orice presupunere am face ajungem la contradicție

**PARADOXUL IMPREDICABILULUI** (Russell). Analog cu paradoxul mulțimilor normale, Russell a formulat așa-zisul paradox al *impredicabilului* Există proprietăți care *au loc despre sine*, numite de el *predicabile* și proprietăți care *nu au loc despre sine* (= *impredicabile*). De ex , proprietatea *a fi concret* nu este concretă ci abstractă (deci, este impredicabilă), în timp ce proprietatea *a fi abstract* este ea însăși abstractă (deci, este predicabilă). Să notăm noile proprietăți respectiv cu *Pred* și *Imp* Se presupune că pentru orice proprietate $x$ are loc *Pred* ($x$) sau *Imp* ($x$). Se pune întrebarea cum este *Imp*. *Supoziție Pred (Imp)* Aceasta înseamnă că *impredicabil* este predicabil despre sine, adică, *Imp (Imp) Supoziție Imp (Imp)* Dacă impredicabil este impredicabil aceasta înseamnă că se aplică sieși și, deci, este predicabil despre sine, deci *Pred (Imp)*. Formalizarea simplă a acestui paradox este următoarea Considerăm pe $x$ variabilă pe mulțimea proprietăților și definim (1) $Imp(x) \equiv \overline{x(x)}$ De aci prin substituția lui $x$ cu *Imp* obținem

$$(2)\ \mathrm{Imp}\ (\mathrm{Imp}) \equiv \overline{\mathrm{Imp}\ (\mathrm{Imp})}$$

Or

$$(3)\ Imp\ (\mathrm{Imp}) \equiv Pred\ (Imp)$$

Deci

$$Pred\ (Imp) \equiv Imp\ (Imp) \text{ și}$$
$$Imp\ (Imp) \equiv Pred\ (Imp)$$

**PARADOXUL LUI BURALI-FORTI**, paradox descoperit de către matematicianul italian Burali-Forti în teoria mulțimilor lui Cantor (1895) Deschide seria paradoxelor logice moderne Se formulează astfel · ordinalele seriilor bine ordonate pot fi puse în ordinea mărimii lor Fiecare serie bine ordonată de ordinale are la rîndul său un număr ordinal care este cu 1 mai mare decît cel mai mare ordinal din serie Notînd cu ω cel mai mare ordinal din seria *tuturor* ordinalelor, această serie va avea numărul ω + 1 Cum seria noastră este a *tuturor* ordinalelor, este o contradicție a spune că există un ordinal (ω + 1) mai mare decît cel mai mare ordinal din serie Cantor la rîndul său a formulat un paradox corespunzător pentru numerele cardinale *(V. Paradoxul lui Cantor)*

**PARADOXUL LUI CANTOR.** În 1899 Cantor a descoperit în teoria numerelor cardinale transfinite un paradox analog celui descoperit de

Burali-Forti (v). Se cousideră următoarele două teoreme din teoria lui Cantor. (1) $P(M)^* > M^*$ (pentru orice $M$); (2) $M \subset N \Rightarrow M^* \leqslant N^*$ (pentru orice $M$ şi $N$) (Prin $M^*$, $N^*$ am notat numerele cardinale ale mulţimilor $M$ şi $N$ iar prin $P(M)$ *mulţimea potenţială* (v) a lui $M$) Se consideră apoi că avem o mulţime $K$ definită ca mulţime a *tuturor* mulţimilor. Aplicîud cele două teoreme la această mulţime obţinem, (3) $P(K)^* > K^*$ (din (1) prin substituţie); (4) $P(K) \subset K$ (couform cu def lui $K$), (5) $P(K) \subset K \Rightarrow P(K)^* \leqslant K^*$ (din (2) prin substituţie), (6) $P(K)^* \leqslant K^*$ (din (4) şi (5) prin *modus ponens*) Deoarece $a = b \vee a > b \vee a < b$ avem $a > b \equiv \overline{a \leqslant b}$. Prin urmare $P(K)^* \leqslant K^* \equiv \overline{P(K)^* > K^*}$ Deci (7) $P(K)^* > K^* \,\&\, \overline{P(K)^* > K^*}$ ceea ce este o contradicţie

**PARADOXUL LUI GEORGE AL IV-LEA.** Russell a formulat următorul raţionament: a) George ~~al IV-lea dorea~~ să ştie dacă Scott a fost autorul lui *Waverley* (Se ştie că publicînd acest roman Scott l-a semnat cu alt nume). b) Este un fapt că. Scott = autorul lui *Waverley* Dacă în a) substituim în virtutea identităţii din b) „autorul lui *Waverley*" cu *Scott* obţinem: c) George al IV-lea dorea să ştie dacă Scott a fost Scott. Or, expresia c) este contradictorie deoarece pune la îndoială principiul identităţii. Se observă însă că George al IV-lea nu putea să facă o astfel de substituţie deoarece lui îi era necunoscută identitatea din b), iar dacă i-ar fi fost cunoscută, dorinţa exprimată în a) n-ar mai fi avut sens, căci n-ar fi dorit să ştie.. ceea ce ştia deja, prin urmare nici substituţia nu mai avea sens.

**PARADOXUL LUI GRELLING.** Kurt Grelling a formulat următorul paradox, numit şi paradoxul *heterologicului* Considerăm cuvintele care desemnează proprietăţi (de ex, cuvintele din limba romană) Unele dintre ele au proprietatea pe care o desemnează şi vor fi numite *autologice*, altele nu au proprietatea pe care o desemnează şi vor fi numite *heterologice* Astfel cuvîntul „pentasilabic" are proprietatea de *a fi pentasilabic* (= are cinci silabe pen ta-si-la bic), în timp ce cuvîntul „trisilabic" nu are proprietatea a fi *trisilabic* (el este tetrasilabic tri si-la-bic). Ca urmare, cuvîntul „peutasilabic" este autologic, iar cuvîntul „trisilabic" este *heterologic*. Fie $X$ variabilă de proprietăţi şi „$X$" cuvîntul corespunzător proprietăţii $X$. Fie apoi *Aut* prescurtarea pentru „autologic" şi *Het* – prescurtarea pentru „heterologic" Vom introduce formulele (1) $Aut(„X") \equiv X(„X")$, (2) $Het(„X") \equiv \overline{X(„X")}$, (3) $Het(„X") \equiv \overline{Aut(„X")}$, $Aut(„X") \equiv \overline{Het(„X")}$, (4) $\forall X(Aut(„X") \vee Het(„X")$ Presupunînd că „*Het*" este un cuvînt care desemnează proprietatea *heterologic* se pune intrebarea cum este *Het* — autologic sau heterologic? Notăm că această intrebare presupune neapărat condiţiile (3) şi (4) Supoziţie (5) $Aut(„Het")$. Aceasta înseamnă că „*Het*" are proprietatea pe care *o exprimă*, adică *heterologic*, or conform cu (1) obţinem: (6) $Aut(„Het") = Het(„Het")$ Supoziţie (7) $Het(„Het")$ Aceasta înseamnă că „*Het*" *nu are* proprietatea pe care o exprimă *(heterologic)*, deci rămîne să aibă proprietatea *autologic* Conform cu (2) şi (3) avem respectiv (8) $Het(„Het") \equiv \overline{Het(„Het")}$, 9) $Het(„Het") \equiv Aut(„Het")$ Acest paradox este analog cu paradoxul *impredicabilului* Există mai multe variante ale acestui paradox astfel incit ele formează clasa paradoxelor de „tip Grelling". Grelling şi Nelson au arătat că ele au o *formă normală*. Din această formă normală se poate obţine un număr nelimitat de antinomii

**PARADOXUL LUI QUINE.** Fie următoarele propoziții adevărate: a) 9 este în mod necesar mai mare decît 7, b) Numărul planetelor = 9. Din a) și b) se deduce prin substituție: c) Numărul planetelor este în mod necesar mai mare decît 7 (propoziție care este falsă). Or, propoziția c) arată că o astfel de substituție nu este legitimă. Explicația nu poate consta decît în faptul că expresiile „numărul planetelor" și „9" nu sînt, cum se crede, *echisemnificative* (și cu atît mai puțin sinonime). Într-adevăr, prima desemnează un *număr concret nedefinit*, în timp ce a doua desemnează un *număr abstract*. Nu tot ce se afirmă despre numărul abstract este valabil despre numărul concret.

**PARADOXUL LUI RICHARD.** Considerăm mulțimea zecimalelor care pot fi definite în limba română (se poate considera oricare altă limbă) cu ajutorul unui număr finit de cuvinte. Convenim să notăm cu $Z$ mulțimea acestor zecimale, cu $\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n, \ldots$ zecimalele și cu $\alpha_1^*, \alpha_2^*, \ldots \alpha_n^*, \ldots$ respectivele *expresii definitorii*:

$$Z = \{\alpha_1, \alpha_2, \ldots, \alpha_n, \ldots\}$$
$$Z^* = \{\alpha_1^*, \alpha_2^*, \ldots, \alpha_n^*, \ldots\}$$

Mulțimea $Z^*$ (resp. $Z$) este infinită, ordonată și numărabilă. Fiecare $\alpha_i^*$ definește numărul $\alpha_i$. Definim un număr zecimal $N$ astfel: „$K$ fiind a $n$-a zecimală din $\alpha$, noi construim numărul $N$ astfel că el are pe zero ca parte întreagă și pe $K+1$ ca a $n$-a zecimală (sau 0 dacă $K = 9$)". Se presupune că: $N \in Z \vee \overline{N \in Z}$ și se cere să decidem care din cele două alternative are loc. Din definiție decurge că $\forall i\ (N \neq \alpha_i)$ (anume, $N$ diferă la a $n$-a zecimală) și prin urmare, $\overline{N \in Z}$. Pe de altă parte, $N^* \in Z^*$ (expresia lui $N$ este o definiție finită în limba română) și, deci, conform cu corespondența dintre $Z^*$ și $Z$, numărul care corespunde lui $N$ aparține lui $Z$: $N \in Z$. Așa dar: $N \in Z \,\&\, \overline{N \in Z}$. Acest paradox mai poartă denumirea și de „paradoxul definibilității finite". Și pentru acest paradox există mai multe formulări analoage (Carnap, Mostowski, Kleene, Wang Hao ș.a.); astfel încît putem vorbi de clasa de paradoxe „tip Richard". Redăm unele variante. a) *Varianta Mostowski*. Bazîndu-se pe procedeul diagonalelor, Mostowski a dat următoarea formulare. Fie un limbaj $L$ și expresiile din $L$ care redau proprietățile definitorii ale numerelor întregi. Notăm proprietățile prin $Rich_0$ și $Rich_1, \ldots, Rich_n, \ldots$ Faptul că $n$ are proprietatea $Rich_p$ se va scrie astfel: $Rich_p(n)$ (adică $n$ are proprietatea *Richardian* $p$). Dispunem aceste numere conform cu procedeul diagonalelor:

$$Rich_0(0)\ Rich_0(1)\ Rich_0(2), \ldots, Rich_0(n), \ldots;$$
$$Rich_1(0)\ Rich_1(1)\ Rich_1(2), \ldots, Rich_1(n), \ldots;$$
$$Rich_2(0)\ Rich_2(1)\ Rich_2(2), \ldots, Rich_2(n), \ldots;$$
$$\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots$$
$$Rich_n(0)\ Rich_n(1)\ Rich_n(2), \ldots, Rich_n(n), \ldots$$

Se presupune $\forall n\ (Rich_p(n) \vee non\text{-}Rich_p(n))$. Se pune întrebarea dacă există (în lista considerată) un $n$ astfel că $non\text{-}Rich_p(n)$. În caz că există un astfel de număr, el este identic cu un întreg $q$ astfel că $\forall_n(Rich_q(n) =$ $=$ non-$Rich_n(n))$. Contradicția se obține în caz că presupunem $n = q$:

$Richq(q) = non\text{-}Richq(q)$. b) Becker reformulează varianta Mostowski luînd în considerație predicatele *adevăr*, *fals*, dar neutilizînd explicit procedeul diagonalelor. Considerăm mulțimea 1) $W_1, W_2, \ldots, W_n, \ldots$ ale cărei elemente sînt definiții de proprietăți ale numerelor naturale. Pentru o proprietate $W_p$ avem $W_p(n) \vee$ non-$W_p(n)$ În caz că $n$ are proprietatea $W_p$ vom scrie „$W_p(n)$" este adevărat, iar dacă $n$ nu are proprietatea $W_p$ vom spune că „non-$W_p(n)$" este adevărat. Presupunem pentru non-$W_p(n)$ că $p = n$ și obținem, în caz că are loc non-$W_p(n)$, „non-$W_n(n)$" este adevărat Un $n$ care satisface o astfel de condiție va fi numit *richardian*. Însă *richardian* fiind proprietatea unui număr se va afla printre proprietățile enumerate avînd un număr de ordine, să zicem $q$ Ca urmare vom avea: 2) $W_q(n)$ este echivalent cu non-$W_n(n)$. Numărul $n$ fiind arbitrar putem presupune $n = q$ și deci · 3) $W_q(q)$ este echivalent cu non-$W_q(q)$, ceea ce este o contradicție. Analog raționează Curry pentru „mulțimea funcțiilor aritmetice", Kleene pentru „funcții de numere naturale" și Mendelsohn pentru „numere reale".

**PARADOXUL „MINCINOSULUI".** Filosoful grec antic Eubulide a formulat următoarea dificultate logică Cînd spun „eu acum mint", mint sau nu? Din cauza înțelesului special al termenului *a minți* acesta nu este chiar un paradox, însă, se observă că printr-o ușoară transformare (înlocuirea lui „mint" cu „spun falsul") se obține un paradox. Cînd spun „eu acum spun falsul" spun falsul sau nu? Presupunînd că spun adevărul, rezultă că spun falsul, căci „e adevărat că spun falsul" înseamnă „spun falsul" și presupunînd că spun falsul, rezultă că spun adevărul, căci „e fals că spun falsul" înseamnă „spun adevărul". Notînd adevărul cu $V$ și falsul cu $F$ se observă că aci se aplică schemele ·

$$(1) \quad V(F) = F$$

$$(2) \quad F(F) = V$$

Toate paradoxele care se obțin pe baza acestei scheme se numesc **p.** ale **M.** Denumirea provine de la legătura istorică cu dificultățile formulate de Epimende și Eubulide (dificultăți care strict vorbind nu sînt paradoxe). În evul mediu și în epoca contemporană au fost formulate multe variante ale acestui paradox. Propozițiile paradoxale conțin predicatul *fals* sau un *predicat de valoare* înrudit.

a) *Formulări medievale* $a_1$) Una din cele mai simple formulări aparține lui Buridan · pe o foaie de hîrtie este scrisă o singură propoziție: *Propositio scripta in illo folio est falsa* (= propoziția scrisă pe această foaie este falsă), se pune întrebarea dacă această propoziție este adevărată sau falsă? Se observă ușor că dacă presupunem că e adevărată rezultă că e falsă, iar dacă presupunem că e falsă rezultă că e adevărată, conform cu schemele (1) și (2). Vom reda încă o serie de variante culese de Albert Saxonul. $a_2$) Nu spun altceva decît „eu spun falsul" (legătura cu formularea lui Eubulide este evidentă). $a_3$) Propoziția exprimată de mine este asemănătoare propoziției exprimate de Platon Platon exprimă o singură propoziție care este falsă („Omul este măgar"). O notăm cu $B$ Eu exprim o singură propoziție: „Nici o altă propoziție nu este asemănătoare cu propoziția exprimată de Platon". Notăm cu $A$ această propoziție. Cum este $A$? (Observăm că aci *asemănător* are sensul de *echivalent*). $a_4$) Socrate spune: „Platon spune falsul"; Platon spune: „Cicero spune falsul"; Cicero spune: „Socrate spune falsul". Ce a spus Socrate, adevărul sau falsul? Există și unele formulări în care apar aserțiuni despre existența sau neexistența lui Dumnezeu. Paradoxul nu se obține decît

dacă admitem că este adevărat că „Dumnezeu există" şi falsă negaţia ei. Pentru a evita discuţiile le-am inlocuit cu propoziţii aritmetice indiscutabile $a_5$) 2 × 3 = 6 deci concluzia nu este valabilă. $a_6$) Nu există decît trei propoziţii. „Omul este animal", „4 × 2 = 8" şi „Orice propoziţie în afară de cea exceptivă este adevărată" Cum este ultima propoziţie (adică cea exceptivă)? $a_7$) Nu există decît trei propoziţii: „2 × 3 = 5", „4 × 2 = 7" şi „Orice propoziţie este falsă". Cum este ultima propoziţie? $a_8$) Un om diferit de Socrate spune „2 × 3 = 6" şi Socrate spune „Orice om diferit de mine spune adevărul" Ce a spus Socrate? $a_9$) Dacă omul este animal, atunci o propoziţie condiţională este falsă Nu există altă propoziţie condiţională decît aceasta. („Si homo est animal, aliqua conditionalis est falsa" et sit nulla alias conditionalis) $a_{10}$) Nu există decit o propoziţie disjunctivă „Omul este măgar sau o propoziţie disjunctivă oarecare este falsă" (Homo est asinus vel aliqua disjunctiva est falsa et sit nulla alia disjunctiva in mundo). $a_{11}$) Socrate spune „Omul este animal" şi Platon spune „Numai Socrate spune adevărul". Nu există alte propoziţii $a_{12}$) „Această propoziţie este falsă". Cum este propoziţia dacă *aceasta* se referă chiar la ea? $a_{13}$) „Omul este animal şi o propoziţie conjunctivă este falsă" Nu există altă propoziţie conjunctivă. $a_{14}$) Socrate spune „Platon spune falsul", Platon spune „Socrate spune adevărul" Nu există alte propoziţii. Ce a spus Socrate? $a_{15}$) Socrate spune „2 × 3 = 6" şi Platon spune „Omul este animal" şi Cicero spune: „Omul este măgar" şi Marcus Aurelius spune „Atîţia oameni spun adevărul cîţi spun falsul" Cum este propoziţia lui Marcus Aurelius? Există şi formulări mai complicate Evident caracterul lor paradoxal trebuie discutat $a_{16}$) Socrate se preface a fi sofist considerînd că a te preface înseamnă a arăta aşa cum nu eşti $a_{17}$) Se poate ca Socrate să ştie că el comite o eroare considerînd că a comite o eroare înseamnă a afirma sau a nega ceva într-un mod fals sau a crede că falsul este adevăr $a_{18}$) Se presupune că în intelectul lui Socrate există două propoziţii „Socrate se înşeală" şi că Socrate crede că „această propoziţie este adevărată" Se înşeală Socrate crezind acest lucru? $a_{19}$) Pe o foaie de hîrtie este scrisă o singură propoziţie „Regele este aşezat sau o propoziţie disjunctivă scrisă pe această foaie este neîndoielnică pentru Socrate" Presupunînd că Socrate nu ştie dacă regele este aşezat sau nu, că Socrate este cel mai mare savant şi că el examinează această propoziţie scrisă pe foaie, se pune întrebarea dacă această propoziţie este cunoscută ca adevărată de Socrate sau ea este cunoscută ca fiind falsă sau îndoielnică $a_{20}$) Socrate se află în situaţia de a nu dori să-l atace pe Platon (dacă Platon nu-l atacă pe Socrate) şi dacă Socrate nu vrea să-l atace pe Platon acesta nu vrea să-l atace pe Socrate, se pune întrebarea dacă Socrate îl atacă sau nu pe Platon

b) *Formulări moderne*, $b_1$) O variantă corespunzătoare formulării lui $a_1$) este aceasta:

| |
|---|
| Propoziţia scrisă în acest dreptunghi este falsă |

Cum este propoziţia scrisă în acest dreptunghi? $b_2$) Propoziţia scrisă după $b_2$) pe această pagină este falsă (Lukasiewicz) $b_3$) „Nu produce un enunţ adevărat cînd este ataşat propriei sale citări" produce un enunţ adevărat cînd este ataşat propriei sale citări. $b_4$) Pe o faţă a unei cartele este scris „propoziţia scrisă pe cealaltă faţă este falsă", iar pe cealaltă faţă este scris „propoziţia scrisă pe cealaltă faţă este adevărată" (Specker) $b_5$) Pe

o foaie de hîrtie este scrisă o singură propoziţie „propoziţia scrisă pe această foaie nu este demonstrabilă" (reformularea după Wang Hao). $b_6$) Nu putem demonstra enunţul la care ajungem prin substituirea lui $b_6$) în locul variabilei propoziţionale $p$ (Wang Hao).
c) *Formulări simbolice.* Există numeroase propuneri de simbolizare şi formalizare a **p.m.** (Carnap, Hilbert, Lukasiewicz, Stegmüller ş.a.) Formalizarea lui Hilbert şi Ackermann porneşte de la forma „eu enunţ acum o propoziţie falsă". Ea introduce şi ideea de „interval de timp t". Carnap propune o formalizare a paradoxului lui Buridan. Ea nu redă întocmai acest paradox, ci este pur şi simplu o *altă variantă* dată în simboluri. $c_1$) Fie $W(''p'') = ''p''$ este adevărat, $F(''p'') = ''p''$ este fals, $F(''p'') \equiv \equiv \overline{W}(''p'')$. Definim propoziţia paradoxală $p$ astfel (1) $p \equiv F(''p'')$. Cum este propoziţia $p$? Presupunînd $W(''p'')$ obţinem (2) $W(''p'') \equiv W(''F(''p'')'') \equiv F(p)$, deci (3) $W(''p'') \equiv F(''p'')$. Presupunînd $F(''p'')$ obţinem (4) $F(''p'') \equiv F(''F(''p'')'') \equiv W(''p'')$, deci: (5) $F(''p'') \equiv W(''p'')$. Deci, prin definiţia lui $F(''p'')$ (6) $W(''p'') \equiv \overline{W}(''p'')$. $c_2$) Putem folosi un număr impar oarecare de propoziţii cu predicatul *fals* (1) $p_1 \equiv F(''p_2'')$, (2) $p_2 \equiv F(''p_3'')$, (3) $p_3 \equiv F(''p_4'')$, ... (k) $p_k \equiv F(''p_1'')$ (unde $k = = 1, 3, 5$ ...). Seria se reduce la două scheme $p_n \equiv F(p_{n+1})$ şi $p_k \equiv F(''p_1'')$. În deducerea contradicţiei este utilă regula următoare: o succesiune impară de predicate *Fals* este echivalentă cu predicatul F. Pentru k = 1 formularea se reduce la $c_1$). Pentru k = 3 avem $p_1 \equiv F(''F(''F(''p_1'')'')'') \equiv \equiv F(''p_1'')$, deci $p_1 \equiv F(''p_1'')$ ceea ce reduce paradoxul la $c_1$). $c_3$) Formalizarea exactă pentru paradoxul lui Buridan poate fi dată cu ajutorul logicii predicatelor. Considerăm varianta cu dreptunghiul ($c_1$)). (1) „propoziţia scrisă în acest dreptunghi este falsă". Fie $Pr$ – predicatul *a fi propoziţie* şi $Scr$ – *predicatul a fi scris în acest dreptunghi*. Simbolizăm (2) $F(\iota x(P_r(x) \& Scr(x)))$. Or se constată că „$\iota x(P_r(x) \& Scr(x))$" este chiar propoziţia (2), ceea ce vom scrie astfel (3) $\iota x(P_r(x) \& Scr(x)) = = „F(\iota x(P_r(x) \& Scr(x)))$ (unde semnul = este identic cu *desemnează*). Presupunînd adevărul respectivei propoziţii avem (4) $V(\iota x(P_r(x) \& \& Scr(x)) \equiv V(''F(\iota x(P_r(x) \& Scr(x)))'')$ adică: (5) $V(\iota x(P_r(x) \& Scr(x)) \equiv \equiv F(\iota x(P_r(x) \& Scr(x)))$. Presupunînd că propoziţia e falsă obţinem (6) $F( \ldots ) \equiv F(''F( \ldots )'') \equiv V( \ldots )$. Deosebirea acestei formulări faţă de cea dată de Carnap constă în aceea că aci propoziţia nu poate fi detaşată de predicatul de valoare ($F$) după regula $F(''p'') \to \overline{p}$ în timp ce, la Carnap o astfel de separare este posibilă, în aşa fel că paradoxul ia forma $p = \overline{p}$.

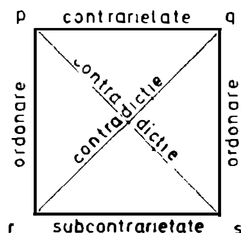
**PARADOXUL MULŢIMILOR NORMALE** (Russell, 1902 – 1903). Se constată că unele mulţimi *se conţin ca element* ($M \in M$) şi altele nu ($M \notin M$). De ex. mulţimea *non-creioanelor* este ea însăşi un *non-creion*, deci Non-creion $\in$ Non-creion, în timp ce *mulţimea merelor* nu este ea însăşi un *măr*, deci nu se conţine, prin urmare Măr $\notin$ Măr. Se presupune că pentru orice $M$ are loc (1) $M \in M \vee M \notin M$. Numim mulţimile care satisfac condiţia $M \notin M$ *normale*, iar pe cele care satisfac condiţia $M \in M$ *nenormale*. Formăm apoi mulţimea tuturor mulţimilor *normale* şi o notăm cu $N$. Conform cu (1) trebuie să rezolvăm dacă avem $N \in N$ sau $N \notin N$. Putem raţiona în două feluri a) de la apartenenţa la mulţime trecem la proprietatea elementului sau b) de la proprietate trecem la poziţia elementului în raport cu mulţimea. Vom raţiona în primul rînd în modul a). *Supoziţie* $N \in N$ (= $N$ este element al mulţimii tuturor mulţimilor normale). Ca urmare, $N$ are proprietatea acestor mulţimi de a nu se

conține", deci $N$ nu este element al lui $N$ $N \notin N$. *Supoziție* $N \notin N$ (= $N$ nu este element al mulțimii tuturor *mulțimilor* normale) Ca urmare $N$ nu are proprietatea acestor mulțimi, adică „de a nu se conține", deci $N$ se conține · $N \in N$. Raționăm apoi în modul b). *Supoziție* $N \in N$ (= $N$ are proprietatea de a-și aparține). Avînd proprietatea „de a-și aparține" el nu poate face parte din mulțimea tuturor mulțimilor care „nu-și aparțin", deci $N \notin N$ *Supoziția* $N \notin N$ (= $N$ are proprietatea „de a nu-și aparține"). Avînd proprietatea „de a nu-și aparține" el face parte din mulțimea tuturor mulțimilor care nu-și aparțin, deci $N \in N$. Există și o formalizare simplă a acestui paradox. Fie $X$ o variabilă pe mulțimi și $N$ mulțimea tuturor mulțimilor normale definită astfel · (1) $X \in N \equiv$ $\equiv X \notin X$ Substituind pe $N$ lui $X$ obținem contradicția (2) $N \in N \equiv$ $\equiv N \notin N$)

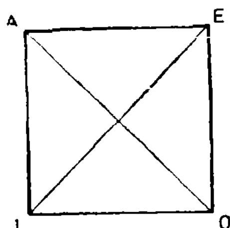
**PARADOXUL PRIMARILOR** (Mannoury, 1936), analog cu paradoxul bărbierului El poate fi prezentat, de asemenea, ca paradox descriptiv sau prescriptiv. În Olanda fiecare municipiu are un primar și nu există două municipii cu același primar Deoarece unii primari nu locuiesc în municipiul propriu, se ia hotărîrea să se formeze un municipiu exclusiv pentru acești primari Se pune întrebarea unde *trebuie* să locuiască primarul acestui municipiu? Presupunînd că el *trebuie să locuiască* în acest municipiu ajungem la concluzia că *nu trebuie* să locuiască acolo, dimpotrivă, dacă presupunem că *nu trebuie să locuiască* în acest municipiu, ajungem la concluzia că *trebuie să locuiască*

**PARS PRO TOTO** (lat „partea în locul întregului"), eroare logică de a lua părțile drept întreg

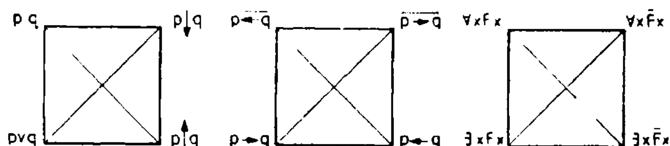
**PĂTRAT LOGIC**, sistem de raporturi logice între patru forme de propoziții *p, q, r, s* astfel că *p* și *q* se află în raport de *contrarietate* (v.), *p* și *s* ca și *q* cu *r* se află în *raport de contradicție* (v ), *p* și *r* ca și *q* cu *s* se află în *raport de ordonare* (v ), iar *r* și *s* în raport de *subcontrarietate* (v ). Denumirea de *pătrat* provine de la reprezentarea raporturilor cu ajutorul acestei figuri



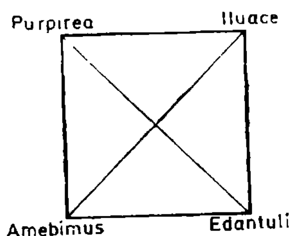
În raportul de ordonare forma de deasupra este supraordonată celei de desubt (ex. $p$ lui $r$). Primul pătrat logic descoperit a fost între judecățile *A, E, I, O,* iar




al doilea între judecățile modale (v *pătratul modalelor*). Cu timpul, au fost descoperite și alte cazuri, încît se poate vorbi de o *structură* foarte generală Despre propozițiile de formă corespunzătoare se va spune, de asemenea, că se află în respectivele raporturi. Exemple de alte pătrate logice:




**PĂTRATUL MODALELOR,** pătrat logic aplicat la judecățile modale. Judecățile modale au fost dispuse în patru clase desemnate cu ajutorul unor cuvinte mnemotehnice. *Purpurea, Iliace, Amabimus* și *Edentuli* Aceste cuvinte presupun că *posibilul* și *contingentul* sînt apropiate ca semnificație. Dacă însă definim *contingentul* ca *nenecesar* atunci ele se modifică astfel *Purpirea, Iluace, Amebimus, Edantuli.* Cele patru clase pot fi dispuse într-un *pătrat logic* (v ). Pătratul va avea forma




(v *Echipolenta modalelor*)

**PER ARGUMENTUM BACULINUM** (lat „prin argumentul baculic"), argumentul „constrîngerii" (*v argumentum ad baculum*)

**PER IDEM** (lat „prin acelaşi"), referitor la definirea termenilor (*v definiție*)

**PERMISIE,** modalitate deontică ce exprimă absența obligației, a prohibiției de a face (sau a nu face) ceva **P.** poate fi de două feluri **p.** *unilaterală* („este permis să facă ") şi **p.** *bilaterală* („este permis să facă... şi este permis să nu facă.. ) Ultima **p.** mai poartă numele de „indiferență deontică" (nu trebuie confundată cu *libertatea deontică* (*v* ) Indiferența deontică poate să fie prevăzută sau nu de normă în mod explicit Exemple ,Este **p.** să se fumeze" (**p.** unilaterală). Această **p.** implică faptul că nimeni nu poate interzice legal cuiva să fumeze. „Este **p.** să se fumeze şi este **p.** să nu se fumeze" (**p.** bilaterală) Această **p.** presupune că **p.** într-un sens nu este insoțită de interdicția in celălalt sens Conform cu principiul «trebuie implică e permis», **p.** unilaterală ar putea deriva din *trebuie* nu din *indiferență* „Este **p.** fiecărui tînăr să facă liceul" este o **p.** care implică o obligație din partea statului de a garanta **p.** Este **p.** oricărui tînăr să nu facă facultatea", *nu presupune o garanție*, dar presupune că «fiecare tinăr poate să facă sau nu facultatea» ca o **p.** bilateral normată

**PETITIO CONTRARIORUM** (sau *petitio de contrari*) anticipare de contrarii, eroare logică în demonstrarea unei propoziții probabile, constă in postularea contrarului in premise. Apare in cazurile. 1) atît propoziția cît şi negația ei sînt asertate, desigur in formulări indirecte, 2) se aserteazā predicate contrarii despre unul şi acelaşi lucru (de ex „bun" şi „rău"), 3) se asertează universalul şi in acelaşi timp (in formă neexplicită) particularul contradictoriu (de ex „toate numerele sint studiate de o singură ştiință" şi „numerele concrete sint studiate de o ştiință specială"), 4) se admite particulara şi apoi se postulează universal antiteza, 5) se postulează contrara concluziei care rezultă necesar din premise, eroarea are loc cind „postulăm două propoziții care sînt de aşa natură incît va rezulta o contradictorie care este opusă primei concluzii" (Aristotel) Aşadar, „petitio de contrari se referă la premise în măsura in care ele se află una față de alta într-un anumit raport" (Aristotel)

**PETITIO PRINCIPII,** anticiparea principiilor, eroare în demonstrație, constă în a lua ca premise propoziții care cer ele insele să fie demonstrate Aristotel a enumerat cinci cazuri : 1) cînd postulăm ceea ce este de dovedit, 2) cînt postulăm in sens universal pentru a conchide ceva particular, 3) cînd luăm în sens particular ceea ce e de dovedit in sens universal, 4) postulăm pe cazuri (în mod „divizat") ceea ce trebuie demonstrat universal 5) postulăm o propoziție care presupune deja concluzia. *Exemple*. 1) Prima formă de **p. p.** apare cind argumentul este sinonim cu concluzia, dar evident diferit ca expresie sau predicatul argumentului este definit prin predicatul concluziei „Meseria de croitor este lucrativă deoarece aduce cîştig" În această argumentare „meseria de croitor este lucrativă" este sinonimă cu „meseria de croitor aduce cîştig" (căci *lucrativ* este sinonim cu *aduce cîştig*) „Această ființă este animal rațional deoarece este om" Predicatul *om* presupune prin definiție predicatul *animal rațional*. Ambele raționamente sint date sub formă de entimemă (v.) explicativă. În primul raționament trebuie să dovedim tocmai faptul presupus, anume că „meseria de croitor este lucrativă", iar in a doua trebuie să dovedim că ființa în cauză este rațională (ceea ce se afirmă

în concluzie) pentru a putea spune că „e om" (cum se afirmă în premisă). 2) În argumentarea „sufletul este nemuritor deoarece este o substanță simplă și indecompozabilă" trebuie să dovedim tocmai afirmația universală că „orice substanță simplă și indecompozabilă este nemuritoare". 3) În raționamentul „Popescu nu poate scrie o carte deoarece este incapabil să scrie ceva bun", argumentul este particular în timp ce se cere să demonstrăm în genere că Popescu nu poate scrie o carte 4) Raționamentul „Austria nu-l poate infringe pe Napoleon, Prusia nu-l poate înfrînge pe Napoleon, Anglia nu-l poate înfrînge pe Napoleon, prin urmare nimeni nu-l poate înfrînge pe Napoleon" implică de asemenea o **p. p.** căci trece de la punerea de cazuri (separate) la aserțiunea universală, or prin aceasta se omite cazul colectiv *(toate împreună)* 5) Ultimul tip de cerc vicios apare clar în încercările de a demonstra postulatul V al lui Euclid unde se presupune în premise o propoziție logic echivalentă cu concluzia

**POATE,** termen utilizat în contextul „*x poate* să facă *p*", avînd o triplă semnificație **1)** există mijloacele obiective ca *x* să facă *p* (raportare obiectivă) *sau* **2)** *x* are aptitudinea de a face *p*" (raportare la calitățile subiectului), *sau* **3)** „*x* are permisiunea de a face *p*" (sens deontic). Din context se deduce dacă avem de a face cu o parte din semnificații sau cu toate trei Confundarea semnificațiilor duce la sofisme (dacă e intenționată) sau la paralogisme (dacă e involuntară)

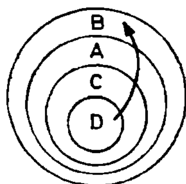
**POLILEMA** *(v. Dilema)*.

**POLISEMANTISM** (sau *plurivocitate*), proprietate a unor forme lingvistice cuvinte, propoziții, simboluri) de a avea mai multe semnificații neechivalente Există două feluri de **p.** **1)** *sistematic* (v *ambiguitatea sistematică*) și **2)** *aleator*. În primul caz semnificațiile sînt corelate sistematic formînd o anumită simetrie, paralelism), în al doilea caz, ele sînt luate la întîmplare, fără legătură (de ex cuvintul *broasca* semnifică animalul broască, broasca de la ușă ș a ) O precizare se impune o expresie poate avea mai multe sensuri *(v. sens)* fără a fi **p.** dacă sensurile sînt logic echivalente (prin urmare, și extensional echivalente) Cînd într-un context dat o expresie are mai multe semnificații nedefinite expresia se numește *confuză*, proprietate opusă lui *precis (v )*.

**POLISILOGISM,** silogism cu mai mult de trei judecăți, astfel că concluzia unui silogism simplu devine premisă în silogismul următor Uneori termenul **p** este luat ca sinonim cu „silogism compus complet" (nu și eliptic). Există două forme de **p** complet **1)** *progresiv* (concluzia silogismului precedent devine premisă majoră în silogismul următor) și **2)** *regresiv* (concluzia polisilogismului precedent devine premisă minoră în silogismul următor) Schema simplă pentru **p.** *progresive* (cu componente *barbara*) este următoarea

$$\frac{\begin{array}{c} A - B \\ C - A \end{array}}{\begin{array}{c} C - B \\ D - C \end{array}}$$
$$\overline{\quad D - B \quad}$$

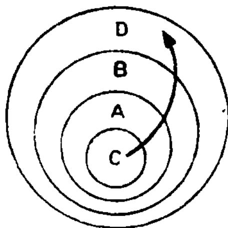
(evident, se poate continua). Se observă că concluzia primului silogism („C — D") devine premisă majoră în al doilea silogism. Reprezentarea prin cercuri este următoarea




Schema **p.** *regresiv* (compus din moduri *Barbara*) este

$$\frac{\begin{array}{c} A - B \\ C - A \end{array}}{\frac{\begin{array}{c} C - B \\ B - D \\ C - B \end{array}}{C - D}}$$

(se poate continua).
Reprezentarea prin cercuri este următoarea:




Exemplele pot fi simplu date dacă se iau noțiuni în raport de ordonare.

Exemplu de **p.** *progresiv (Barbara)*

Toate vertebratele sînt animale
Toate mamiferele sînt vertebrate

---

Toate mamiferele sînt animale
Toate caninele sînt mamifere

---

Toate caninele sînt animale

Exemplu de p. *regresiv* (Barbara)

Toate caninele sînt mamifere
Toţi buldogii sînt canine
---
Toţi buldogii sînt mamifere
Toate mamiferele sînt animale
Toţi buldogii sînt mamifere
---
Toţi buldogii sînt animale

**PONS ASINORUM,** denumire ironică dată în evul mediu pentru diagrama şi formulele mnemotehnice care ajutau la învăţarea figurilor silogismului.
**POSIBIL,** expresie constantă de modalitate **1)** Ca modalitate fizică exprimă o anumită poziţie a stărilor de apt in procesul de devenire, de ex. „este posibil ca mîine să plouă". Aceasta inseamnă că există anumite condiţii care în mod obişnuit atrag fenomenul ploii (însă aceste condiţii nu sînt suficiente), **2)** Logic **p.** exprimă necontradicţia („nu este contradictoriu ca *S* să fie *P*"), **3)** Epistemologic **p.** exprimă un anumit nivel de cunoaştere (o cunoaştere incompletă a fenomenelor). **4)** În combinaţie cu *este* („este **p.**") se foloseşte pentru citirea operatorului de posibilitate (◇).
**POSTPREDICAMENTA,** termen prin care scolasticii desemnau problemele ridicate de înţelesul unor termeni (tratate de Aristotel in *Categorii* şi *Despre interpretare*). Ulterior s-a folosit pentru acest înţeles cuvîntul *antepredicamenta*, iar prin **p.** s-a înţeles teoria opuselor În primul sens Aristotel tratează în *Categorii* despre *omonime, sinonime, paronime*, despre *termeni* şi *propoziţii*, iar în *Despre interpretare*, despre *nume, verb, negaţie, afirmaţie, enunţare, vorbire*. În al doilea înţeles el tratează in *Categorii* despre diferite feluri de opoziţie Există patru feluri de opuse (ἀντικείμενα)· *relativii* (τὰ πρόςτι), *contrariile* (ἐναντία), *privaţia*, (στέρησις), şi *contradicţia* (ἀντίφασις). Exemple pentru *relativi* · *dublu* şi *jumătate*; pentru *contrarii*: *rău* şi *bun*; pentru *privaţie* (şi *posesie*) · *orbire* şi *vedere*, pentru *contradicţie* (opoziţia între afirmaţie şi negaţie) „el şade", „el nu şade". *(V. antepredicamenta)*

**POSTULAT 1.** (La Euclid) Cerinţă specială pentru construcţiile geometrice, **2.** (La A. Church) Axiomă pentru teorii matematice (ex geometria lui Euclid, teoria numerelor naturale), **3.** (În general) Propoziţie primă (nederivată din alte propoziţii). În sensul **3.** din categoria postulatelor pot face parte : axiome, scheme de axiome, metaaxiome, reguli de definiţie, reguli de deducţie, reguli de interpretare. **P.** sînt relative la sisteme

**PRAGMATICA LOGICĂ,** parte a *semioticii logice* (v.). Ch. W. Morris a înţeles prin *pragmatică* studiul expresiilor lingvistice în raport cu indivizii care utilizează expresiile şi situaţiile in care sînt utilizate. Bar-Hillel, Montague ş.a. înţeleg prin pragmatică studiul „expresiilor indexate" (Ch. S. Peirce), adică a expresiilor a căror semnificaţie depinde de contextul de utilizare (ex. pronumele „eu"). Aceasta înseamnă a trata pragmatica behaviorist, ea ocupîndu-se de un soi de *concepte dispoziţionale*. (*v.*) R. Carnap consideră că pragmatica operează cu „construcţii teoretice in limbajul teoretic introduse pe bază de postulate şi legate de limbajul de observaţie prin reguli de corespondenţă" Ea studiază astfel de concepte ca *opinie, aserţiune, rostire*. Conform cu prima concepţie (Montague) pragmatica studiază aceiaşi termeni ca şi semantica (ex , *adevăr*,

realizabilitate), mai mult, conceptul de *sens* ar ține doar de pragmatică, se înțelege studiul este efectuat din punctul de vedere indicat mai sus Se realizează un paralelism între semantică și pragmatică. S Shapiro, studiază termenii pragmatici corespunzător celor sintactici (*calculabil, decidabil, măsurabil, definibil, axiomatizabil* ș a.). Fiecărui termen sintactic îi corespunde unul pragmatic care desemnează „procese realizabile de cineva , de ex , termenului sintactic *calculabil* îi corespunde termenul pragmatic *un individ poate calcula funcția* Probabil că pragmatica nu se poate lipsi de predicate pragmatice cum sînt *corect, util eficient, comod* Oricum ea se află încă in stadiul de început și nu există o concepție deffinitiv acceptată asupra ei.

**PRECIS** *(În sens logic)* **1.** *(În semantică)* Se spune despre o expresie că este **p.** dacă semnificația ei este *univocă*. **P.** termenilor este asigurată formal de definiție Prin aceasta nu trebuie să se înțeleagă că pentru a fi **p.** un termen trebuie să posede o singură definiție Termenii rămîn univoc definiți cînd toate definițiile sînt logic *echivalente* sau cel puțin *extensional echivalente (v.)* **P.** propozițiilor este asigurată de **p.** termenilor și de construcția corectă a contextului Trebuie să distingem între *a avea semnificație univocă* (= o singură semnificație), ceea ce nu se poate asigura decît în contexte determinate (de ex : într-un limbaj formalizat) și a descrie **p.** semnificația unei forme lingvistice. Există cuvinte polisemantice Ele pot fi definite **p.** dacă se indică distinct totalitatea semnificațiilor pe care le au Desigur, acesta rămîne un ideal al dicționarelor **2.** *(În sintaxă)* O expresie este **p.** construită (altfel spus , corect construită' ) dacă este construită în conformitate cu regulile de formare Precizia semantică implică precizia sintactică, dar reciproca nu este adevărată. Dacă semnificația a fost univoc definită atunci precizia transformărilor sintactice va asigura precizia semantică a expresiilor (V și *Polisemantism*)

**PREDICAMENTE,** termen prin care scolasticii desemnau modurile deosebite de a predica analizate de Aristotel in opera sa *Categoriile*. Acestea sînt · *substanta* (de ex , om, cal), *cantitate* (de ex , lung de doi coți), *calitate* (de ex , alb, gramatical), *relația* (de ex , dublu, jumătate, mai mare), *locul* (de ex , în piață, în *Liceu*), *timpul* (de ex , ieri, anul trecut), *poziția* (de ex , culcat, șezînd), *posesia* (de ex , încălțat, înarmat) , *acțiunea* (de ex., a tăia, a arde) și *pasiunea* (de ex., a fi tăiat, a fi ars). „Niciunul dintre aceşti termeni, scrie Aristotel, nu implică, în și prin sine, o afirmație sau o negație, numai prin legarea acestor termeni iau naştere propoziții afirmative sau negative ' *(Categoriile)* (v *antepredicamenta*).

**PREDICAT,** al doilea termen al relației *S* este *P*, adică cel care este *predicat (v predicație)* despre ceva care este *subiect (v.)*. Termenul este deosebit de cel din gramatică în două privințe 1) în gramatică este vorba de poziția sintactică a unei expresii în propoziție (în sens gramatical), în logică este vorba de un concept, 2) expresia-predicat din gramatică nu corespunde cu expresia predicatului din logică (nu sînt identice). Inițial conceptul de predicat era legat de înțelesul restrîns al termenului *proprietate* adică de însușirile sau *atributele* lucrurilor, ulterior semnificația sa s-a extins în conformitate cu extinderea termenului de *proprietate* și cu distincția între termeni generali și termeni pentru proprietăți *(v. logica predicatelor)* Totuși termenul de *predicație* nu s-a extins în mod corespunzător În matricea *x este F* din logica predicatelor spunem că *F* este predicatul lui *x* (nu se prea utilizează pentru *x* denumirea *subiect*) fără a vorbi de predicație Unii autori (Frege se pare a fost primul) au facilitat o nouă

extindere a termenului predicat în sens *funcțional* Astfel, se mai numește **p.** însăși funcția predicativă, $F(x)$, $G(x, y)$ etc. sau pur și simplu expresia incompletă (Frege), $F(--)$, $G(--)$. Nu este exclus ca utilizarea să fi fost inspirată de modul terminologic de a citi funcțiile în matematică, de ex . $f(x)$ se citește „$f$ de $x$", de unde în logică $F(x)$ se citește „$F$ de $x$" În fine, este necesar să luăm în considerație și **p.** de formă negativă (notat $\overline{P}$) și chiar pe cele *vide* (de ex., „cerc pătrat"). Introducerea printre **p.** a termenilor negativi nu prezintă dificultăți formale ci de interpretare (ce entități trebuie să le asociem) De la **p.** derivă termenul „variabilă predicativă".

**PREDICATE DE VALOARE,** predicatele care redau proprietățile propozițiilor sau formulelor propoziționale de a fi *adevărate* sau *false* (= neadevărate) sau adevărate (resp false) cu anumite specificații (de ex universal adevărate, logic adevărate, logic false). Uneori specificațiile poartă nume în care nu este inclus predicatul *adevărat* (resp *fals*) ca de ex. *realizabil, consistent, cert, absurd.* **P. de v.** trebuie deosebite de *valorile logice* (*v* ) sau, altfel spus, de *valorile de adevăr.* Valorile logice sînt derivate de la predicatele de adevăr și au statutul logic de *obiecte abstracte* (= valori ale variabilelor și expresiilor logice). În teoria funcțiilor de adevăr **p. de v.** depind de valorile logice (= semnificațiile logice). La rîndul lor, proprietățile redate de predicatele logice sînt „derivate de la relații" (*v. proprietate)* Deosebirea dintre predicate și valori, în acest caz, reiese clar din contextele „Variabila $p$ desemnează valoarea $v$" și „Expresia $p$ este adevărată sau falsă în funcție de faptul dacă desemnează valoarea v sau valoarea f". Considerînd propozițiile (resp formulele propoziționale) *închise* sau *deschise* (*v propoziții închise)* în cadrul logicii bivalente avem următoarele **p. de v.**

| *Propoziții* | *Formule* |
|---|---|
| Adevărat | Universal-adevărat (pentru orice domeniu de interpretare) |
| Fals | Universal adevărat (într-un domeniu de interpretare D) |
| Realizabil | Universal-fals |
| (= uneori adevărat) | Realizabil (în orice domeniu de interpretare) |
| | Realizabil (într-un domeniu de interpretare) |

**PREDICATOR,** termen care exprimă proprietăți generale. Ex *a fi om, a fi muritor*. Termenul a fost introdus de Carnap pentru a desemna una dintre cele trei expresii-designator analizate în sistemul său semantic (*v metoda extensiunii și intensiunii).* Prin analogie s-au introdus și alți termeni ca *individuator* (pentru expresiile individuale), *propositor* (pentru propoziții) ș a.

**PREDICAȚIE,** termen de origine latină sinonim cu „enunțare", desemnînd operația logică de a enunța ceva despre ceva, altfel spus, a predica ceva despre ceva. De aci denumirea „judecăți de predicație". Termenul este legat totuși de o concepție despre judecățile de forma „S este P" (*v. cópula).* Tot de aci derivă denumirea pentru termenul *P*, *predicat* (*v.*), în opoziție cu *S* care este *subiectul* (*v* ) enunțării (predicării, predicației). Ulterior, atenția s-a concentrat nu asupra actului de judecare ci asupra relației între subiect și predicat (*v. praedicatum inest subiecto,* Leibniz). Acest fapt este justificat avînd în vedere că există diferite feluri

de *enunţare* Nu întimplător termenul *enunţ* a înlocuit pe cel de *judecată*, iar în limba română s-a generalizat mult termenul *propoziţie* (în sens logic). Dificultatea a rămas in sensul că pînă acum nu există o denumire adecvată pentru judecăţile de matrice *S* este *P*.

**PREFIXUL FORMULEI,** este format cînd toţi cuantorii unei formule sînt aşezaţi în faţa formulei. Schematic $Q_1 Q_2 \ldots Q_n A$ ($n \geq 1$) De ex.: $\forall x \forall y \exists z \forall u (F(x) \rightarrow F(y) \ \& \ (F(z) \lor G(u)))$. Prefixul este grupul „$\forall x \forall y \exists z \forall u$". Restul formulei de după prefix este domeniul de acţiune al prefixului şi poartă numele de *matrice a formulei*.

**PREMISĂ,** propoziţie (judecată) din care urmează să inferăm o altă propoziţie (judecată) numită *concluzie*. O propoziţie (judecată) poate să apară singură în calitate de **p.** cum e in cazul inferenţelor *imediate* sau împreună cu altele, cum se întîmplă în cazul inferenţelor *mediate* Astfel în inferenţa . toate mamiferele sînt vertebrate/prin urmare/unele vertebrate sînt mamifere, judecata „toate mamiferele sînt vertebrate" este premisă.

În inferenţa

(1) Toate vertebratele sînt animale

(2) Toate reptilele sînt vertebrate

---

(3) Toate reptilele sînt animale, primele două propoziţii sînt premise, iar ultima *concluzie* (v ) (v. *raţionament*, v. *silogism*).

**PREMISĂ MAJORĂ,** denumirea pentru prima premisă a silogismului simplu (tip *A E I O*). Ea conţine termenul mediu şi termenul major (cel care apare ca predicat in concluzie) (v *silogism simplu*)

**PREMISĂ MINORĂ,** denumire pentru a doua premisă a silogismului simplu (tip *A E I O*). Ea conţine termenul mediu şi termenul minor (cel care apare ca subiect în concluzie) (v *silogism simplu*)

**PRINCIPIA MATHEMATICA,** operă celebră elaborată de A. Whitehead şi B. Russell, publicată in trei volume (1910—1913) Cuprinde logica simbolică standard şi matematica aritmetizată (v *aritmetizare*) Are la bază concepţia logicistă (v *logicism*) şi *teoria tipurilor* (v.) Constituie un imens inventar de teoreme logice şi matematice Pornind de la această operă Gödel a desprins un tip de sisteme pe care le-a numit *sisteme de tipul Principia Mathematica* (v. *Teorema lui Godel*).

**PRINCIPIILE LOGICII,** ~~denumire~~ dată unor legi considerate fundamentale pentru gîndirea logică. Ele sînt *principiul identităţii*, *principiul necontradicţiei*, *principiul terţului exclus* şi *principiul raţiunii suficiente (v )*. Sub primele trei denumiri se ascund de fapt nu cîte o lege logică ci *clase de legi logice* Principiile pot fi formulate la diferite nivele · ontologic, sintactic, semantic, in funcţie de sisteme logice Logica modernă a constatat că pentru anumite sisteme unele dintre principii trebuie limitate. Cu alte cuvinte, aceste principii nu sint valabile *independent de orice supoziţii*. Pe de altă parte, împotriva absolutizării lor în aplicarea la realitate, dialectica a formulat unele limitări ale acestor principii Metafizica (absolutizantă) se naşte tocmai din absolutizarea aplicării la realitate a acestor principii. Ele presupun supoziţii metafizice „de uz casnic" (ca să folosim o expresie a lui Engels) Trebuie precizat că în formularea principiilor

intervin în permanență două supoziții fundamentale: „în acelaşi timp" şi „sub acelaşi raport", ceea ce înseamnă că principiile sînt valabile numai în măsura în care entitățile la care se aplică sînt considerate *în acelaşi timp* şi *sub acelaşi raport* şi nu se schimbă (adesea tacit) timpul sau raportul. Deşi limitate de anumite *supoziții de valabilitate* caracterul lor privilegiat nu poate fi pus la îndoială şi, prin urmare, ele merită în continuare denumirea de *principii*.

**PRINCIPIILE LUI LAMBERT,** principii formulate de către Lambert pentru fiecare figură a silogismului. Pentru figura I este preluat principiul *Dictum de omni et de nullo (v)*; pentru figura a II-a formulează *Dictum de diverso*: lucrurile care sînt diferite nu-şi convin; pentru figura a III-a formulează *Dictum de exemplo*: dacă se găsesc *A* care sînt *B* atunci se poate spune că există unii *A* care sînt *B*; pentru figura a IV-a formulează *Dictum de reciproco*: dacă nici un *M* nu este *B*, nici un *B* nu este cutare sau cutare *M*, dacă *C* este cutare sau cutare *B* sau nu este, atunci există unii *B* care sînt *C* sau care nu sînt.

**PRINCIPIUL CONDIȚIONALIZĂRII,** variantă mai veche a *teoremei deducției (v.)*. Forma dată de Gentzen este $\frac{P \vdash Q}{P \rightarrow Q}$

A fost utilizat şi de Aristotel deşi nu l-a formulat explicit. Se pare că stoicii i-au dat o formulare explicită: „Dacă primul şi al doilea, atunci al treilea; dar nu al treilea; pe de altă parte, primul, prin urmare nu al doilea". Premisa condițională „dacă primul şi al doilea, atunci al treilea" presupunem că exprimă un mod valid în formă condițională. În acest caz ea poate fi eliminată şi rămînem cu primul, dar nu al treilea, prin urmare nu al doilea". Acest mod este legat de propoziția condițională (eliminată) conform cu principiul „Dacă două propoziții atrag după sine o a treia atunci oricare din acestea două împreună cu negația celei de a treia, atrag negația celeilalte" (a fost utilizat de Aristotel în reducerea indirectă a silogismelor). Este evident că cele două propoziții care atrag după sine pe o a treia sînt premisele silogismului, iar a treia e concluzia. Prin urmare putem introduce explicit un asemenea silogism. Să schematizăm: $(p, q) \rightarrow r$, $\bar{r}, p \vdash \bar{q}$ Eliminînd $(p, q) \rightarrow r$ rămînem cu $(\bar{r}, p) \vdash \bar{q}$, altfel scris $(p, \bar{r}) \vdash \bar{q}$ Conform cu „principiul reducerii" putem scrie $((p, q) \rightarrow r) \rightarrow (p.\bar{r}) \rightarrow \bar{q}$. Dar $(p, \bar{r}) \rightarrow \bar{q}$ este derivată ea însăşi din modul exprimat condițional $p, q) \rightarrow r$ care este o premisă suplimentară. Problema reapare în *Logica de la Port Royal*. Cunoscînd numai o premisă a silogismelor putem introduce pe cealaltă ca o condiție pentru concluzie. Dacă nu ştim că sînt adevărate atunci premisele pot fi introduse condițional $(p, q) \rightarrow r$. Gentzen va relua procedura de a construi scheme noi de inferență pe baza altora. De ex $P \,\&\, Q \vdash P \vee Q$ se poate demonstra pe scheme

$$\cfrac{\cfrac{P \,\&\, Q}{P}\,(\&_E)}{P \vee Q}\,(\vee_I)$$

Prin p. c. transformăm deducția într-un enunț condițional asertat. $\vdash (P \,\&\, Q) \rightarrow (P \vee Q)$ În altă parte Gentzen demonstrează p. c. în *teoria*

*desfăşurării* Exprimăm regula condiţionalizării astfel dacă $P \vdash Q$ atunci $\vdash P \rightarrow Q$. Demonstraţie

$$\frac{\frac{*}{[P]\ [P \rightarrow Q]} \text{ (introducere de supoziţii)}}{\frac{Q}{P \rightarrow Q}} \text{ (modus ponens)} \quad \left(\text{regula } \frac{Q}{P \rightarrow Q}\right).$$

(Asteriscul marchează mulţimea vidă de premise)

**PRINCIPIUL DUALITĂŢII.** În geometria proiectivă s-a descoperit fenomenul de simetrie extrem de interesant că dacă teoremele sînt formulate într-un anumit fel ele pot fi obţinute unele din altele prin înlocuirea termenului *punct* cu *dreaptă* şi invers Pornim de la două expresii duale „punctul aparţine dreptei" şi „dreapta aparţine punctului şi dăm exemple de axiome duale 1. Oricare ar fi *două puncte* $x$ şi $y$, există *o dreaptă* $D$ care aparţine punctelor $x$ şi $y$ 1'. Oricare ar fi *două drepte* $D_i$ şi $D_j$, există un punct $x$ care aparţine dreptelor $D_i$ şi $D_j$; 2 Oricare ar fi două, puncte diferite $x$ şi $y$ există cel mult o dreaptă $D$ care aparţine atît lui $x$ cît şi lui $y$, 2' Oricare ar fi două drepte diferite $D_i$ şi $D_j$ există cel mult un punct $x$ care aparţine atît lui $D_i$ cît şi lui $D_j$, 3 Fiecărei drepte îi aparţin nu mai puţin de trei puncte Există cel puţin trei puncte care nu aparţin unei drepte, 3' Fiecărui punct îi aparţin nu mai puţin de trei drepte Există cel puţin trei drepte care nu aparţin unui punct, 4 Fiecare două drepte au un punct comun, 4' Fiecare două puncte au o dreaptă comună Se înţelege că expresiile „punctul aparţine dreptei" şi „dreapta aparţine punctului" trebuie luate ca *duale*, dar nu identice, căci ele au sensuri diferite Ele sînt astfel construite doar pentru comoditate Exact exprimîndu-ne „punctul aparţine dreptei" înseamnă „punctul se află pe o dreaptă", iar „dreapta aparţine punctului" înseamnă „dreapta trece printr-un punct" Ultimele două propoziţii pot fi simbolizate în felul următor 4. $\forall a \forall b (a \neq b \rightarrow \overline{\exists x \exists y}\ x \neq y \,\&\, P(x, a) \,\&\, P(y, a) \,\&\, P(x, b) \,\&\, \&\, P(y, b)))$, 4'. $\forall x \forall y (x \neq y \rightarrow \overline{\exists a \exists b}\ (a \neq b \,\&\, P(x, a) \,\&\, P(y, a) \,\&\, P(x, b) \,\&\, \&\, P(y, b)))$. (unde $x$, $y$ sînt punctele, $a$, $b$ dreptele, iar $P(\ldots)$ exprimă relaţia dintre ele). În acest fel o propoziţie poate fi obţinută din alta prin înlocuirea expresiilor duale. Un fenomen asemănător are loc în logică în legătură cu anumite semne *(v dualitate)*. Ca urmare au fost formulate o serie de principii care poartă numele de „principii ale dualităţii" şi care ne arată cum să trecem de la o *lege logică* la o altă *lege logică* duală cu prima

1 *Principiul dualităţii pentru negaţie.* Dacă $\vdash A$ atunci $\vdash \bar{A}^*$

2. *Principiul dualităţii pentru implicaţie.* Dacă $\vdash A \rightarrow B$ atunci $\vdash B^* \rightarrow A^*$

3. *Principiul dualităţii pentru echivalenţă.* Dacă $\vdash A \Leftrightarrow B$ atunci $\vdash A^* \Leftrightarrow \Leftrightarrow B^*$ (Asteriscul marchează duala)

*Aplicații*

1 $A \vee A$, $\overline{(A \,\&\, \bar{A})}$

2 $(A \,\&\, B) \rightarrow A$, $A \rightarrow (A \vee B)$

3 $\overline{A \,\&\, B} \equiv \bar{A} \vee \bar{B}$, $\overline{A \vee B} \equiv \bar{A} \,\&\, \bar{B}$ Acestea sînt legi din logica propozițiilor, vom da și legi din logica predicatelor

1 $\forall x\,(Fx \vee \overline{Fx})$, $\bar{\exists} x(Fx \,\&\, \overline{Fx})$

2 $\forall x\, Fx \rightarrow Fy$, $Fy \rightarrow \exists x\, Fx$

3 $\forall x\, Fx \equiv \overline{\exists} x\, \overline{Fx}$, $\exists x\, Fx \equiv \overline{\forall x}\, \overline{Fx}$

Perechi de legi duale se pot formula în legătura cu comutativitatea, asociativitatea, distributivitatea, absorbția, idempotența, posibilitatea ș a.

**PRINCIPIUL IDENTITĂȚII** (lat „principium identitatis"), lege fundamentală a logicii formale, a cărei schemă este $A \equiv A$. Formularea cea mai generală este ontologică „orice lucru (orice fenomen) este identic cu sine". Mai exact „în același timp și sub același raport orice lucru este identic cu sine" Aceasta înseamnă că dacă obiectul este considerat la un moment dat și sub un anumit raport, el este tratat ca rămînînd *același*. De ex, un individ (uman) $x$ considerat într-un interval de timp $t$ și sub raportul însușirilor esențiale rămîne *același*. El poate să se schimbe sub alte raporturi (neesențiale) — îmbrăcămintea, poziția socială, relațiile cu cei din jur, dar biologic și psihologic să rămînă același. Cînd spunem că „rămîne același" spunem implicit că nu s-a schimbat pe intervalul de timp considerat și sub raportul considerat (biologico-psihologic) A fi identic = a rămîne același = a nu se schimba în intervalul $t$ și sub raportul $r$ Se are în vedere că prin raportul $r$ se poate înțelege și un *sistem de raporturi*. Intervalul $t$ nu coincide neapărat cu intervalul în care obiectul este supus *discursului logic* ci cu *intervalul considerat* Strict logic formulările **p. i.** pot fi sintactice sau semantice Sintactic dăm pur și simplu o formulă $p \equiv p$ Semantic, interpretăm această formulă „orice propoziție este *echivalentă* cu sine" Putem da o formulare și pentru termeni „orice termen este sinonim cu sine" Notînd sinonimia cu $\approx$ putem scrie $t \approx t$ Se observă că atît *echivalența* cît și *sinonimia* sînt cazuri particulare de identitate Se observă că **p. i.** este o lege de reflexivitate. Plecînd de la **p. i.** se formulează o regulă terminologică pe tot parcursul unui proces logic un termen își păstrează sensul sau orice schimbare de sens este anunțată în prealabil. Erori in raport cu această regulă a) omonimia implică sinonimia, b) diferența de formă implică diferența de sens, c) sensuri diferite ale termenului sînt specii diferite ale aceleiași noțiuni. **P. i.** din teoria funcțiilor de adevăr stă la baza sistemului logic al echivalenței. În acest fel, **p. i.** este „forma normală" a oricărei legi din sistemul echivalenței. Fie formula · $(p \equiv s) \equiv ((p \equiv r) \equiv (s \equiv r))$, Suprimăm parantezele · $p \equiv s \equiv p \equiv r \equiv s \equiv r$ Comutăm termenii $p \equiv r \equiv s \equiv p \equiv r \equiv s$ Asociem $((p \equiv r) \equiv s) \equiv ((p \equiv r) \equiv s)$ Ceea ce este evident o lege a identității (primul și al doilea membru fiind identici) Eugen Mihăilescu a descoperit un criteriu aritmetic de decizie în acest sistem . o formulă este lege logică dacă are pentru fiecare variabilă un număr par de intrări Legea identității (în genere) exprimă reflexivitatea relației de *identitate* (*v* ) Relația de identitate nu trebuie confundată cu *relația de echivalență* (*v* ), dar ea are multe cazuri particulare, tocmai de aceea și **p. i.** are multe

cazuri particulare. Uneori p. i. din logica propozițiilor este redat sub forma reflexivității implicației. $p \Rightarrow p$. Aceasta se justifică prin faptul că:

$$(p \Leftrightarrow q) \equiv ((p \Rightarrow q) \,\&\, (q \Rightarrow p))$$
$$(p \Leftrightarrow p) \equiv ((p \Rightarrow p) \,\&\, (p \Rightarrow p))$$
$$(p \Leftrightarrow p) \equiv (p \Rightarrow p)$$

**PRINCIPIUL INDEPENDENȚEI.** Simbolul predicativ $R$ este independent de alte simboluri predicative primitive dintr-o teorie $T$, dacă există două interpretări ale axiomelor astfel că: (1) domeniul ambelor interpretări este același, (2) interpretările sînt aceleași pentru celelalte simboluri, (3) dacă „$R_1$" și „$R_2$" sînt două interpretări pentru $R$, atunci ele trebuie să fie diferite în sensul că există elemente $x_1, \ldots, x_n$ în domeniu astfel că (a) „$R_1(x_1, \ldots, x_n)$" este adevărată și (b) „$R_2(x_1, \ldots, x_n)$" este falsă. Presupunînd că $R$ ar depinde de alte simboluri am avea formula (1) $R(x_1, \ldots, x_n) \Leftrightarrow S$ care ar fi derivabilă din axiome. Deci conform cu $R_1$, $R_2$ am avea (2) $R_1(x_1, \ldots, x_n) \Leftrightarrow S_1$ (3) $R_2(x_1, \ldots, x_n) \Leftrightarrow S_2$. Deoarece toate simbolurile cu accepția lui $R$ au aceeași interpretare vom avea (4) $S_1 \Leftrightarrow S_2$. Din (2), (3) și (4) deducem (5) $R_1(x_1, \ldots, x_n) \Leftrightarrow R_2(x_1, \ldots, x_n)$ ceea ce contrazice pe (a) și (b) și deci supoziția de dependență nu are loc. Principiul poate fi formulat analog pentru alte simboluri (constante individuale, semne pentru operații) (Suppes P., *Introduction to logic*, 1969).

**PRINCIPIUL LUI PADOA (PRINCIPIUL INDEPENDENȚEI).** Un simbol primitiv este independent de celelalte dacă există două interpretări ale axiomelor astfel că simbolul primitiv dat are două interpretări în timp ce celelalte au una. Considerăm axiomele preferinței $A_1$ Dacă $xPy$ și $yPz$ atunci $xPz$, $A_2$ Dacă $xIy$ & $yIz$ atunci $xIz$; $A_3$ Are loc numai una din $xPy$, $yPx$, $xIy$. Vrem să arătăm că $P$ (preferința) este independentă de $I$ (indiferența). Interpretări: domeniul $\{1, 2\}$, $I$ = identitatea, $P$ $<$ sau $P$ $>$ (două interpretări pentru $P$). Ca urmare avem $1\ P\ 2$ (conform cu prima interpretare: $1 < 2$) și nu $2\ P\ 1$ (conform cu $A_3$). Apoi: $2\ P\ 1$ (conform cu a doua interpretare $2 > 1$) și nu $1\ P\ 2$. Dacă $P$ ar fi definibil în termeni de $I$ atunci $P$ ar avea aceeași interpretare ca $I$ (adică identitatea) or nu are aceeași interpretare. Suppes precizează principiul astfel. Se definește mai întîi dependența simbolurilor. Un simbol $R$ (relație $n$-adică) este dependent de alte simboluri primitive dacă formula $R(v_1, \ldots, v_n) \Leftrightarrow S$ poate fi derivată din axiome cînd: (1) $v_1, \ldots, v_n$ sînt distincte, (2) singurele variabile în $S$ sînt $v_1, \ldots, v_n$, (3) singurele constante nelogice care apar în $S$ sînt alte simboluri primitive ale teoriei.

**PRINCIPIUL NECONTRADICȚIEI** (lat. „principium contradictionis"). Formulare simbolică $\overline{A \,\&\, \bar{A}}$. Formularea ontologică: *în același timp și sub același raport este imposibil ca un lucru să fie și să nu fie.* O formulare ontologică mai particulară este aceasta: *în același timp și sub același raport un lucru este imposibil să aibă și să nu aibă o proprietate.* Formulări semantice: a) în același timp și sub același raport o propoziție este imposibil *să aibă* și *să nu aibă* o valoare logică W, b) o propoziție este imposibil să fie adevărată și să nu fie adevărată, c) este imposibil ca o propoziție să fie adevărată împreună cu negația ei. Se vede că precizînd ideea de *valoare logică*, b) este caz particular al lui a) și că putem formula atîtea cazuri particulare cîte valori logice putem indica. O formă interesantă este: nu există două propoziții adevărate care să se contrazică. Se înțelege că am presupus că ideea de *propoziție* a fost bine precizată în prealabil. Normativ, p. n. îi corespunde cerința de *a nu ne contrazice*. Acest principiu a fost descoperit de Aristotel:

„Este imposibil ca aserţiuni contradictorii să fie împreună adevărate" *(Organon)*. În *Metafizică* a dat varianta ontologică: „Este imposibil ca ceva să aparţină şi să nu aparţină unui lucru în acelaşi sens". Principiul se opune *contradicţiei formale (v.)* şi nu *contradicţiei dialectice (v.)*. Formulări simbolice ale legii necontradicţiei: a) $\overline{p \,\&\, \bar{p}}$ (logica propoziţiilor); b) $\forall x\,(F(x) \,\&\, \overline{F}(x))$; c) $\exists x\,(F(x) \,\&\, \overline{F(x)})$ (logica predicatelor); d) $\forall x\,(\overline{x \in K \,\&\, x \in K})$ (logica claselor). Ca o expresie a **p. n.** este *necontradicţia sistemelor axiomatice (v.)*.

**PRINCIPIUL RAŢIUNII SUFICIENTE.** În formulare ontologică acest principiu spune: *orice lucru (fenomen etc.) există în virtutea unui temei*. În logică apare numai la nivel metateoretic: *orice propoziţie adevărată are cel puţin o propoziţie adevărată din care se deduce şi al cărei adevăr este stabilit independent de prima propoziţie*. Propoziţia (sau propoziţiile) din care deducem propoziţia dată constituie „raţiunea suficientă" sau „temeiul" acestei propoziţii. Simbolic: Pentru orice $Q$ adevărat există $P$ astfel că $\models P$ ($= P$ este adevărat) şi $P \vdash Q$. De aci norma: *orice propoziţie trebuie admisă ca adevărată numai în virtutea unui temei (a unei raţiuni suficiente)*. Se înţelege că $Q$ este diferit de $P$, altfel avem *cerc vicios (v.)*. Este important să observăm că putem avea două cazuri în ce priveşte relaţiile dintre propoziţie şi temeiul ei: a) $P \Leftrightarrow Q$, b) $P \Rightarrow Q$ (dar nu $Q \Rightarrow P$). Evident că cel mai interesant este cazul b), dar uneori, aşa cum s-a întîmplat cu postulatul lui Euclid, propoziţia este atît de generală încît nu putem ieşi deductiv dintr-o clasă de propoziţii echivalente. Există unele propoziţii foarte generale al căror adevăr este acceptat în urma unui proces mai complicat. În acest proces pot interveni: a) experienţa şi evidenţa, b) idealizările, c) necontradicţia unui sistem de propoziţii, d) confirmarea prin concluzii adevărate, e) utilizarea de modele consistente. Deşi **p. r. s.** poate fi aplicat la orice propoziţie nu putem împinge practic la nesfîrşit justificarea (întemeierea), este necesar să ne oprim undeva la nişte „principii prime" pe care să le considerăm *raţiune suficientă* pentru celelalte propoziţii: altfel, cădem în *regressum ad infinitum*. Tocmai de aceea putem da o formulare mai slabă: *orice propoziţie adevărată are o raţiune suficientă, adică un temei în virtutea căruia noi o acceptăm ca adevărată la un moment dat*.

**PRINCIPIUL TERŢULUI EXCLUS** (lat. „principium exclusi tertii"). În latineşte legea mai este denumită *lex exclusi tertii sive medii inter duo contradictoria* sau ca în logica medievală *tertium non datur*. Simbolic: $A \vee \bar{A}$ ($A$ sau non-$A$). Formulare ontologică: *în acelaşi timp şi sub acelaşi raport un lucru există sau nu există: a treia posibilitate este exclusă*. Altă formulare: *în acelaşi timp şi sub acelaşi raport un lucru sau are o proprietate sau n-o are: a treia posibilitate este exclusă*. Aristotel în *Metafizica* l-a formulat astfel: „nu poate fi nimic între două judecăţi care se contrazic, ci despre un (subiect) orice predicat este necesar sau să fie afirmat sau să fie negat". Formulări semantice: a) în acelaşi timp şi sub acelaşi raport o propoziţie are sau nu o valoare logică $W$, a treia posibilitate este exclusă, b) în acelaşi timp şi sub acelaşi raport o propoziţie sau este adevărată sau nu este adevărată: a treia posibilitate este exclusă. O formă particulară este legea excluderii contradicţiei: d) în acelaşi timp şi sub acelaşi raport o propoziţie este adevărată sau nu, contradicţia este exclusă. Din formularea a) putem deriva în funcţie de precizarea lui $W$ diferite formulări particulare (de ex. b)). $W$ = adevăr, fals, adevăr necesar, adevăr probabil, ... Uneori formularea **p. t. e.** a fost con-

fundată cu *principiul bivalenței (v )*, mai exact, cu a fost dată in limitele principiului bivalenței e) „orice propoziție este sau adevărată sau falsă a treia posibilitate este exclusă".

Formulări simbolice

a) $p \vee \bar{p}$ sau $\forall p (p \vee \bar{p})$, b) $\forall x (F(x) \vee \bar{F}(x))$, c) $\forall x (x \in K \vee x \notin K)$ sau $\forall x (x \in K \vee x \in \bar{K})$ Valabilitatea formulărilor simbolice este *în funcție de interpretarea pe care o dăm formulelor* În acest sens o deosebită importanță are precizarea noțiunilor de *propoziție*, *valoare logică* (sau predicat de valoare), *predicat* și *clasă* Logica modernă, îndeosebi logica *intuiționistă* (Brouwer) și *logica polivalentă (v )* au pus in discuție valabilitatea terțului exclus În realitate, logica polivalentă a pus in discuție doar formulările care decurg din principiul bivalenței, de ex. „orice propoziție este sau adevărată sau falsă a treia posibilitate este exclusă" Admițînd și propoziții care pot fi calificate nuanțat necesar false, necesar adevărate, posibil false, posibil adevărate ș.a evident că există totdeauna a treia posibilitate Este necesar să observăm însă că dincolo de dihotomia „adevăr-fals" termenii *adevăr* și *fals dacă mai sînt utilizați nu mai au aceeași semnificație*. Utilizarea lor ambiguă dă naștere ideii că pe lîngă *adevăr* și *fals* (așa cum sînt definite in limitele dihotomiei) ar exista a treia posibilitate În limitele dihotomiei a treia posibilitate este exclusă prin definiție

adevăr = non-fals

fals = non-adevăr

non-non-fals = adevăr

Matriceal avem

| $p$ | $\bar{p}$ |
|---|---|
| adevăr | fals |
| fals | adevăr |

sau

| $p$ | $\bar{p}$ |
|---|---|
| v | f |
| f | v |

De aci decurge imediat $p \vee \bar{p}$ sau afirmația este adevărată sau negația, nu ambele, sau afirmația sau negația este falsă, nu ambele; pentru orice pereche $(p, \bar{p})$ una din ele este adevărată și una este falsă, este exclusă posibilitatea ca ambele să fie adevărate sau ambele să fie false o propoziție nu are o valoare care să nu fie nici adevărată nici falsă Dacă $W$ (valoarea logică) este particularizată pe mulțimea de valori nuanțate

$$v_1, v_2, \quad v_n$$
$$f_1, f_2, \quad f_n$$

atunci terțul exclus nu are loc in interpretarea matriceală, căci in raport cu două valori $(v_i, f_i)$ există totdeauna o a treia. Dacă avem $n$ valori vom introduce legea excluderii celui de al $n+1$ lea. Pentru cazul in care $W$ este infinit avem: orice propoziție nu are o valoare care să nu aparțină lui $W$. La nivel metateoretic atribuirea valorilor este guvernată de p. t. e. (indiferent ce sistem logic am avea): o propoziție *are* sau *nu are* va-

loarea $W$, a treia posibilitate este exclusă. De exemplu, o propoziţie are sau nu are valoarea *probabil adevărat*, între a avea şi a nu avea această valoare nu există o a treia posibilitate (= *nu poate s-o aibă şi să n-o aibă*). Această formulare este în fond particularizarea formulării ontologice: ceva (aci *propoziţia*) are sau nu are o proprietate (aci *valoarea dată*) a treia posibilitate este exclusă. S-ar putea replica: dacă *are* $W$ este exclus să nu-l aibă, dar dacă *nu are* $W$ atunci are ceva diferit de $W$! De ex. $p$ să fie *probabil falsă*! Aceasta însă nu infirmă terţul exclus căci este vorba doar de o completare a acestuia $p$ este *probabil adevărată* sau $p$ nu este *probabil adevărată*, dacă $p$ nu este *probabil adevărată* atunci $p$ este $W_1$ sau $W_2$ sau ... sau $W_n$ (unde $W_i \neq$ probabil adevărat). Or, „nu este probabil adevărat" ≡ „este sau $W_1$ sau $W_2$, sau ... sau $W_n$". În acest fel terţul exclus ia forma: *$p$ este probabil adevărat sau $p$ ia una din restul valorilor, a treia posibilitate este exclusă.* Între a fi probabil adevărat şi a lua una din restul valorilor nu există o a treia posibilitate. De ex., nu există posibilităţile ca: a) $p$ să fie şi probabil adevărat şi să ia una din restul valorilor, b) $p$ să ia *două* din restul valorilor ori în genere $n$ ($n > 1$) din restul valorilor. *Intuiţionismul* la rîndul său limitează terţul exclus la mulţimile finite. Formularea pusă în discuţie imediat este $\forall x\ (x \in K \vee x \in \bar{K})$. Această formulare presupune *infinitul actual (v.)*. Respingerea se face în baza ideii constructiviste că nu putem avea o metodă prin care să decidem, în principiu, dacă $x \in K$ sau $x \in \bar{K}$. Mulţimea $K \cup \bar{K}$ este *actual infinită*, în concepţia clasică complementara $\bar{K}$ cuprinde toate elementele care nu aparţin lui $K$: $\bar{K} = \lambda x\ (x \notin K)$ Spunînd „orice $x$" noi ne raportăm *simultan* la toate elementele din $U$, or tocmai această *raportare simultană* la o infinitate de elemente generează noţiunea de *infinit actual*. În realitate $U$ (în cazul de faţă universul indivizilor): a) se poate să nu fie *dat simultan* (şi nu este), b) se poate *să nu putem decide* pentru un $x$ dat dacă aparţine lui $K$ sau lui $\bar{K}$. La aceasta trebuie replicat că formularea $\forall x\ (x \in K \vee x \in \bar{K})$ este mai tare decît formularea $\forall x\ (x \in K \vee x \notin K)$. Echivalarea lor se bazează pe definiţia $\bar{K} \equiv \lambda x\ (x \notin K)$. Totul depinde aci de limitele stabilite pentru $\bar{K}$. Dacă $\bar{K}$ este luat ca *restul universului de indivizi atunci legea are loc*, dacă el este înţeles într-un univers mai restrîns (de ex., universul organismelor vii) atunci principiul nu mai e valabil. De ex., o statuie nu aparţine nici animalelor nici non-animalelor (în universul organismelor) ci unui alt univers de indivizi. Pentru a preveni astfel de situaţii este mai prudent să pornim de la relaţia: $\forall x\ (x \in \bar{K}) \Rightarrow x \notin K)$, şi nu de la $\forall x\ (x \notin K \Leftrightarrow x \in \bar{K})$. Definiţia $\bar{K} \equiv \lambda x\ (x \notin K)$ este totuşi o *idealizare* admisibilă în anumite limite.

**PRINCIPIUL «TREBUIE IMPLICĂ POATE»**, principiu al logicii deontice după care obligaţia de a face ceva presupune posibilitatea (obiectivă, subiectivă şi deontică) de a face acel lucru. *(v. poate)*. Simbolic principiul e redat doar parţial ca „obligaţia implică permisia": $Op \rightarrow Pp$. Evident, implicaţia nu este necesară dar este o condiţie a obligaţiei raţionale. Există excepţii de la acest principiu aşa cum se arată în *Antigona* lui Sofocle: chiar dacă cineva nu poate să facă ceva, el poate lua decizia să facă conform cu principiul că: *trebuie* (moral) nu implică posibilitatea de a făptui, ci este suficientă *tendinţa*. Raţiunea stă în faptul că tendinţa de a face ceva este un stimulent moral pentru ceilalţi, chiar dacă cel care tinde nu poate îndeplini obligativitatea morală.

**PROBLEMA «CE ÎNTREBARE A PUS».** Doi tineri dintre care unul spune totdeauna adevărul şi altul totdeauna falsul stau la o bifurcare de drumuri Ei răspund la orice întrebare cu „da" sau „nu" Ce întrebare trebuie să li se pună pentru a afla drumul care duce la un lac din apropiere? (v. soluţia în *FLG*)

**PROBLEMA CELOR DOUĂ TRIBURI.** Pe un ostrov se află două triburi tribul celor care spun întotdeauna falsul şi tribul celor care spun întotdeauna adevărul Un călător întîlneşte pe insulă un băştinaş care-i spune că „e cinstit", ca urmare călătorul îl angajează ca însoţitor Mai departe, întîlnesc amîndoi pe un alt băştinaş. Însoţitorul îi spune călătorului că şi acesta e cinstit. Cum era însoţitorul? (v. soluţia în G E, *FLG*).

**PROBLEMA CELOR TREI FILOSOFI.** Trei filosofi greci au adormit în grădina *Academiei*. Între timp cineva i-a murdărit cu cărbune pe frunte. Cînd s-au trezit fiecare a început să rîdă de ceilalţi doi, dar deodată unul s-a oprit din rîs dîndu-şi seama că şi el este murdar. Cum a raţionat? (v. soluţia în G.E, *FLG*).

**PROBLEMA CULORII ŞEPCII.** Trei prieteni *A*, *B*, *C* stau unul după altul, astfel că *C* (ultimul) îi vede pe *B* şi pe *A*. Ei au capetele descoperite. Dintr-un săculeţ care conţine două şepci albe şi trei şepci negre i s-a dat fiecăruia o şapcă necunoscută de el, iar două şepci neştiute de toţi au rămas în săculeţ. *C* şi *B* spun că ei nu-şi pot determina culoarea şepcilor lor. Poate *A* să determine culoarea şepcii sale pe baza răspunsurilor lui *C* şi *B*? (v. soluţia în G.E., *FLG*).

**PROBLEMA DECIZIEI,** problemă fundamentală a logicii simbolice, constă în a găsi o procedură efectivă astfel că pentru fiecare formulă logică să se decidă într-un număr finit de paşi după structura formulei dacă reprezintă sau nu o lege logică. Problema este rezolvată în general pentru teoria funcţiilor de adevăr (prin algoritmul matricelor, prin formele normale ş a.), şi numai parţial pentru alte sisteme logice (v. *problema deciziei în logica predicatelor*).

**PROBLEMA DECIZIEI ÎN LOGICA PREDICATELOR.** Spre deosebire de calculul propoziţiilor, în calculul predicatelor nu există o procedură efectivă de evaluare a fiecărei formule, adică de a decide după formă dacă este universal adevărată (= logic adevărată), universal falsă (= logic falsă) sau realizabilă (în orice domeniu). Dacă problema deciziei nu este rezolvabilă, în general, ea este în schimb rezolvabilă pentru anumite clase de formule. Nu este sigur că putem avea o clasificare completă încît orice formulă să facă parte dintr-o *clasă decidabilă* (Kalmar, de ex, lasă deschisă această posibilitate). Problema deciziei poate fi pusă fie pentru realizabilitate fie pentru universal valabilitate, însă nu este necesar să fie pusă pentru ambele căci rezolvarea pentru unul din cele două predicate implică rezolvarea pentru celălalt. Într-adevăr, o formulă este logic adevărată dacă negaţia ei este irealizabilă (= logic falsă). W. Ackermann a indicat trei forme în care poate apare problema deciziei: I. A decide dacă o formulă dată este logic adevărată sau nu. II. A decide dacă o formulă este logic adevărată. Dacă nu este logic adevărată a decide dacă ea nu este univresal adevărată într-un domeniu oarecare sau în unele domenii. În ultimul caz trebuie să determinăm numerale cardinale pentru domeniile pentru care este universal adevărată. III. A decide pentru o formulă dată dacă ea este universal adevărată în toate domeniile cu un număr finit de elemente sau nu. A. Church şi A. Turing au arătat că problema nu este, în general, rezolvabilă în formele I şi II, iar B.A. Trachtenbrot a arătat acelaşi lucru pentru forma III. Kleene arată că problema deciziei poate fi pusă şi în termeni sintactici. „O suită de formule este o demonstraţie?“ „O for-

mulă dată este demonstrabilă". Prima problemă este rezolvabilă prin sistemul postulatelor sistemului (axiome, reguli), a doua problemă nu este rezolvabilă, deși fiecare formulă are cel puțin un „mecanism de demonstrație". În cazul în care formulele nu conțin cuantori soluția se dă pe baza teoremei orice substituție de scheme necuantificate într-o tautologie din TFA dă o schemă logic adevărată. Exemple $F(x) \vee \bar{F}(x)$, $F(x, y) \vee \bar{F}(x, y)$, $F(x) \rightarrow F(x)$, $(F(x, y) \& F(x, z)) \rightarrow F(x, z)$, sînt formule logic adevărate (și în același timp tautologii). Problema este general rezolvabilă pentru calculul monadic al predicatelor Soluții au fost date de Bernays, Schönfinkel, Quine ș. a. Teorema care stă la baza rezolvării acestei probleme este următoarea: o formulă monadică cu $n$ variabile predicative (diferite) este logic adevărată (= universal valabilă) dacă și numai dacă negația ei nu este realizabilă într-un domeniu cu $2^n$ indivizi O formulă aplicată la $2^n$ indivizi este decompozabilă în conjuncție finită în raport cu cuantificarea universală și în disjuncție finită în raport cu cuantificarea existențială, ceea ce reduce problema la decizie în TFA. Pentru reducerea și rezolvarea problemei deciziei în calculul $n$-adic ($n > 1$) considerăm o anumită clasificare a formulelor din trei puncte de vedere 1) prefixul, 2) matricea, 3) matricea și prefixul. Se presupune că formulele sînt în *forma normală prenexă (v.)*. Cazurile rezolvate sînt următoarele: (1a) prefixul nu conține cuantori existențiali, (1b) prefixul nu conține cuantori universali, (1c) prefixul nu conține cuantori existențiali care să preceadă vreun cuantor universal, (1d) prefixul nu conține mai mult de un cuantor existențial, (1e) prefixul conține numai doi cuantori existențiali între care nu se interpune vreun cuantor universal, (2) matricea este o disjuncție de formule elementare sau negații ale acestora, ori este reductibilă la această formă, (3a) prefixul este de forma $\exists x_1 \ldots x_m \forall y_1 \ldots y_n$ fiecare formulă elementară (conținută) în care apar variabile $x_1, \ldots, x_m$ cuprinde sau toate aceste variabile sau cel puțin una din variabilele $y_1, \ldots, y_n$, (3b) prefixul are ca ultimă parte $\forall z_1 \ldots z_n$ și fiecare formulă elementară din matrice care conține variabile din prefix, cuprinde cel puțin una din variabilele $z_1, \ldots, z_n$, (3c) prefixul este de forma $\exists x \exists y \exists z_1 \ldots z_n$ ($n \leqslant 4$) și matricea este de forma $G(x, y) \rightarrow H(z_1, \ldots z_n)$ (sau ceva echivalent cu aceasta) și unicul predicat din $H(z_1, \ldots z_n)$ este predicatul diadic $G$.

Pentru rezolvarea acestor cazuri se demonstrează mai multe *teoreme de evaluare (v.)*

**PROBLEMA DECIZIEI PENTRU MODALITĂȚI.** În sistemele Lukasiewicz problema deciziei se rezolvă cu ajutorul *logicii polivalente (v.)*. Sistemele Lewis și Ackermann nu permit o astfel de soluție deoarece pentru ele nu există matrici caracteristice finite. Carnap reduce soluția pentru $S_5$ la matrici bivalente cu valorile L-adevărat și L-fals, folosindu-se de formele normale

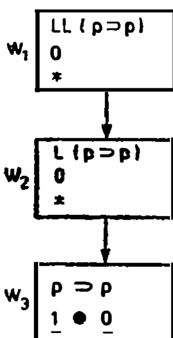
*Reguli de înlocuire*

1 $A \vee \bar{A}$ cu $t$

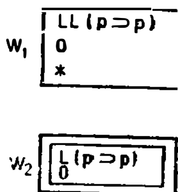
2 $A \& \bar{A}$ cu $\sim t$

3 Dacă $\Box A$ are formele $\Box t$, $\sim t$, $\Box A$, $\sim \Box A$ atunci va fi înlocuită cu $A$ Formula se reduce la $t$ (demonstrabilă) sau $\sim t$ (indemonstrabilă). McKinsey a dat o soluție pentru $S_2$. El introduce noțiunea de *parte a expresiei* (în sens *larg*). De ex.: $(p \wedge q) \vee \Box p$ se poate descompune în următoarele părți (proprii sau improprii): $p, q, p \wedge q, \Box p, (p \wedge q) \vee \Box p$. Soluția se reduce în acest caz la construirea de finit de multe matrici finite. Mc Kinsey formulează următoarea teoremă de decizie: Dacă $A$

este o expresie în $S_2$ care conține partea $r$, atunci $A$ este demonstrabilă în $S_2$ numai cînd ea este realizată de orice matrice normală a lui $S_2$ care nu conține mai mult de $2^{2^r+1}$ elemente. Pe baza corespondenței structurale între calculele modale și cele nemodale se pot formula diferite procedee. Astfel de procedee formulează von Wright modificînd formele normale disjunctive și matricele de adevăr și Kripke pornind de la *tabelele de adevăr ale lui Beth* (v.) Tot Kripke corelează decizia în calculul modal al predicatelor cu cea din calculul nemodal. Hughes și Cresswell formulează diagrame de decizie (pornind de la noțiunea lumilor posibile) pentru $S_2$, $S_3$, $S_6$, $S_8$ și alte sisteme. Diagramele pentru $S_2$, $S_3$ reprezintă două tipuri de lumi posibile — normale și nenormale. Pentru cele normale se folosesc dreptunghiuri simple, pentru cele nenormale dreptunghiuri înscrise. O secvență de dreptunghiuri pe orizontală va da o $T$ — diagramă. Exemplificăm pentru formula $LL(p \supset p)$. $T$ — diagrama este:




$W_1$, $W_2$, $W_3$ sînt lumile posibile. Orice formulă care începe cu $L$ și are valoarea 0 ca și orice formulă care începe cu $M$ și are valoarea 1 este caracteristică pentru lumile nenormale. Inconsistența în $W_3$ va însemna că formula este $T$ — validă. Diagrama aceasta diferă total și de diagrama $S_2$:




Aci $W_2$ este nenormală dacă formula nu este $S_2$ validă. (v. *sistemele modale și Lewis lume posibilă*).

**PROBLEMA ELIMINĂRII** (formulată de Schröder și dezvoltată de W. Ackermann) vizează reducerea unei formule din calculul predicatelor de ordinul doi la o formulă echivalentă din calculul identității (de ordinul

unu). Problema constă în găsirea unei *proceduri efective (v.)* pentru asemenea reducere.

**PROBLEMA LUI SMULLYAN.** În ziua terminării primului război mondial trei familii s-au decis să sărbătorească împreună evenimentul. Fiecare soț era fratele unei femei care era căsătorită, fiecare soție era sora unui bărbat căsătorit, deci erau trei perechi frate-soră. Se știe că 1. Elena e cu 26 de săptămîni mai mare decît soțul ei care s-a născut în august, 2 sora lui White e căsătorită cu cuscrul fratelui Elenei și s-a căsătorit cu el în ziua aniversării ei, în ianuarie, 3. Margareta White e de statură mai mică decît W. Blacke, 4. sora lui Arthur e mai frumoasă decît Beatrice, 5. John are 50 de ani. Cum o cheamă pe d-na Braun ? (*v.* soluția în Gh. Enescu, *FLG*).

**PROBLEMA LUI VENN.** Regulamentul unui club cuprinde următoarele reguli : (1) comitetul financiar trebuie să fie ales din componența comitetului general, (2) nimeni nu poate fi în același timp membru al comitetului general și comitetului de bibliotecă, dacă nu aparține și comitetului financiar, (3) nimeni dintre membrii comitetului de bibliotecă nu poate fi în comitetul financiar. Să se simplifice regulamentul ! Se aplică *calculul propozițiilor (v.)*.

**PROBLEMA NUMELUI DE FAMILIE.** Popescu, Ionescu și Vasilescu lucrează pe un tren fiecare avînd una din profesiile mecanic, conductor, fochist. În același tren merg trei pasageri cu aceleași nume de familie. Se știe că. pasagerul Vasilescu locuiește la Craiova, conductorul locuiește la Pitești, pasagerul Ionescu a uitat de mult algebra pe care a învățat-o în școală, pasagerul care are același nume de familie cu conductorul locuiește la Brașov, conductorul și un pasager care este specialist în logică matematică merg la același club, Popescu cîștigă la fochist cînd se întîlnesc la partidele de biliard. Care este numele de familie al mecanicului ? (*v.* soluția în Gh. Enescu, *FLG*).

**PROBLEMA VIITORILOR CONTINGENȚI,** problemă despre evenimentele viitoare pusă de către Aristotel în lucrarea *Despre interpretare*. Prin definiție propoziția este ceva „ce este adevărat sau fals". Analizînd propozițiile de genul „mîine va fi o bătălie navală", Aristotel constată că astfel de propoziții nu pot fi declarate nici adevărate nici false, deși este evident că una din cele două posibilități se va realiza. Felul în care Aristotel analizează problema deschide perspectiva logicii polivalente, după cum va arăta Lukasiewicz. Aristotel nuanțează adevărul (și falsul) în următoarele moduri : a) mai mult sau mai puțin adevărat, b) actual adevărat, c) potențial adevărat, d) necesar adevărat, e) contingent adevărat, f) știm că este adevărat („putem spune precis"), nedecis („lăsăm alternativa nedecisă") În aceste cazuri terțul exclus nu se mai aplică așa cum se aplică în cazul bivalenței. Sugestiile sale sînt după cum se vede numeroase și chiar dacă nu le-a explicat în adîncime ele au contribuit la dezvoltarea logicii modale și polivalente în secolul nostru.

**PROBLEMATIC,** termen care în logică este sinonim cu „posibil". Judecățile de posibilitate se mai numesc și *problematice*.

**PROBLEMĂ.** Spunem că avem o problemă ori de cîte ori dispunem de o mulțime de informații numite *date* și ni se cere să ajungem la un *rezultat* numit *soluție.* Exemple de **p.** 1. **p.** rezolvării unei ecuații de gradul I, 2. **p.** demonstrării unei teoreme, 3. **p.** producerii unei substanțe chimice cu anumite calități, 4. **p.** luării unei decizii, 5. **p.** obținerii succesului într-o acțiune La aceste **p.** (ori mai exact, tipuri de **p.**) putem adăuga ceea ce s-ar putea numi *metaprobleme.* 6. este o **p.** adevărată ceea ce ni se prezintă ca

**p.** ? 7. ce tip de soluție are **p.** ? 8 este rezolvabilă **p.** cu ajutorul unui procedeu dat? *Un criteriu de a distinge* **p.** *de pseudo-problemă este demonstrația faptului că soluția cerută nu este absurdă* **P.** poate fi studiată sub următoarele aspecte a) datele, b) rezultatul, c) relația dintre date și rezultatul (cerut), d) procesul de rezolvare, e) metoda de rezolvare. **P.** pot fi practice sau teoretice. Orice **p.** practică implică o **p.** teoretică (în sensul foarte larg al cuvîntului de **p.** rațională). Ne referim, in continuare, numai la **p.** teoretice Este necesar să formulăm clar datele și să definim clar *natura generală* a soluției. Între date și rezultat trebuie să existe relații logice (adică în principiu datele să fie legate logic de rezultat) Ele trebuie să fie necontradictorii, independente și suficiente pentru ca soluția să decurgă logic din prelucrarea lor. Dacă datele îndeplinesc condițiile respective atunci prelucrarea („procesul de rezolvare") depinde de *metodă*. Ne putem afla in situația că metoda este insuficientă pentru a ajunge în mod sigur la rezultat. În acest caz problema nu este rezolvabilă cu certitudine. Dacă atit datele cit și metoda sint complete *(suficiente)* problema este rezolvabilă cu certitudine sau, cum se mai spune, *efectiv* Dacă metoda nu este suficientă — fie că nu dispunem de toate regulile fie că se cer și alte condiții (de ex , inventivitatea, intuiția) — atunci rezolvarea este *euristică*, adică metoda ne arată „cam pe unde se află rezultatul" dar nu-l poate determina exact **P.** 5 este prin excelență o **p.** rezolvabilă euristic prin încercări, ghidîndu-ne după unele reguli care pot fi necesare dar nu suficiente **P.** 1 este rezolvabilă efectiv, căci există metode de calcul (= algoritmi) care ne duc cu certitudine la rezultat și în mod mecanic **P.** 2 deși dispune de o metodă completă (în sensul că avem la dispoziție toate regulile) nu se rezolvă *automat* prin reguli căci *ordinea* aplicării regulilor nu este sugerată imediat de *date*, fiind necesară o anumită inventivitate, intuiția a ceea ce trebuie făcut. Răspunsul la **p.** este de două feluri sau prin *da-nu* sau prin *acesta*. Ca urmare, **p.** sint de tipul *da-nu* sau de tipul *care*. Este rezolvabilă ecuația de gradul I ? *Da*. *Care* este soluția ecuației date ? *Aceasta*. Pentru logica simbolică **p.** fundamentală este de a decide dacă o formulă reprezintă sau nu o *lege logică (v. problema deciziei)*. **P.** se consideră rezolvată cînd este dată *metoda de rezolvare efectivă*. Astfel, pentru teoria funcțiilor de adevăr **p.** este efectiv rezolvabilă, dar pentru logica predicatelor in genere, ea nu este rezolvabilă astfel A. Church a demonstrat irezolvabilitatea efectivă pentru logica predicatelor în genere În ultima vreme apar tot mai multe teoreme de irezolvabilitate, ceea ce ne scutește de căutări inutile. (*V* și *Logica problemelor*.)

**PROCEDURĂ EFECTIVĂ**, procedură care satisface condiția de efectivitate *(v.)*. Metodele de calcul (algoritmii) sînt exemple clasice de proceduri efective (*V* și *Problemă*, *Rezolvare*)

**PRODUS CARTEZIAN**, se spune că $A_1 \times A_2$ este **p. c.** dacă și numai dacă $A_1 \times A_2$ este mulțimea tuturor elementelor perechi (adică de forma $\langle x, y \rangle$) astfel că $x \in A$ și $y \in B$. Simbolic $A_1 \times A_2 = \lambda \langle x, y \rangle (x \in A \;\&\; y \in B)$. **P. c.** este deci o mulțime de $n$-uple *(v.)*. Se înțelege că putem avea nu doar mulțimi de cupluri *(perechi, diade)* ci și de *triplete* (triade) și, în genere, de *n-uple* ($n$-ade). Mai mult, putem avea **p. c.** infinite Simbolic $\prod_{i=1}^{n} A_i$ și resp. $\prod_{i=1}^{\infty} A_i$. $\prod_{i=1}^{n} = \lambda \langle x_1, x_2, \ldots, x_n \rangle (x_1 \in A_1 \;\&\; x_2 \in A_2 \ldots \;\&\; x_n \in A_n)$ Un **p. c.** interesant este cel cu factori identici $A \times A \times \ldots \times A$, adică $A^n$ sau chiar $A^{\infty}$. Fie mulțimile $A_1 = \{a, b\}$ și $A_2 = \{c, d\}$ vom avea **p. c.** $A_1 \times A_2 = \{\langle a, c \rangle, \langle a, d \rangle, \langle b, c \rangle, \langle b, d \rangle\}$ În logică

funcţiile de adevăr sînt definite pe **p. c.** de forma $A^n$. Avînd $V = \{v, f,\}$ mulţimea valorilor logice şi $n$ variabile, mulţimea $n$-uplelor va fi $V^n$. Pentru $n = 2$, vom avea: $V \times V = V^2 = \{v, f\} \times \{v, f\} = \{\langle vv\rangle, \langle vf\rangle, \langle fv\rangle, \langle ff\rangle\}$. Se observă că dacă numărul de elemente al mulţimilor $A_1, A_2, \ldots A_n$ este respectiv $n_1, n_2, \ldots, n_n$, atunci numărul de $n$-uple al produsului este $n_1 \times n_2 \times \ldots \times n_n$. În cazul nostru, pentru $V^2$ avem $2 \times 2 = 4$.

**PRODUS LOGIC,** denumire în limbajul aritmetizat *(v. aritmetizare)* pentru conjuncţie (funcţia conjunctivă). Se notează cu $\cdot$ şi se reprezintă prin formula $p \cdot q$ Dacă avem o serie de membri ordonată (finită sau infinită) atunci produsul logic se scrie $\prod_{i=1}^{n} p_i$ (resp. $\prod_{i=1}^{\infty} p_i$).

**PRODUS RELATIV** — simbolic: $R/Q$ sau $x(R/Q)y$ — se defineşte astfel: $R/Q = \exists z\ (xRz\ \&\ zQy)$ Exemplu: $x$ este unchiul lui $y \equiv \exists z$ ($x$ este frate cu $z$ & $z$ este tatăl lui $y$). Produsul relaţiilor este asociativ.

**PROPOZIŢIE,** termen care denotă fie o formă gramaticală, fie o formă logică. **P.** în sens gramatical se referă la forma materială a judecăţilor. O judecată poate fi exprimată în diferite forme gramaticale (sinonime). **P.** în sens logic este o categorie semiotică mai complexă. Ea presupune: a) o informaţie, b) o formă gramaticală, c) o valoare de aprobare sau respingere, d) o structură logică. După tipul de semnificaţie propoziţiile pot fi de mai multe feluri: 1) cognitive, 2) pragmatice (normative, interogative), 3) axiologice. Un gen aparte de **p.** sînt cele *exclamative*. Semnificaţia lor este complexă (cognitivă şi apreciativă). **P.** declarativ-subiective (formulate la persoana I) sînt un gen de propoziţii cognitive.

**PROPOZIŢIE ATOMARĂ,** termen introdus de Russell pentru propoziţiile elementare (adică propoziţiile care nu mai conţin nici o parte ca propoziţie) în opoziţie cu *propoziţiile moleculare (v.)* (formate din propoziţiile atomare cu ajutorul anumitor operatori, de ex.: *nu, şi, sau* etc.). De ex., „Ion este fratele lui Gheorghe" este o **p. a.** „Veronica este soţia lui Gheorghe şi Veronica este cumnata lui Ion" este **p.** *moleculară*. În mod corespunzător în limbajul variabilelor vom avea semne pentru **p. a.** $p$, $q$, $r$, ... sau expresii $P(a)$, $R(a, b)$ şi respectiv pentru **p.** *moleculare*, de ex.: $\bar{p}$, $p\ \&\ q$, $P(a)\ \&\ P(b)$.

**PROPOZIŢIE DECLARATIVĂ,** propoziţie care transmite o informaţie în scop cognitiv şi care poate fi calificată ca adevărată sau falsă sau cu nuanţări ale acestor predicate. De ex.: „2 + 4 = 6", „2 + 3 = 7". Unele **p. d.** se referă la subiectul care o enunţă sau la subiecţii dintre care face parte subiectul care o enunţă — aceste propoziţii sînt „declarativ-subiective". De ex.: „eu sînt în vîrstă de 20 de ani"; „noi am venit aici cu intenţii paşnice"

**PROPOZIŢIE DESCHISĂ,** propoziţie care conţine cel puţin o parte variabilă. De ex. „$x$ este om", „$x$ este număr par". Se mai numeşte şi *funcţie propoziţională*. Este diferenţiată de *propoziţia închisă* care nu conţine părţi variabile De ex. „Petre este om", „2 este număr par".

**PROPOZIŢIE DE VALOARE,** propoziţie cu semnificaţie cognitivă-pragmatică, constînd în a raporta un lucru artificial sau natural la conceptul de valoare adoptat de individ sau de colectiv sau pur şi simplu la impresia subiectivă produsă de lucrul respectiv. De ex.: „aceasta este o carte frumoasă", „această maşină este foarte eficientă". Cînd valoarea poate fi măsurată se procedează la *evaluare* în raport cu „unitatea de măsură". Propoziţia poate fi calificată ca adevărată sau falsă în funcţie de modul în care se acordă cu conceptul sau impresia produsă. Că „$x$ este propozi-

ţie adevărată" înseamnă în acest caz că „x este în acord cu conceptul de valoare" sau că „x produce impresia declarată".

**PROPOZIŢIE ELEMENTARĂ,** orice propoziţie a cărei parte nu mai este propoziţie. De ex. „2 + 2 = 4", „plouă", „omul este biman".

**PROPOZIŢIE EXPLICATIVĂ,** propoziţie de forma „*p* deoarece *q*" (unde *p* şi *q* reprezintă propoziţii) De ex. omul este muritor *deoarece* toate fiinţele vii sînt muritoare. (V. şi *explicaţie*)

**PROPOZIŢIE INTEROGATIVĂ,** o propoziţie care pune o problemă şi cere un răspuns, un gen de *propoziţie imperativă (v.)*. În funcţie de răspunsul cuprins, întrebarea are forma implicită „*da* sau *nu*?" şi resp. „*care*?" Este omul nemuritor? *Care* este rădăcina acestei ecuaţii? Forma *care* se poate transforma prin disjuncţie în judecată cu răspuns *da* sau *nu* (dacă numărul de răspunsuri este finit): este $p_1$ sau $p_2$ sau ... sau $p_n$? **P. I.** sînt *corecte* sau *nu*, dar nu are sens să spunem că sînt adevărate sau false. Aplicaţia logicii la studiul întrebărilor dă *logica interogativă* (= erotetica) *(v.)*.

**PROPOZIŢIE MOLECULARĂ** *(v. propoziţie atomară)*.

**PROPOZIŢIE SIMPLĂ CATEGORICĂ,** denumire curentă pentru propoziţiile de matrice *S* este *P* Termenul *categoric* se opune lui ipotetic (condiţionat) însemnînd deci *necondiţionat*. *Simplu*, la rîndul său, se opune lui *compus*. Exemplul „2 > 1" este o judecată atît simplă cît şi categorică, totuşi nu este de forma *S* este *P*. Ca urmare, e de preferat termenul „judecăţi (propoziţii) generice" pentru judecăţile de forma *S* este *P* (judecăţi de *gen*). Termenul „simplu categoric" corespunde exact cu judecăţile simple şi necondiţionate (neipotetice). În acest fel, există două feluri de judecăţi simple categorice: a) generice (= de gen) şi b) de relaţie De ex.: „Toţi oamenii sînt muritori" şi resp. „Bucureştiul se află la nord de Atena".

**PROPOZIŢIE TELEOLOGICĂ,** propoziţie de scop („de plan") care implică luarea unei decizii pe baza evaluării unor posibilităţi. De ex., „În 1990 vom produce 20 mil. tone oţel" are sensul exact de „ne-am propus ca în 1990 să producem 20 mil. tone oţel". **P. t.** nu este adevărată sau falsă ci *raţională* sau *iraţională*. Este necesar să fie distinsă de *propoziţiile de previziune (v.)*. Orice **p. t.** raţională presupune anumite propoziţii de previziune, dar nu se identifică cu acestea. **P. t.** este totdeauna şi o condiţie a propriei sale realizări.

**PROPOZIŢII COMPUSE,** propoziţii care apar din propoziţii elementare prin utilizarea operatorilor logici. De ex. „*Nu* toţi oamenii sînt războinici", „2 + 2 = 4 *şi* „4 − 2 = 2". Există şi cazuri în care aparent avem o propoziţie elementară, de ex.: „toţi oamenii sînt muritori", Dacă suprimăm însă pe *toţi* rămîne „oamenii sînt muritori" care este de asemenea, propoziţie În limbajele formalizate distincţia între propoziţiile elementare şi compuse este exact redată.

**PROPOZIŢII CONDIŢIONALE,** sînt propoziţii de forma „dacă . . atunci", care exprimă *o inferenţă* sau cel puţin coincid, cu anumite proprietăţi de adevăr ale inferenţei. Aristotel a formulat pentru fiecare schemă de inferenţă cite un principiu in formă condiţională. De ex.: pentru *Barbara (v.)*: Dacă toţi *M* sînt *P* şi toţi *S* sînt *M* atunci toţi *S* sint *P*. Folosirea condiţionalelor este esenţială în logica megaro-stoică. Ei au discutat îndelung despre natura acestor enunţuri. Sextus Empiricus indică la megaro-stoici patru puncte de vedere asupra acestor probleme. (1) este un enunţ care nu începe cu un adevăr şi se termină cu un fals (Filon); (2) este *imposibil* să fi început sau să înceapă cu un adevăr şi să se termine cu un fals (Diodor); (3) este un enunţ în care contradictoria consecventului este

incompatibilă cu antecedentul (Hrisip); (4) este un enunţ în care consecventul este *potenţial* conţinut în antecedent (Alexandru din Afrodisias). Exemple corespunzătoare: (1) „Dacă este ziuă eu conversez"; (2) „Dacă nu există elemente atomice ale lucrurilor atunci există elemente atomice ale lucrurilor"; (3) „Dacă este ziuă, este ziuă"; (4) „Dacă este lumină este ziuă" (căci lumina cuprinde în ea *potenţial* ziua). Diodor neagă valabilitatea exemplului lui Filon, iar peripateticii resping exemplul (3) (căci ziua nu cuprinde *potenţial* ziua). Filon admite trei cazuri în care p. e. poate fi adevărată (exact ca în matricea implicaţiei materiale). Exemplele aduse de astă dată sînt esenţial deosebite de exemplul (1) dat mai sus; (5) „Dacă este ziuă este lumină (*v v, v*), (6) „Dacă pămîntul zboară, pămîntul are aripi" (*f f, v*); (7) „Dacă pămîntul zboară, pămîntul există" (*f v, v*). Este respins însă (8) „Dacă este zi este noapte" (*v f, f*). Aceste exemple arată că el nu are în vedere pur şi simplu *conexiuni necesare* (de ex., fizica) ci *legături inferenţiale,* şi chiar mai mult *enunţuri analitice* (= adevărate sau false prin definiţie). Exemplul (1) poate fi considerat ca o dovadă că Filon n-a înţeles exact distincţia pe care o introducea între *funcţia de adevăr* (implicaţia materială) şi *propoziţiile implicative* (cu sens). Diodor exprimă prin modalitate („este imposibil") natura relaţiei, dar adevărul şi falsul sînt pentru el relative la timp *(v. argumentul dominatorului)*, ceea ce generează complicaţii. Tocmai în acest sens exemplul (1) este fals: el devine fals cînd am tăcut. El se apropie totuşi de *implicaţia strictă (v.).* „Este imposibil $p$ şi $\bar{q}$" (sau „este necesar $p \rightarrow q$). O serie de paradoxe pe care le generează relativizarea la timp a adevărului şi falsului sînt analizate de Kneale. Conform cu concepţia a treia putem introduce schema $p/\bar{q}$ („$p$ este incompatibil cu $\bar{q}$"). Stoicii (în special Hrisip) influenţaţi de Teofrast au adoptat următoarea formă de condiţionale prin care descriu inferenţele necesare „Dacă primul, atunci al doilea; dar primul, prin urmare, al doilea" etc. Conţinutul condiţionalelor este deci pentru ei *necesitatea logică*. Pentru peripatetici sensul pare a fi mai general, căci termenul *potenţial* nu se aplică numai la relaţii logice, ci şi la relaţii fizice. Abelard va reduce conţinutul condiţionalelor la *consequentia (v.)*, adică „decurgerea necesară". Schyreswood defineşte adevărul condiţionalei prin *quod cum sit antecedens sit consequens*, iar Petrus Hispanus il descrie: *qoud antecedens non possit esse verum sine consequente* şi *omnis conditionalis vera est necessaria.* Rezultă că, în esenţă, s-a înţeles prin *condiţionale* în principal *propoziţii inferenţiale adevărate* şi că atenţia a fost atrasă de relaţiile de valoare. Ulterior, anumite relaţii de adevăr au fost considerate suficiente pentru a descrie condiţionalele. Istoriceşte, deci, vom cuprinde în sfera p. c.: 1) inferenţele logice, 2) implicaţia materială şi 3) implicaţia strictă. Trebuie totuşi remarcat că 2) şi 3) sînt rezultatul *descrierii* raporturilor de valoare în cazul inferenţelor logice şi, ca urmare, e de presupus *că nu au fost concepute ca relaţii independente,* ci ca nişte *condiţii necesare* ale inferenţei adevărate. În consecinţă, nu vom identifica p. e. cu orice propoziţie de forma „dacă ... atunci" cînd ne vom raporta la disputele antice şi medievale *(V.* şi *Propoziţii implicative).*

**PROPOZIŢII DE EXTENSIUNE,** propoziţii care exprimă sau apartenenţa unui element la clasă sau incluziunea unei clase în alta: $x \in K$ („$x$ aparţine lui $K$"), $L \subset K$ („$L$ este inclusă în $K$"). Exemple. 2 ∈ Clasei numerelor pare; $N \subset Z$ ($N$ şi $Z$ mulţimi de numere).

**PROPOZIŢII DE INERENŢĂ,** propoziţii de matrice *S* este *P*. Poartă încă denumirile de „propoziţii (judecăţi) simple categorice" sau „propoziţii de predicaţie", „judecăţi atributive" sau „judecăţi de apartenenţă". Conform cu concepţia lui Leibniz „*S* este *P*" spune că predicatul este în

subiect *(praedicatum inest subiecto)* Ideea de *inerență* sugerează o legătură consubstanțială între subiect și predicat, ceea ce evident nu e cazul în general. Putem lua ideea lui Leibniz în sens mai larg *P este în S*, ceea ce este mai adecvat. Avantajul termenului „inerență" constă doar în faptul că nu implică vreuna dintre cele două concepții — *extensivism* sau *comprehensivism*. Fiecare din celelalte denumiri are neajunsuri. Probabil că ar fi mai fericită utilizarea termenilor „judecată copulativă" *(v. cópulă)* sau de *judecată generică* (v.) A doua denumire ar spune că predicatul este totdeauna *gen* în sensul strict al cuvîntului. O interpretare semiotică este de asemenea posibilă : denotatul lui *P* este cuprins în *S* dar introducerea cantității *(toți, unii)* complică interpretarea. Structura de bază (matricea) a acestor judecăți este *S* este *P*, unde *S* se referă la un individ sau o specie, iar *P* la specia infimă sau la gen (cel mai adesea). Ex. „Caius este om" (*Caius* desemnează un individ, iar *om* un gen), „omul este animal" (*om* desemnează o specie în raport cu genul *animal*"). Clasificarea acestor propoziții după cantitate și calitate dă următoarele forme: singulare (afirmative, negative), particulare (afirmative, negative), generale sau altfel spus universale (afirmative, negative). În silogistica tradițională sînt considerate numai cele particulare și generale (cele singulare sînt *formal* asimilate cu cele generale). Iată simbolizarea și structura corespunzătoare :

*A* : Toți *S* sînt *P* (universal afirmativă)

*E* · Nici un *S* nu e *P* (universal negativă)

*I* . Unii *S* sînt *P* (particular afirmativă)

*O* . Unii *S* nu sînt *P* (particular negativă)

Lukasievicz le-a simbolizat în modul următor . *SaP*, *SeP*, *SiP*, *SoP*.

**PROPOZIȚII DE INTENSIUNE,** propoziții care exprimă relația de „a avea o proprietate". Ele pot fi în funcție de proprietate, „de însușiri" sau „de relație". Simbolic $F(x)$, $G(x, y)$, $G(x, y, z)$, adică „$x$ are proprietatea (însușirea) $F$" ; „$x$ și $y$ au proprietatea $G$" etc Exemple · „Ion are însușirea de a fi sportiv" , „Ion și Constantin sînt frați".

**PROPOZIȚII DE PREDICȚIE,** propoziții care enunță presupuneri despre „evenimentele viitoare". Pot fi certe (demonstrabile) sau probabile. Exemplu de previziune probabilă „în anul 2000 va fi eliminat șomajul de pe tot globul". O astfel de judecată odată «realizată» devine previziune. Se spune „acest lucru s-a prevăzut". Predicțiile *(pre-zicerile)* care au caracter probabil, în sensul strict al cuvîntului nu le poți numi *pre-vederi (pre-viziuni)* decît odată ce s-au realizat, chiar dacă am presupune că sînt *intuiții certe* (deși indemonstrabile) Totuși, în mod obișnuit termenii se utilizează ca identici, fără a lua seama la asemenea subtilități. Se poate formula următorul paradox al previziunii : *evenimentele se abat de la cursul „previziunii" tocmai pentru că au fost prezise.* Tot prezicînd că o bancă va da faliment, ea dă faliment. Aceasta se explică prin faptul că predicția se transformă din presupunere asupra evoluției evenimentelor în *condiție* a evoluției.

**PROPOZIȚII DE RELAȚIE,** propoziții care exprimă relații (tradițional[1] se spune „judecăți de relație") De ex. „București se află la sud de Ploiești". Considerată din punctul de vedere al logicii relațiilor termenii ocupă poziție egală în raport cu relația în sensul că relația îi determină pe ambii, considerată din punctul de vedere al predicației numai primul termen este determinat, al doilea face parte din predicat. Astfel, relația „la sud de" se aplică în primul sens perechii ordonate ⟨București, Ploiești⟩ în timp ce în al doilea sens predicatul „la sud de Ploiești" se aplică subiectului Bucu-

rești. Reducerea **p. de r.** la judecățile simple de forma *S* este *P* nu este totuși corectă, deși o astfel de reducere s-a încercat în logica tradițională. Considerînd judecata „3 > 1" predicatul ei ar fi „> 1" (= mai mare decît unu), el se afirmă despre subiectul „3". Incorectitudinea reducerii apare în cazul raționamentului de relație. Fie 3 > 1, 1 > 0 ⊢ 3 > 0. Este evident că „> 1" nu poate fi termen mediu în sensul silogismului simplu Dacă totuși am considera expresia „> 1" ca termen mediu, atunci ar rezulta că ceea ce se afirmă despre predicatul . > 1 se afirmă și despre 3. Or despre > 1 se poate afirma că este o relație aritmetică, ceea ce nu este valabil despre 3. (v. *Raționamente de relație*)

**PROPOZIȚII IMPLICATIVE,** propoziții care exprimă *relații de implicație (v.)*. Au forma „dacă *a* atunci *b*"

**PROPOZIȚII NOMOLOGICE,** propoziții care exprimă legi ale științei (legi logice sau legi ale unor științe speciale).

**PROPOZIȚII NORMATIVE,** propoziții care prescriu un comportament. Ele sînt *de obligație, de interdicție* sau *de permisie* De ex.: „trebuie să închizi ușa", „este interzis să ții ușa deschisă", „este permis să fumezi pe coridor". Cele trei feluri de propoziții se mai numesc și *deontice*. O propoziție normativă nu este nici adevărată nici falsă, ea este *rațională* sau *nu*. O **p. n.** este determinată sub trei raporturi: a) „poziția" faptului, b) „poziția" subiectului emițător, c) „poziția" receptorului (v. *logica deontică, normă*)

**PROPOZIȚII REDUCTIVE,** propoziții introduse de Carnap pentru definirea *conceptelor dispoziționale* (v.) O **p. r.** are forma $Q_1(x) \Rightarrow (Q_3(x) \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow Q_2(x))$ Aici $Q_1$ operația de control, $Q_2$ rezultatul operației de control, $Q_3$. predicatul dispozițional. De ex.: „dacă *x* este scufundat în apă, atunci „*x* este dizolvabil în apă" este echivalent cu „*x* se dizolvă în apă". Denumirea de *reductiv* provine de la faptul că predicatul dispozițional $Q_3$ se reduce la predicate nedispozițional ($Q_1$, $Q_2$).

**PROPRIETATE.** În logica veche se înțelege prin **p.** orice *însușire* (internă) a lucrurilor. Dacă însușirea este a unui individ atunci putem spune „*x* are însușirea *P*", dacă însușirea aparține mai multor indivizi atunci ea determină o clasă de indivizi, astfel că despre fiecare individ *x* al clasei putem spune „*x* are **p.** *P*". Termenul care exprimă o **p.** va fi numit termen pentru **p.** În logica predicatelor orice termen de **p.** este un *predicat*. Logica modernă a adus unele precizări și extinderi în legătură cu **p.** 1) prin **p.** se înțeleg nu numai însușirile ci și relațiile (de ex.: „a fi mai mare ca") 2) termen de însușiri „derivate de la relații" (Carnap), (de ex.: *adevăr* derivat de la relația „corespondență cu starea de fapt"), 3) **p.** cuprinde și proprietăți (însușiri, relații) de proprietăți (de ex. **p.** *roșu* are proprietatea de a fi o *culoare*), 4) termenii de **p.** (numiți și „termeni pentru intensiuni") nu sînt identici cu termenii generali din silogistică (de ex: nu putem substitui în forma „*S* este *P*" (predicatul *P* cu un termen de **p.** fără schimbarea sensului lui *este*; fie „Socrate este muritor", prin simplă substituție s-ar obține „Socrate este proprietatea de a fi muritor" sau mai pe scurt „Socrate este A Fi Muritor"), 5) pentru termenii de **p.** denotatul este însăși proprietatea (de ex: pentru **p.** *Roșu* denotatul este culoarea roșu), în acest caz *roșu* ca denotat devine un obiect abstract care in plus se bucură de unicitate și dispune de o descripție. O problemă discutabilă este dacă de la numele generale concrete (de ex *om*) putem forma termeni de **p.** (de ex. A Fi Om). Deși acest lucru se face destul de frecvent procedura n-a fost fundamentată Dacă spunem „Ion este om" și trecem la propoziția

de intensiune „Ion are proprietatea de A Fi Om" această propoziție nu este totuși identică structural cu „Ion are proprietatea de A Fi Blond". Într-adevăr, să le transformăm în propoziții de tip silogistic: „Ion este om", „Ion este blond". *Blond* exprimînd un adjectiv propoziția continuă să aibă înțelesul de „Ion are proprietatea de A Fi Blond". Dacă „convertim" propoziția atunci sau substantivizăm adjectivul „Un blond este Ion" sau îl completăm cu un substantiv „Un om blond este Ion", ceea ce nu e cazul pentru „Ion este om" unde vom avea „Un om este Ion". Dacă am scris conversiune în ghilimele a fost pentru a marca deosebirea între ceea ce am numit aci *conversiune* și conversiunea în cazul judecăților *A, E, I, O. (v. conversiune)*. În cazul singularelor inversarea poziției termenilor presupune trecerea de la relația *copulativă* la relația de identitate. Într-adevăr, „Un om este Ion" are sensul de „Un om este identic cu Ion". Problema dacă printre proprietăți trebuie să introducem și conținutul unor termeni negativi (de ex , *non-om*) este discutabilă.

**PROPRIETATE DE INVOLUȚIE.** Avînd o operație unară $\omega$ vom spune că ea este involutivă dacă și numai dacă satisface relația de echivalență: $\omega\omega x = x$ (unde „$x$" este entitatea la care se aplică, iar „$=$" este o relație de echivalență în funcție de natura entităților). Fie operațiile — (negație), $C$(conversa), $\Delta$ (dual), — (minus), vom avea legile de involuție in legătură cu entitățile la care se aplică:

(1) $\bar{\bar{p}} = p$

(2) $CCp = p$

(3) $\Delta\Delta p = p$

(4) $-(-x) = x$

**PROPRIETĂȚI FORMALE ALE OPERAȚIILOR.** Operațiile pot fi caracterizate prin proprietăți care pot fi definite independent de natura elementelor și a operațiilor. Astfel de proprietăți des întîlnite în algebra abstractă sînt: comutativitatea, asociativitatea, distribntivitatea, idempotența, absorbția. Structurile sînt caracterizate adesea prin combinarea unor astfel de proprietăți Iată schemeie prin care ele se definesc (1) $a * b = b * a$ (comutativitatea); (2) $(a * b) * c = a * (b * c)$ (asociativitatea); (3) $(a * a) = a$ (idempotența); (4) $a \circ (a * b) = a$ (absorbția); (5) $a \circ (b * c) = (a \circ b) * (a \circ c)$ (distributivitate la dreapta); (6) $(b * c) \circ a = (b \circ a) * (c \circ a)$ (distributivitate la stînga). Este important de remarcat că întrucît nici natura elementelor, nici natura operațiilor, nici natura echivalenței nu sînt precizate aceste formule nu reprezintă *legi*, ci *forme* de legi (sau *scheme* de legi) care definesc proprietățile respective și care pirn aplicația la entități și operații determinate pot să dea sau nu legi (ceea ce rămîne de demonstrat). De ex , dacă în forma $a * b = b * a$ vom pune numere naturale pentru $a$, $b$ și $+$ pentru operația $*$ obținem legea $a + b = b + a$. La fel dacă punem operația $\times$ (înmulțire) obținem legea $a \times b = b \times a$. Dacă însă punem în loc de $a$, $b$ valori logice {**v**, **f**} și în loc de $*$, operația $\rightarrow$ atunci formula $a \rightarrow b = b \rightarrow a$ nu va fi lege. Se observă că, în funcție de înlocuire, relația de echivalență se precizează fie ca egalitate numerică (pentru $+$, $\times$), fie ca echivalență logică (pen-

tru →). Ceea ce este remarcabil este că o schemă (formă) de lege acoperă legi de natură foarte diferită. Astfel, legile

$$\left.\begin{array}{l} a + b = b + a \\ a \times b = b \times a \end{array}\right\} \text{aritmetică}$$

$$\left.\begin{array}{l} a \,\&\, b = b \,\&\, a \\ a \vee b = b \vee a \end{array}\right\} \text{logică}$$

$$\left.\begin{array}{l} a \cap b \equiv b \cap a \\ a \cup b \equiv b \cup a \end{array}\right\} \text{teoria mulţimilor}$$

sînt toate *izomorfe*, adică au structura dată în formula foarte abstractă $a * b = b * a$.

**PROPRIETĂŢI FORMALE ALE RELAŢIILOR,** grup de proprietăţi care ne ajută să studiem relaţiile abstracţie făcînd de natura lor concretă. Distingem proprietăţi pozitive ca: reflexivitate (*Ref*) simetrie (*Sym*), tranzitivitate (*Trans*) şi negaţiile lor nedefinite, slabe sau tari. Negaţiile nedefinite se obţin prin ataşarea prefixului *ne* (de ex.: *Neref*), cele slabe prin ataşarea prefixului *anti* (de ex.: *Antisym*), iar cele tari prin ataşarea diferitelor prefixe: *Iref*, *Asym*, *Intrans*. Iată tabelul acestor proprietăţi (*v.* şi termenii respectivi)

| 1 | 2 | 3 | 4 |
|---|---|---|---|
| Ref | Neref | Antiref | Iref |
| Sym | Nesym | Antisym | Asym |
| Trans | Netrans | Antitrans | Intrans |

Se observă că grupa 2 se formează prin simplă negare a proprietăţilor din grupa 1, grupa 3 prin negare parţială a proprietăţilor din grupa 1 (= proprietăţile au loc pentru unele cazuri dar nu pentru toate), iar grupa a 4-a se formează prin negare totală a proprietăţilor din grupa 1 (= proprietăţile nu au loc pentru niciun caz)). Pentru a justifica „negaţia nedefinită" este suficient un singur „contra-exemplu", în schimb pentru „negaţiile slabe" şi „negaţiile tari" trebuie să apelăm la demonstraţii. Uneori proprietăţile au loc prin presupunerea unei restricţii, de ex.: $x \neq y$ sau $\neq (x, y, z)$. Uneori se introduce printre proprietăţi *conexiunea*, dar nu pare a fi de aceeaşi natură.

**PROTETICA SUPERIOARĂ.** Protetica cu variabile de tip superior lui 1 *(v. teoria tipurilor, v. protetică)*.

**PROTOTETICA.** Logicianul polonez Lesnienski a construit un sistem de logică a propoziţiilor pornind de la *calculul extins al propoziţiilor*. El introduce variabile pentru funcţiile de adevăr. $f^1$, $g^1$, $h^1$, .. pentru funcţiile cu un argument, $f^2$, $g^2$, $h^2$, ... pentru funcţiile biargumentale, — — — — — — $f^n$, $g^n$, $h^n$, ... pentru funcţiile cu $n$ argumente. Cuantorii se aplică la orice variabile. Pe lîngă aceasta acceptă şi variabilele pentru funcţii propoziţionale *de* funcţii de adevăr. Church reformulează sistemul şi elimină acest ultim gen de variabile considerîndu-le de prisos Pentru Lesniewski numai propoziţiile pot fi asertate nu şi formulele cu variabile libere. Church renunţă şi la această restricţie. El ia ca operatori de bază numai implicaţia şi cuantorul universal. **P.** este echivalentă cu sistemul propoziţional extins şi deci cu calculul propoziţional, corespondenţa este însă mai complexă. De ex.: pentru formula p. $(f^1) \cdot p \supset (q) f^1(q) \equiv (q) \cdot$

$\cdot\ p \supset f^1(q))$ este corespondentă în calculul extins conjuncția următoarelor patru formule

$$p \supset (q)t \equiv (q) \cdot p \supset t$$
$$p \supset (q)q \equiv (q) \cdot p \supset q$$
$$p \supset (q) \sim q \equiv (q) \cdot p \supset \sim q$$
$$p \supset (q) f \equiv (q) \cdot p \supset f$$

Formulei $(f^2)$ $p \equiv q \supset (r)$ $f^2(p, r) \equiv f^2(q, r)$ din **p.** îi corespund 16 formule din calculul extins Pentru $(f^3)$ $B$ (unde $B$ conține pe $f^3$ liber și nu conține alte variabile funcționale) avem 256 formule corespondente (conform cu $2^{2^3}$). Formule adevărate ale **p.**

(1) $p \equiv q \supset \cdot f(p) \equiv f(q)$

(2) $p \equiv q \equiv (f) \cdot f(p) \supset f(q)$

(3) $pq \equiv (f)$ $p \equiv \cdot f(p) \equiv f(q)$

(4) $f(p, q) \supset \cdot f(p, \sim p) \supset (q) f(p, q)$

(5) $g(p) = g(t) \vee g(f) \sim p$

(6) $g(p, q) \equiv g(t, t)pq \vee g(t, f)p \sim q \vee g(f, t) \sim pq \vee g(f, f) \sim p \sim q$

(7) $\exists q(p)$ $f(q(p)) \equiv g(f(p)) \equiv q$

(8) $pq \equiv (f) \cdot f(p, q) \equiv f(t, t)$.

(9) $pq \equiv (f) \cdot f(p, q) \equiv f(q, p \equiv q)$ După cum se vede Church elimină și indicii superiori deoarece din context se vede ce fel de funcție avem. Sistemul integral de logică a lui Lesniewski cuprinde trei trepte: **p.**, *ontologia* (**v.**) și *mereologia* (v.) **P.** este baza ontologiei. (Church A., *Introduction to Mathematical Logic*, 1956).

**PSEUDO-PARADOXUL „MINCINOSULUI"**, formulare considerată greșit ca paradox de tipul „mincinosul" Ea este atribuită filosofului cretan Epimenide și se găsește în contextul epistolei lui Pavel către Tit Iată această formulare Unul dintre ei (un prooroc cretan — Gh E) a spus: „Cretanii sînt totdeauna mincinoși . . Această mărturie este adevărată". Convingerea că e un paradox se bazează pe o privire superficială asupra acestei formulări. Frecvent se dă o formulare simplificată: Cretanul Epimenide a spus: „Toți cretanii sînt mincinoși". Ce a spus Epimenide minciuna sau adevărul? Această formulare nu este nici măcar o contradicție Kleene a analizat formularea în legătură cu consecințele care decurg din presupunerea că cretanii mint o dată, uneori sau totdeauna. O analiză mai largă a fost dată de noi în *Teoria sistemelor logice.* Prima observație care se impune este în legătură cu definiția termenului *mincinos* (*v.*) Se produc adesea două confuzii: a) între *mincinos* in sens empiric și mincinos în sens absolut, b) între mincinos și fals (*v. mincinos*). Formularea „Toți cretanii sînt mincinoși" nu este precisă (are sens empiric sau absolut?). Dacă presupunem că are sens empiric nu se obține nici o contradicție. Într-adevăr, să raționăm

Toți cretanii sînt mincinoși
Epimenide este cretan
———————————
Epimenide este mincinos

Conform cu înțelesul empiric „Epimenide este mincinos" implică „Epimenide minte *uneori*" (sau „Epimenide spune *uneori* propoziții mincinoase").

Ca urmare, din „Epimenide este mincinos" (adică din „Epimenide spune *uneori* propoziții mincinoase") nu putem deduce nimic cu privite la valoarea propoziției lui Epimenide „Toți cretanii sînt mincinoși" S-ar putea ca acest enunț să facă parte din acele *unele* enunțuri mincinoase, s-ar putea să nu facă parte. Pe scurt, *un mincinos poate să spună despre sine că e mincinos fără a se contrazice.* Să considerăm acum formularea în sens idealizat (aceasta se găsește la Pavel) · Un cretan spune „Cretanii sînt *totdeauna* mincinoși. Această mărturisire este adevărată '. Observăm că pentru calificarea enunțului se folosește termenul *adevărat* („mărturie adevărată") Formulînd raționamentul ca mai sus concluzia (in supoziția idealizantă) va implica „Epimenide spune totdeauna minciuni" prin urmare și enunțul său „Cretanii sînt totdeauna mincinoși" este *mincinos.* Enunțul fiind intr-un context *etic (v mincinos)* noi putem conchide că el este și *enunț fals.* Dar dacă este fals că „Toți cretanii sînt totdeauna mincinoși" rezultă că „Cel puțin unii cretani nu sînt totdeauna mincinoși" (că deci „Există cretani care sînt uneori sinceri").Prin urmare, Epimenide știe că enunțul său este fals și el totuși il declară Logic el se contrazice cu bună știință și noi deducem imposibilitatea ca enunțul să fie adevărat, ceea ce concordă și cu observația empirică. Deci, soluția contradicției este simplă: negația propoziției lui Epimenide este cea adevărată Ca urmare, nici această formulare nu este un paradox, ci o simplă *auto-contradicție* (*v.*). Dacă am presupune că enunțul este totuși adevărat el n-ar putea fi enunțat de un cretan. Problema pune și modul de a intreba. a) minte sau spune adevărul, b) minte sau nu minte, c) spune adevărul sau falsul. În a) *adevăr* înseamnă *sincer și adevărat*, nu pur și simplu *sincer* (*v.*), în c) adevărul și falsul sînt luate în sensul logicii bivalente. Complicații survin în cazul că formulăm întrebarea în sensul b) Cazul „minte" l-am analizat. Să analizăm supoziția „nu minte"; adică Epimenide *nu minte* cînd spune că „Cretanii mint totdeauna". Din faptul că un enunț $p$ nu este mincinos nu putem conchide nimic. Într-adevăr, avind în vedere contextul enunțării, predicatul mincinos este o conjuncție de trei predicate, să le zicem $ABC$. În acest caz. nu minte $= \overline{ABC}$; $\overline{ABC} = \bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$ Or, „$\bar{A} \vee \bar{B} \vee \bar{C}$" este o formulare nedecisă. Antinomia s-ar obține dacă din *minte* am deduce *nu minte* și din *nu minte* am deduce *minte*, ceea ce nu e cazul Ea s-ar mai putea obține dacă am avea deducțiile minte $\Rightarrow$ adevărat, nu minte $\Rightarrow$ fals, ceea ce, de asemenea, nu e cazul Se observă că nici inlocuirea predicatului *mincinos* cu predicatul *fals* nu duce la paradox Într-adevăr, obținem: „Cretanii spun totdeauna propoziții false" ceea ce este o simplă autocontradicție rezolvabilă prin faptul că opusa ei este adevărată sau dacă ar fi adevărată n-ar putea fi pronunțată de un cretan. De remarcat este că pornind de la o astfel de inlocuire s-a ajuns ulterior la formulări corecte ale paradoxului *(v. mincinos)*.

**PUTEREA RELAȚIILOR,** produsul unei relații cu sine $R \mid R$ Se simbolizează și cu exponent $R^n$, ceea ce înseamnă că produsul are ca factor pe $R$ de $n$ ori. Exemple: $R^3 = (R \mid R) \mid R$ Fie $T$ relația de paternitate ($x$ este tatăl lui $y$), vor fi puteri · $T \mid T =$ Bunic, $(T \mid T) \mid T =$ Străbunic etc. $R^0$ înseamnă că termenii relației sînt identici, $R^1$ coincide cu însăși relația. Formule relative la puteri (1) $Trans\ (R) = R \Rightarrow R^2$ (de ex., $x = = y \mid y = z) \mid x = z$) (2) $Asym\ (R) = R \Rightarrow \bar{R}^{-1}$ (3) $Intrans\ (R) = R^2 \Rightarrow \bar{R}$ (4) $R^m \mid R^n \equiv R^{m+n}$ (5) $(R^m)^n \equiv R^{mn}$ (6) $(R^{-m})^n \equiv R^{-mn}$ (7) $(R \vee Q)^{-1} \equiv \equiv R^{-1} \vee Q^{-1}$ (8) $(R \& Q)^{-1} \equiv R^{-1} \& Q^{-1}$ (*v* și *Relație conversă*).

# Q

**QUOD ERAT DEMONSTRANDUM** (lat. „ceea ce era de demonstrat") formulă care indică încheierea unei demonstraţii, prescurtat Q. E. D.

**QUOD ERAT DEMONSTRATUM** (lat. „ceea ce s-a demonstrat"), formulă care indică încheierea unei demonstraţii.

# R

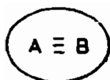
**RAPORT DE CONTRADICŢIE** 1. Raport între două noţiuni (v. *raporturi de conţinut între noţiuni*), 2. Raport între forme de propoziţii. În sensul 2 raportul se defineşte astfel: 1. două forme omogene de propoziţii corelative, ale căror variabile cu poziţii identice sînt identice, sînt în **r. de c.** dacă conjuncţia lor nu poate fi interpretată (exemplificată) în aşa fel încît ambele forme să devină propoziţii adevărate sau ambele forme să devină propoziţii false, 2 orice transformări echivalente ale celor două forme vor duce de asemenea la forme contradictorii. De ex. $TS-P$ şi $US+P$ ca şi $TS+P$ şi $US-P$ se află în **r. de c.** La fel transformările echivalente $TS+\bar{P}$ şi $US-\bar{P}$ sînt contradictorii. Exemplificările „Toţi studenţii sînt sportivi" şi „Unii studenţi nu sînt sportivi" se află în **r. de c.** Acest raport presupune că numai una din respectivele forme poate deveni propoziţie adevărată (nu importă care) (V. *Forme omogene*, *Pătrat logic*).

**RAPORT DE ORDONARE** 1. Raport de sferă între noţiuni (v. *raporturile de sferă între noţiuni*) 2. Raport între două forme de propoziţii. În sensul 2) se defineşte astfel. 1. două forme omogene de propoziţii corelative, ale căror variabile cu poziţie identică sînt identice, sînt în **r. de o.** dacă conjuncţia celor două forme nu poate fi astfel interpretată (exemplificată) încît prima formă să devină adevărată şi a doua falsă, 2. oricare forme echivalente respectiv cu prima şi a doua sînt de asemenea în **r. de o.** Prima formă se numeşte supraordonată (supraalternă) iar a doua subordonată (subalternă). De ex $TS-P$ şi $US-P$ se află în **r. de o.**, $TS-$ $-P$ fiind supraordonată lui $US-P$ La fel $TS+P$ faţă de $US+P$. $TS+\bar{P}$ şi $US+\bar{P}$ (obţinute prin obversiune) sînt de asemenea în **r. de o.** În **r. de o.** este posibil ca supraordonata să fie falsă şi subordonata adevărată, este imposibil ca subordonata să fie falsă şi supraordonata să fie adevărată, ele pot fi însă ambele false. De ex.: „Toate mamiferele sînt

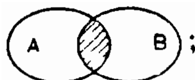
vertebrate" şi „Unele mamifere sînt vertebrate" se află în **r. de o.** (V. *Forme omogene, Pătrat logic*).

**RAPORTURI ÎNTRE PROPOZIŢII,** relaţii fundamentale între formele logice ale propoziţiilor. Logicianul român Fl. Tuţugan a găsit că există şapte asemenea relaţii în silogistică: 1) echivalenţă, 2) contradicţie, 3) implicaţie, 4) implicaţie inversă, 5) contrarietate, 6) subcontrarietate, 7) indiferenţă implicativă. Evident, ele sînt cunoscute din istoria logicii, dar ideea că ele sînt în număr de şapte şi definirea lor unitară aparţin lui Fl. Tuţugan. (Indiferenţa implicativă corespunde în caz particular cu raportul de intersecţie). Raporturile au fost generalizate de Gh. Enescu în sensul că pot fi puse în astfel de relaţii propoziţii de orice formă dacă satisfac condiţiile de adevăr indicate în definiţie. Definiţiile sînt date în raport cu *formele de judecăţi* şi cu *posibilităţile de exemplificare adevărată sau falsă*. (*v. Pătrat logic*).

**RAPORTURI ÎNTRE SFERELE NOŢIUNILOR.** Noţiunile se pot afla în diferite raporturi din punctul de vedere al sferei: a) identitate, b) încrucişare, c) ordonare d) excludere. a) Două noţiuni sînt *identice ca sferă* dacă ele au aceeaşi sferă De ex. „produs de doi cu unu" şi „sumă de unu cu unu" sînt noţiuni cu aceeaşi sferă, adică clasa {2}. Se pune problema: atrage identitatea de sferă identitatea de conţinut Deja aci apare o dificultate mare în legătură cu înţelesul termenului „noţiune": dacă noţiunea e luată în sens *uzual* atunci nu este necesar ca identitatea de sferă să atragă identitatea de conţinut, dacă e luată în sens *pur* (idealizat, absolut) atunci se înţelege că identitatea de sferă implică identitatea de conţinut. Dacă prin „noţiune" se înţelege doar ceea ce e dat prin definiţie atunci nu este necesar ca identitatea de sferă să atragă identitatea de conţinut. O dificultate apare şi din aceea că două cuvinte diferite pot exprima la un moment dat aceeaşi noţiune, iar cu timpul se pot separa. Indiferent cît de larg ar fi conceput conţinutul noţiunii (toate determinările, toate determinările considerate dintr-un unghi de vedere, toate determinările cunoscute, determinarea dată prin definiţie + determinările care decurg din ea) identitatea de sferă are loc ori de cite ori noţiunile *se aplică exact la aceeaşi clasă de obiecte*. Grafic putem reprezenta identitatea astfel

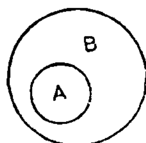



În caz particular, $A$ poate fi „pătrat", iar $B$ „romb cu toate unghiurile egale". b) Două noţiuni au *sfere încrucişate* dacă şi numai dacă numai o parte din obiectele la care se aplică sînt comune, fiecare avînd obiecte în afara sferei celeilalte. Astfel, noţiunile *sportiv* şi *student* sînt noţiuni cu sfere încrucişate. Reprezentare

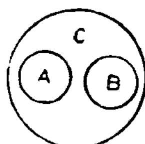



c) Două noţiuni $A$ şi $B$ se află în raport de *ordonare* dacă şi numai dacă toate obiectele la care se aplică o noţiune (să zicem $A$) sînt obiecte la care se aplică şi cealaltă noţiune ($B$) (inversa nu e valabilă). Raportul de ordonare are două sensuri: (1) subordonare ($A \subset B$) şi (2) supraordonare

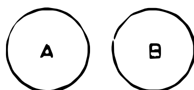
($B \supset A$). Noțiunile de „număr natural" și „număr real" se află în raport de ordonare și anume numărul natural este subordonat numărului real și numărul real este supraordonat numărului natural. Reprezentare:




Un caz special al raportului de ordonare este raportul de cosubordonare cînd două sau mai multe noțiuni sînt subordonate unei alte noțiuni. Reprezentare.



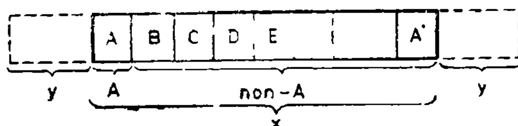

d) Două noțiuni se află în raport de excludere dacă și numai dacă ele nu au obiecte comune. Noțiunile „număr par" și „număr impar" se află în raport de excludere. Reprezentare:




În cazul *noțiunilor vagi (v.)* problema raporturilor se schimbă întrucîtva.

**RAPORTURILE DE CONȚINUT ÎNTRE NOȚIUNI.** Putem compara noțiunile din punctul de vedere al conținutului (al relațiilor între note). Vom găsi atunci că noțiunile se împart mai întîi în două clase mari. noțiuni comparabile și noțiuni incomparabile (necomparabile). Noțiunile necomparabile se referă la domenii deosebite ale realului, domenii între care există doar legături ce pot fi caracterizate la nivel *categorial* sau *formal*, nu prin determinări concrete. Astfel, *culoare* și *pătrat* sînt noțiuni care țin de diferite domenii, de diferite categorii de realitate, culoarea este subordonată proprietăților fizice, pătratul este subordonat proprietăților geometrice. Ele se pot întîlni în același obiect, dar îl caracterizează din puncte de vedere diferite (sub diferite laturi categoriale). Dimpotrivă, *roșu* și *albastru* sînt noțiuni de aceeași categorie, deci comparabile. Sferele noțiunilor necomparabile se exclud prin definiție. În ce privește noțiunile comparabile ele se pot afla in mai multe raporturi: a) noțiuni simplu diferențiate (două sau mai multe noțiuni definite ca simple cazuri particulare în raport cu o altă noțiune), b) noțiuni contrarii (o noțiune se caracterizează prin note opuse, *inverse* notelor celeilalte noțiuni), c) noțiuni contradictorii (noțiuni în care una se caracterizează exact prin absența notelor definitorii celeilalte noțiuni). Putem vorbi și de noțiuni identice în ce pri-

veşte conţinutul atunci cînd ele diferă doar ca expresie. Exemple. Noţiunile *triunghi* şi *pătrat* sînt simplu diferenţiate în cadrul genului *poligon*. Noţiunile *alb* şi *negru* sînt contrarii — alb este corpul care respinge toate lungimile de undă, în timp ce negru este corpul care absoarbe toate lungimile de undă. Noţiunile *om* şi *non-om* sînt noţiuni contradictorii (sau *opuse-exclusiv*) *non-om* inseamnă exact absenţa proprietăţilor omului. Noţiunile contradictorii nu trebuie confundate cu cele necomparabile, noţiunile contradictorii fac parte din acelaşi domeniu Noţiunea *non-A* este caracterizată prin *absenţa* notelor definitorii celeilalte şi nu prin absenţa *tuturor* notelor. Putem prezenta aceste raporturi astfel




*x, y* — noţiuni necomparabile; *B, C* — noţiuni simplu diferenţiate; *A, A'* — noţiuni contrarii; *A*, non- *A* — noţiuni contradictorii. Culorile din spectrul solar sînt simplu diferenţiate, albul şi negrul sînt contrarii (ele sînt cazurile extreme ale respingerii şi absorbţiei de lungimi de undă), albul şi non-albul, roşu şi non-roşul sînt contradictorii, roşu şi pătrat sînt necomparabile. Sferele tuturor celor trei perechi de noţiuni se exclud, dar conţinutul lor se află în diferite grade de *opoziţie*, implică o *gradare a notelor*. *Frigul* şi *caldul* sînt noţiuni contrare, ele exprimă efecte inverse ale nivelelor de temperatură. *Frumosul* şi *urîtul* sînt proprietăţi estetice *inverse* (proprietăţi cu efecte inverse) *Noţiunile contrarii se află pe extrema noţiunilor comparabile, între ele se află noţiunile simplu diferenţiale; noţiunile contradictorii divid domeniul noţiunilor comparabile în două (A şi non-A)* Diferenţa între contrarietate şi contradicţie este dată de diferenţa între „proprietăţi inverse" şi, respectiv, „proprietăţi opuse ca prezenţă şi absenţă". Una e a fi proprietate inversă (cu consecinţe inverse) şi alta proprietate absentă. Proprietăţile contrarii determină *specii extreme*, in timp ce prezenţa unei proprietăţi determină *o specie* faţă de restul speciilor care nu au această proprietate Un rol important joacă raportul de contrarietate la nivelul categoriilor care sînt dispuse în perechi (cupluri) de contrarii. De ex: esenţă — fenomen, formă — conţinut, continuu-discontinuu, calitate-cantitate. *Două noţiuni contrarii nu pot fi aplicate împreună aceluiaşi obiect (în acelaşi timp şi sub acelaşi raport), dar ele pot fi simultan absente, în timp ce două noţiuni contradictorii nu pot fi nici împreună absente, nici împreună prezente în raport cu obiectele la care are sens să le aplicăm* Un corp poate să nu fie nici alb nici negru, dar să fie roşu, totodată el nu poate fi şi alb şi negru (in acelaşi timp şi sub acelaşi raport). Un corp trebuie (= este necesar) să fie sau roşu sau non-roşu.

**RAŢIONAMENT 1.** Proces de trecere de la unele propoziţii numite *premise* la o propoziţie numită *concluzie*, astfel că dacă premisele sînt adevărate concluzia este adevărată sau cu mare probabilitate adevărată, **2.** Formă logică corespunzătoare procesului de trecere de la premise la concluzie Se reprezintă ca o succesiune de propoziţii pe verticală Exemplu:

Toate mamiferele sînt vertebrate

Toate felinele sînt mamifere

---

Toate felinele sînt vertebrate.

Bara separă premisele de concluzie. Forma logică generală corespunzătoare acestui **r.** este modul *Barbara (v.)*:

$$\frac{\begin{array}{c} TM - P \\ TS - M \end{array}}{TS - P}$$

În raționamentul respectiv nu interesează faptul dacă fiecare propoziție în parte este adevărată ci numai faptul că *în ipoteza că premisele sînt adevărate decurge faptul că concluzia este adevărată.* Dacă premisele nu sint adevărate atunci (în funcție de alte condiții) concluzia poate fi adevărată sau falsă. **R.** este corect dacă satisface o formă generală. Fiecare formă la rîndul ei are la bază o *lege de raționare.* Pentru exemplul de mai sus, legea este $TM - P \& TS - M \Rightarrow TS - P$. Această lege trebuie să satisfacă aceeași condiție ca și forma de **r.** ori de cîte ori premisele la care se aplică sînt adevărate concluzia este adevărată. **R.** care satisfac aceste condiții sînt *necesare* (certe). În caz particular ele sint fie **r.** deductive *(v. deducție)* fie *inducții complete* (v. *inducție*). În alte cazuri *(inducția incompletă)* concluzia decurge numai cu o mare probabilitate. La Aristotel termenul **r.** este sinonim cu *silogism,* în logica tradițională relațiile dintre cei doi termeni oscilează, *silogism* avînd o semnificație mai restrînsă (aprox. identică cu **r.** deductiv sau chiar mai limitată).

**RAȚIONAMENT PRIN LIMITARE.**

Toți *A* sint *B*
Toți *CA* sînt *CB*

Are două variante: a) generică și b) relațională.

a) Toți *A* sint *B*.
Toți *C* care sînt *A* sint *C* care sint *B*.

De ex.:

Toate mamiferele sint vertebrate
Toate mamiferele canine sînt vertebrate canine.

Logicianul englez Minto a găsit că un astfel de raționament nu e valabil în toate cazurile. Astfel, exemplul:

Orice melc este animal
Orice melc iute este un animal iute

nu este valabil.

b) Toți caii sint animale
Toate capetele de cai sint capete de animale

Acest raționament este valabil.

**RAȚIONAMENT PRIN «TĂIETURĂ»**:

$$\frac{X \vdash B,\ \{B\} \cup Y \vdash C}{X \cup Y \vdash C}$$

(unde *X* și *Y* sint mulțimi de propoziții).

**RAȚIONAMENTE DE RELAȚIE,** raționamente cu propoziții de relație bazate pe proprietățile relațiilor și pe operații cu relațiile. De ex. pe baza

*relațiilor de echivalență* (v.) putem formula raționamentele. $xRy \vdash xRx$, $xRy \vdash yRx$, $xRy \& yRx \vdash xRz$ Pe baza *relațiilor de ordine* (v.) se poate formula raționamentul $xRy \& yRz \vdash xRz$. Cazuri particulare: $x = y \vdash$ $\vdash x = x$, $x < y \& y < z \vdash x < z$. Pe baza conversiunii relațiilor putem formula raționamente ca $\overline{\breve{\breve{R}}}(x, y) \vdash \overline{\overline{R}}(x, y)$, $\overline{R \& Q} \vdash \breve{R} \& \breve{Q}$.

**RAȚIONAMENTE IPOTETICO-CATEGORICE,** raționamente cu cel puțin o premisă ipotetică și cel puțin una categorică. Cele mai cunoscute sînt *modus ponens* și *modus tollens (v.)*.

**REALISM** *(v. doctrina universalelor)*.

**REALIZABILITATE,** proprietate semantică a propozițiilor deschise sau a formulelor Este luată fie în sens strict-expresie adevărată în unele cazuri și falsă în altele, fie în sens slab — expresie adevărată cel puțin într-un caz (în acest sens o ia Tarski în definiția conceptului de adevăr). Se preferă sensul slab, caz în care expresiile se divid în **r.** și *irealizabile.* Putem să înțelegem **r.**, ocolind termenul de adevăr, ca *are loc* pentru cel puțin un caz. Exemplu „Par($x$)" are loc cel puțin pentru 2. Altfel: „Par($x$)" este **r.** dacă și numai dacă există cel puțin un număr $x$ care are proprietatea *Par*. Putem mai departe să definim adevărul și falsul în termeni de **r.** Fie $A$ — adevărul, $F$ — falsul și $R$ — **r.** O propoziție deschisă este adevărată dacă și numai dacă ea este **r.** pentru orice valoare posibilă (din domeniul ei de valori). O propoziție deschisă este falsă dacă și numai dacă ea este irealizabilă. De aci relațiile. $A \Rightarrow R$; $F \equiv \bar{R}$. Conform cu concepția lui Tarski conceptele $A$, $F$, $R$ se definesc exact relativ la un sistem formalizat (limbaj formalizat), iar propozițiile de mai sus (luate în afara limbajului concret) sînt simple scheme, nu propoziții în sensul deplin al cuvîntului Vom defini, de ex., „**r.** în TFA", „**r.** în logica predicatelor de ordinul unu" etc **R.** depinde și de generalitatea expresiilor „Par($x$)" este o propoziție deschisă, **r.** in $N$ sau orice $M$ astfel că $N \subset M$, „$x + y =$ $= y + x$" este o formulă cu caracter mai abstract, **r.** în sensul mult mai larg (de ex. pe mulțimea numerelor complexe), iar „$Fx \vee \overline{Fx}$" este **r.** în *orice domeniu* în care putem interpreta pe $x$ și $F$. Avem, deci, conceptele „**r.** într-un singur domeniu", „**r.** în unele domenii" și „**r.** în orice domeniu" (de interpretare). În limbajul formalizat noțiunea se definește inductiv. *(v. Realizabil în logica predicatelor de ordinul unu)*.

**REALIZABIL ÎN LOGICA PREDICATELOR DE ORDINUL UNU,** noțiune definită inductiv după cum urmează. 1. O variabilă propozițională este realizabilă prin definiție (poate primi valoarea **v** sau **f**). 2. O schemă elementară $F(x_1, \ldots x_n)$ $(n \geqslant 1)$ este realizabilă într-o interpretare I dacă și numai dacă există obiecte $a_1, \ldots a_n$ din domeniul de interpretare $D_1$ și cel puțin o proprietate $\varphi$ astfel că are loc $\varphi(a_1, \ldots a_n)$ (unde $a_1, \ldots, a_n$ corespund prin I lui $x_1, \ldots, x_n$, iar $\varphi$ corespunde lui $F$). 3. $\bar{A}$ este o formulă realizabilă dacă și numai dacă $A$ nu este realizabilă. 4. $A \& B$ este realizabilă dacă și numai dacă atit $A$ cit și $B$ sînt realizabile. 5. $A \vee B$ este realizabilă dacă cel puțin una din formulele $A$, $B$ este realizabilă. 6. $A \Rightarrow B$ este realizabilă dacă și numai dacă $B$ este realizabilă cînd $A$ este realizabilă. 7. $A \Leftrightarrow B$ este realizabilă: $A$ este realizabilă dacă și numai dacă $B$ este realizabilă. 8. $\forall x\, A(x)$ este realizabilă. orice interpretare din $D_1$ realizează pe $A(x)$. 9. $\exists x\, A(x)$ este realizabilă: există i nterpretare în $D_1$ care realizează pe $A(x)$. *(v. Realizabilitate)*.

**REDUCEREA MODURILOR SILOGISMULUI.** Aristotel a împărțit modurile silogismului în *perfecte* (figura I) și *imperfecte* (celelalte figuri). În figura I concluzia decurge în mod *evident* ceea ce nu se intîmplă în cele-

lalte figuri. Modurile imperfecte pot fi reduse la cele perfecte. Aristote a indicat două căi de reducere: *reducerea directă* și *reducerea indirectă* (prin imposibil). a) *Reducerea directă.* Se bazează în principal pe conversiune. Operațiile de reducere sint indicate in denumirile modurilor silogismului: Cesare, Camestres etc. *(v.)* Anumite litere consoane indică operațiile de efectuat în reducere: *s (conversio simplex), p (conversio per accidens), m (mutatio premissarum) (v. modurile silogismului).* Inițiala arată la care mod al figurii I se face reducerea. Modurile *Baroco* și *Bocardo* se reduc numai prin absurd *(indirect).* Exemple. Reducem direct modul *Fesapo* (figura IV). Inițiala *F* arată că se reduce la *Ferio,* litera *s* arată că trebuie să convertim simplu judecata care o precede E (universal negativă), iar *p* că trebuie să convertim prin accident judecata A care o precede. Efectuăm aceste operații:

| *Fesapo* | | *Ferio* |
|---|---|---|
| Nici un *C* nu e *B* | —s→ | Nici un *B* nu e *C* |
| Toți *B* sint *A* | —p→ | Unii *A* sint *B* |
| Unii *A* nu sint *C* | | Unii *A* nu sint *C* |

Reducem modul *Camestres* (figura II).

| *Camestres* | | *Cesare* |
|---|---|---|
| Toți *C* sint *B* | s | Nici un *B* nu este *A* |
| Nici un *A* nu e *B* | m | Toți *C* sint *B* |
| Nici un *A* nu e *C* | —s→ | Nici un *C* nu e *A* |

b) *Reducerea indirectă.* Reducerea indirectă nu înseamnă transformarea modurilor imperfecte, ci verificarea lor prin modurile perfecte. Mecanismul de probare este următorul: a) presupunem premisele acceptate; b) formăm contradictoria concluziei, c) substituim contradictoria formată uneia din premise în așa fel încît să obținem termenii așezați ca în figura I; d) în caz că urmează o concluzie opusă uneia din premisele acceptate, atunci ea nu este valabilă. Fie modul *Baroco* (figura III).

Toți *C* sint *B*
Unii *A* nu sint *B*
---
Unii *A* nu sint *C*

Formăm opusa judecății „Unii *A* nu sint *C*", ea este „Toți *A* sint *C*" Substituim aceasta lui „Unii *A* nu sint *B*" și obținem modul *Barbara:*

Toți *C* sint *B*
Toți *A* sint *C*
---
Toți *A* sint *B*

Concluzia „Toți *A* sint *B*" contrazice premisa acceptată „Unii *A* nu sint *B*" prin urmare această concluzie trebuie respinsă. Reducerea modului *Bocardo* (figura III).

Unii *B* nu sint *C*
Toți *B* sint *A*
---
Unii *A* nu sint *C*

Contradictoria concluziei va fi „Toţi $A$ sint $C$" O punem in locul premisei majore şi obţinem.

$$\frac{\begin{array}{c}\text{Toţi } A \text{ sint } C\\ \text{Toţi } B \text{ sint } A\end{array}}{\text{Toţi } B \text{ sînt } C}$$

Concluzia obţinută „Toţi $B$ sint $C$" contrazice premisa acceptată „Unii $B$ nu sînt $C$" şi deci trebuie respinsă

**REDUCTIO AD ABSURDUM** (lat. „reducere la absurd"), raţionament care îşi are originea în argumentele lui Zenon („aporiile") ca şi *reductio ad imposibile (v.)* Constă în a infirma o ipoteză prin deducerea din aceasta a *contradictoriului* sau *simplu a falsului*. În prima variantă apare la Hrisip: „Dacă primul atunci al doilea, dacă primul atunci nu al doilea, prin urmare nu primul". Schematic:

$$\frac{\begin{array}{c}A \rightarrow B\\ A \rightarrow \bar{B}\end{array}}{\bar{A}}$$

Lege: $(A \rightarrow B \,\&\, A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A}$ sau $(A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow \bar{B}) \rightarrow \bar{A})$. Înlocuind *al doilea* cu *primul* (sau invers) obţinem alte variante. (De ex., „Dacă primul atunci primul, dacă primul atunci nu primul, deci primul"). Schematic:

$$\frac{\begin{array}{c}A \rightarrow A\\ \bar{A} \rightarrow A\end{array}}{A} \quad \text{sau} \quad \frac{\begin{array}{c}A \rightarrow A\\ A \rightarrow \bar{A}\end{array}}{\bar{A}}$$

Legi (1) $(\bar{A} \rightarrow A) \rightarrow A$ sau (2) $(A \rightarrow \bar{A}) \rightarrow \bar{A}$. Platon a respins relativismul lui Protagoras arătind că se autocontrazice (conform cu (2)). La fel par a proceda Augustin şi Descartes in „argumentul îndoielii", numai că in aceste cazuri raţionamentul este de o natură deosebită, ceea ce Kneale observă pe bună dreptate: o dată propoziţia este luată in raport cu sfera ei de aplicaţie şi a doua oară ca *fapt* mental intuibil direct. Ulterior forma (2) a fost asociată cu *consequentia mirabilis* (*v.*).

**REDUCTIO AD IMPOSIBILE** (lat „reducere la imposibil"), raţionament care constă în examinarea ipotezelor prin tragerea de concluzii din ele, dacă concluziile sînt *imposibile*, atunci ipoteza este falsă. În istoria logicii pare a se confunda uneori cu *reductio ad absurdum*, alteori pare a se distinge. Se mai spune şi *reductio per imposibile*. Aristotel îl atribuie lui Zenon. Se credea că e instrumentul principal al dialecticii în înţelesul lui Zenon. Urmărind aporiile lui Zenon pare a se desprinde următoarea schemă: Presupunem $p$, dar presupunind $p$ ajungem la o *imposibilitate* de a gîndi (de a realiza pe cale conceptuală) $p$, deci non-$p$. În aporii este respinsă mişcarea tocmai în acest fel. Astfel, „argumentul dihotomiei" spune că lucrul nu se poate mişca deoarece trebuie să fie mai întîi la jumătatea distanţei şi tot aşa la infinit, or este imposibil să concepem parcurgerea a o infinitate de momente. Nu e vorba pur şi simplu de a ajunge la o contradicţie, e vorba de a ajunge la un *inconceptibil*, la o imposibilitate pentru gîndire, un fel de regres la infinit. Pitagoreicii demonstrează şi ei incomensurabilitatea diagonalei cu latura pătratului prin ajungerea la imposibil or, mai exact înaintarea spre imposibil. Şi aci procesul e împins

la infinit. Euclid din Magara, „atacă demonstrațiile nu prin premise ci prin concluzii". În ce privește contradicția, la Zenon pare a fi vorba de autocontrazicerea ipotezei prin concluzii, în timp ce la Socrate se admite și simpla falsitate a concluziei. Socrate respinge (dialogul *Menon*) ideea că „Virtutea se poate transmite", prin raționamentul: dacă virtutea s-ar putea transmite atunci copiii lui Pericle, Temistocle și Aristide care au fost virtuoși ar fi fost virtuoși, ceea ce nu e cazul, deci, virtutea nu se poate transmite (cel puțin nu e o teză generală). Respingerea se face pur și simplu prin contraexemplu. Schemă:

$$\frac{\begin{array}{l}\forall x F(x) \to F(a) \\ \overline{F(a)}\end{array}}{\overline{\forall x\, F(x)}}$$

Distincția față de Zenon este puternică. Aristotel în *Protrepticus* demonstrează că nu putem scăpa de nevoia studierii filosofiei astfel: „Sau trebuie să filosofăm sau nu trebuie să filosofăm, dacă trebuie, atunci trebuie, dacă nu trebuie să filosofăm atunci, de asemenea, trebuie (pentru a putea justifica această idee); prin urmare, in orice caz trebuie să filosofăm". Schema este următoarea:

$$\frac{\begin{array}{l}A \vee \bar{A} \\ A \to A \\ \bar{A} \to B,\ B \to A\end{array}}{A}$$

În raționamentul prin imposibil nu este nevoie de un acord inițial, falsitatea concluziei este evidentă prin sine. Credem că trebuie să distingem nuanțele „înaintarea către imposibil" (problema mișcării, problema pluralității la Zenon, problema incomensurabilității la pitagoreici), „contraexemplul fals" (sau contrazicerea unui adevăr stabilit) și „deducerea contradicției" (ca in silogismul „filosofării"). În *Analiticele prime* raționamentul diagonalei este astfel prezentat: „dacă diagonala este comensurabilă cu latura atunci un număr par va fi egal cu un număr impar. Or un număr impar nu este egal cu un număr par. Prin urmare diagonala nu este comensurabilă cu latura. Schemă:

$$\frac{\begin{array}{l}A \to B \\ \bar{B}\end{array}}{\bar{A}}$$

Or acesta este pur și simplu un *modus tollens (v.)*. Schema lui Zenon pare mai complicată:

$$\frac{\begin{array}{l}A \to B \\ \text{Imposibil } B\end{array}}{\text{Imposibil } A}$$

Toată problema e că *imposibilul* la Zenon nu se reduce nici la fals simplu (factual), nici la simpla contradicție (ca în silogismul filosofării), nici la autocontradicție (ca în raționamentul îndoielii al lui Descartes), ci implică o imposibilitate pentru gîndire de a ieși din situație, un *neconceptibil* (o

înfundătură = aporie). La Aristotel apare şi o altă nuanţă cînd pune problema demonstrării modurilor din figurile II şi III prin imposibil *(per imposibile)* *(v. reducerea modurilor)*. Schema este următoarea:

$$\begin{array}{l} \vdash A,\ B \\ \text{Sup}\ \bar{C} \\ (A \,\&\, B) \rightarrow C \\ (A \,\&\, \bar{C}) \rightarrow \bar{B} \\ (B \,\&\, \bar{C}) \rightarrow \bar{A} \\ \hline (A \,\&\, B) \rightarrow C \end{array}$$

Legea care stă la bază va fi: $((A \,\&\, B) \rightarrow C) \rightarrow ((A \,\&\, \bar{C}) \rightarrow \bar{B})$ sau $((A \,\&\, B) \rightarrow C) \rightarrow ((B \,\&\, \bar{C}) \rightarrow \bar{A})$. Ipoteza că are loc negaţia concluziei contrazice premisele acceptate. Aceasta este o altă variantă a lui „ad imposibile", ea se aseamănă numai în parte cu varianta lui Socrate. Ea spune că dacă ceva contrazice adevărul atunci acel ceva este fals (deci imposibil de admis) (V. şi *Reductio ad absurdum*).

**REDUCŢIONISM,** concepţie care propune reducerea entităţilor compuse la elemente sau laturi ale acestora. Exemplu de r. *logicism (v.) mecanicism.*

**REDUCŢIONISMUL LUI A. ANDERSON,** concepţie formulată de A. Anderson în lucrarea *The formal analysis of normative Systeme* (1956) după care *logica deontică (v.)* se poate reduce la *logica modală (v.)* cu ajutorul noţiunii de sancţiune. Pornim de la axiomele modale: $A_1: p \rightarrow Pp$; $A_2: P(p \vee q) \equiv Pp \vee Pq$; $A_3: \neg P(p \,\&\, \neg p)$. Def. $Np = \neg P \neg p$. Paralel cu aceasta construim o logică deontică. Pentru a distinge permisul de posibil ($P$), îl notăm cu $P^*$. $A_1': P^*p \vee P^*\neg p$; $A_2': P^*(p \vee q) \equiv P^*p \vee P^*q$; Def. $Op \equiv \neg P^* \neg p$. Se introduce functorul $S$ („urmează o sancţiune") şi se extinde $A_1 - A_3$. $A_4$ $P \neg S$. Def. 1. $P^*p = Pp \,\&\, \neg S$; Def. 2. $Op = \neg P^* \neg p$, Def. 3. $Fp = \neg P^*p$; Def. 4. $Ip = P^*p \,|\&\, P_1^*p$. Putem renunţa la $A_4$ înlocuind-o cu o definiţie a lui $S$: Def. 5. $S = P \neg \neg B \,\&\, B$ (unde $B$ este o constantă). Definiţia lui $Op$ poate fi dată şi astfel: $Op = N(\neg p \rightarrow S)$ (este necesar ca non-$p$ să implice $S$). Or tocmai acesta este punctul slab al „reducerii" lui Anderson, căci neefectuarea unui fapt nu implică *în mod necesar* sancţiunea. Prior în *Escapism* a încercat o altă variantă. Să pleacă de la def. modală· $Pp = \neg N \neg p$. Se introduc axiomele deontice:

$O_1$ $O(Op \rightarrow p)$ $O_3: O(p \rightarrow q) \rightarrow (Op \rightarrow Oq)$

$O_2$. $Op \rightarrow Pp$ $O_4: N(p \rightarrow q) \rightarrow (Op \rightarrow Oq)$ (unde $O$, $P$ — operatori deontici) Def. 1. $Pp = \neg O \neg p$. Se introduc constantele $S$ *(sancţiune)* şi $E$ („scăpăm de sancţiune") Def. 2. $Op = N(\neg p \rightarrow S)$

Def. 3. $Fp = Np \rightarrow S$ Def. 5. $Op = N(E \rightarrow p)$

Def. 4. $S = \neg E$ Def. 6. $Pp = \neg N(E \rightarrow \neg p)$

Def. 7 $Fp = N(E \rightarrow \neg p)$.

Obiecţia făcută lui Anderson se conservă

**REFERENT,** termen din semiotica logică utilizat pentru desemnarea obiectului la care se referă expresia, sinonim cu „denotat". Este introdus convenţional, fără legătură cu sensurile obişnuite, pentru a denumi al doilea membru al relaţiei de referinţă. Este oarecum incomod să spui expresia se referă la denotat, şi în acest caz termenul s-a impus din con-

siderente estetice. În acest fel, vorbim de expresii care întrucît se referă la o entitate au r. În mod corespunzător pentru denotat putem spune expresia denotă entitatea care este denotat (v. *denotat*).

**REFLEXIVITATE** (presc. *Ref*), proprietate formală a unor relații, definită astfel: $Ref(R) = \forall x\ (xRx)$. Dacă o relație concretă satisface această proprietate se spune că avem o *lege de reflexivitate*. Astfel, implicația, echivalența sunt relații reflexive. $p \rightarrow p$, $p = p$.

**REGULA ADJUNCȚIEI ÎN CONCLUZII**, regulă de deducție. dacă $A \vdash B$ și $A \vdash C$ atunci $A \vdash B, C$.

**REGULA ADJUNCȚIEI ÎN IPOTEZĂ**. regulă de deducție · dacă $A \vdash B$ atunci $A, C \vdash B$.

**REGULA COMUTĂRII PREMISELOR**

$$\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{B \rightarrow (A \rightarrow C)}$$

**REGULA CONJUGĂRII PREMISELOR**:

$$\frac{A \rightarrow (B \rightarrow C)}{(A \& B) \rightarrow C}$$

**REGULA DISJUNGĂRII PREMISELOR** $\dfrac{(A \rightarrow C \& B \rightarrow C).}{(A \vee B) \rightarrow C}$

Ex. Dacă fumînd te îmbolnăvești de cancer *și* dacă consumînd mult alcool te îmbolnăvești de cancer *atunci* dacă fumezi *sau* consumi mult alcool te îmbolnăvești de cancer.

**REGULA GENERALIZĂRII**, regulă de deducție în calculul predicatelor: dacă $A(x)$ (unde $x$ e liber) atunci $\forall x\ A(x)$. Aceasta înseamnă că dacă formula care conține pe $x$ liber este *demonstrabilă* atunci $\forall x\ A(x)$ este *demonstrabilă*. Schemă.

$$\frac{\vdash A(x)}{\vdash \forall x\ A(x)}$$

(*v. calculul lui Gentzen*). Formula $F(x) \rightarrow \forall x Fx$ nu este totuși adevărată, căci s-ar putea ca $F(x)$ să fie realizabilă, iar $\forall x F(x)$ falsă. De ex. Par$(x)$ $\rightarrow \forall x$ Par$(x)$ este falsă, căci în cazul Par(2) avem adevăr dar $\forall x$ Par$(x)$ este falsă, ceea ce demonstrează contraexemplul Par (3).

**REGULA REDENUMIRII**, regulă de înlocuire pentru variabilele cuantificate. În calculul H—A de ordinul unu se formulează astfel: o variabilă cuantificată cu o altă variabilă cu condițiile: a) să fie înlocuită în tot domeniul de acțiune al cuantorului, b) după înlocuire să se obțină din nou formulă, c) noua variabilă legată să nu apară liberă în formula inițială.

**REGULA SCHIMBULUI DE ECHIVALENTE** (sau *principiul extensionalității pentru expresii*). Fie o formulă $A$ care conține ca parte o formulă $B$ cu $m$ intrări în $A$ ($m \geqslant 1$). Dacă o formulă $C$ este echivalentă cu $B$ ea poate fi pusă în locul lui $B$ în una sau mai multe intrări ale lui $A$ cu condiția să nu se producă *coliziunea variabilelor (v.)*.

**REGULA SUBSTITUȚIEI ÎN CALCULUL PREDICATELOR.** În calculul predicatelor H-A avem trei feluri de variabile: propoziționale, individuale și predicative, prin urmare vor fi trei cazuri de substituție.

(1) *Regula pentru variabile propoziționale.* Fiind dată o formulă oarecare $A$ cu variabila propozițională oarecare $p$, $p$ poate fi înlocuit cu o formulă $B$ (formulă din calculul predicatelor) cu condițiile că: a) $p$ este înlocuit pretutindeni unde apare în $A$, b) $B$ nu conține variabile individuale libere care în $A$ sînt cuantificate sau variabile individuale cuantificate care în $A$ sînt libere, c) dacă variabila $p$ se află în domeniul de acțiune al unui cuantor atunci variabila legată de acel cuantor nu se află în $B$.

(2) *Regula pentru variabile individuale* O variabilă individuală liberă oarecare $v$ dintr-o formulă $A$ poate fi substituită cu altă variabilă individuală cu condițiile ca: a) substituția are loc pretutindeni unde apare $v$ în $A$, b) variabila cu care înlocuim pe $v$ nu apare cuantificată în $A$.
(3) *Regulă pentru variabile predicative.* Este regula cea mai complicată. Fie o formulă $A[F(x_1, \ldots, x_n)]$ unde $F(\ldots)$ este un predicat cu $n$ variabile ($n \geq 1$) libere sau legate. $F$ poate fi înlocuit cu o formulă $B$ care conține *cel puțin n* variabile *libere* cu condiția că: a) variabilele libere ale lui $B$ nu apar legate în $A$, b) variabilele cuantificate ale lui $B$ nu apar libere în $A$, c) pentru fiecare *intrare* a variabilei $F$ în $A$ variabilele individuale ale lui $F$ sînt înlocuite numai cu variabile care nu apar legate în $B$.
**REGULĂ**, propoziție care prescrie modul de efectnare a unei clase de operații (de ex. regulile de formare indică modul de construire a expresiilor în limbajele formalizate) Într-un sens mai larg *regula* este sinonimă cu *norma* (v.) Deosebim însă regulile științifice de cele ce sînt simple convenții (în drept, morală și a). Regulile limbajului formalizat pot fi încadrate (în parte) în convenții, dar regulile de deducție nu sînt simple convenții. Regulile pot fi scrise liniar sub formă ipotetică sau sub formă de secvențe pe verticală. Ex Dacă $A \to B$ și $B \to C$ atunci $A \to C$ și

$$\frac{A \to B,\ B \to C}{A \to C}$$

Regula indicată are la bază legea logică $(A \to B \,\&\, B \to C) \to (A \to C)$. Orice regulă științifică are la bază o lege însă ea reține aspectul *prescriptiv* nu *cognitiv*. Dealtfel, formularea ipotetică este ambiguă putînd avea semnificația cognitivă sau prescriptivă în funcție de contextul de utilizare.
**REGULĂ DE ADJUNCȚIE,** denumire introdusă de Lewis pentru regula introducerii implicației *(v. calcul natural):*

$$\frac{P,\ Q}{P \prec Q}$$

Prezența ei în sistemul *implicației stricte (v )* nu este justificată.
**REGULĂ PENTRU DEFINIREA CONSTANTELOR INDIVIDUALE.** Fie propoziții definitorii notate cu $D$. O propoziție de forma $D$ care introduce o constantă individuală $c$, este o definiție proprie (în sensul condițiilor de eliminare și noncreativitate) într-o teorie $T$ dacă și numai dacă $D$ este de forma $c = w \Leftrightarrow S$ și sînt satisfăcute restricțiile (a) $S$ nu are variabile libere în afară de $w$, (b) $S$ este o formulă în care singurele constante nelogice sînt simbolurile primitive și simbolurile definite în prealabil în $T$, (c) formula $(E\,!w)\ S$ este derivabilă din axiome și definiții prealabile ale teoriei (Suppes P, *Introduction to logic,* 1969) Exemple: $0 = y \Leftrightarrow$ pentru orice $x$, $x + y = x$; $1 = y \Leftrightarrow$ pentru orice $x$, $x \cdot y = x$. Simbolul „$E\,!w$" din (c) indică unicitatea. Dacă ea lipsește se poate obține o contradicție.

ca în cazul · $b = y \Leftrightarrow y > 0$ Din ea deducem · $b = 1$, $b = 2$ și deci $1 = 2$. Altă formulare (Grzegorcyk). Un termen individual $a$ este introdus corect ca termen constant într-o formulă $\alpha(x)$ dacă și numai dacă: (a) propozițiile $\exists x\, \alpha(x)$ și $\forall(x, v)$ $((\alpha(x) \& \alpha(v) \rightarrow x = v)$ sînt teoreme în limbajul teoretic $L$, (b) termenul $a$ nu apare în cele două propoziții și în general în $L$, (c) termenul $a$ este introdus în $L$ împreună cu axioma $\alpha(a)$ (ori altfel $\forall x\, (x = a = \alpha(x))$. Vrem, de ex., să introducem pe 0 într-un limbaj aritmetic L, care nu-l conține: $\alpha(x) \equiv \forall y(y = y + x)$. În locul semnului $=\, df$ putem utiliza așa cum se vede identitatea (=) sau echivalența ($\Leftrightarrow$, $\equiv$) cu restricțiile necesare.

**REGULĂ PENTRU DEFINIREA CONSTANTELOR PREDICATIVE:** O propoziție definitorie $D$ care introduce un nou simbol $P(v_1 \ldots, v_n)$ este o definiție dacă și numai dacă $D$ este de forma $P(v_1, \ldots, v_n) \Leftrightarrow S$ și sînt satisfăcute restricțiile (a) $v_1, \ldots, v_n$ sînt variabile distincte, (b) $S$ nu are alte variabile libere decît $v_1, \ldots, v_n$, (c) $S$ este o formulă în care singurele constante ne-logice sînt simbolurile primitive și simbolurile definite în prealabil ale teoriei. *Obs.* $P(v_1, \ldots, v_n)$ este formulă atomară, iar $v_1, \ldots v_n$ sînt libere în $D$ și conformitatea cu regulile de inferență se obține prin adăugarea cuantorilor universali.

*Explicația restricțiilor.*

*Restricția (1).* Definim relația „$\leqslant$": (a) $x \leqslant x \Leftrightarrow x = x \vee x < x$. Această formulă nu definește totuși relația $\leqslant$ deoarece în definiendum apare o singură variabilă (în timp ce relația este binară), astfel că nu putem elimina pe $\leqslant$ din $x \leqslant y$. (b) Formula: $A(x, y, u, v) \Leftrightarrow x - y < u - v$ nu poate fi înlocuită de $A(x, y, u, x) \Leftrightarrow x - y < u - x$. În a doua formulă restricția diferenței variabilelor nu e satisfăcută. Dacă am adopta o astfel de definiție $A$ n-ar mai fi eliminabil în general.

*Restricția (2).* Considerăm definiția · $R(x) \Leftrightarrow x + y = 0$. Se observă că în definitor $y$ este o variabilă care nu apare în defînit. Anexînd definiția la axiomalele aritmeticii obținem o contradicție. Descompunem definiția în: $(x + y = 0) \Rightarrow R(x)$ $R(x) \Rightarrow x + y = 0$ Formula $(x + y) = 0) \Rightarrow$ $\Rightarrow R(x)$ este echivalentă cu $(a_1)$: $\exists y(x + y = 0) \Rightarrow R(x)$ Formula $R(x) \Rightarrow$ $\Rightarrow x+y=0$ este echivalentă cu $(a_2)$ $R(x) \Rightarrow \forall y(x + y = 0)$ Din $(a_1)$ și $(a_2)$ deducem prin tranzitivitate: $\exists y(x + y = 0) \Rightarrow \forall y(x + y = 0)$, ceea ce este fals. Restricția (2) nu prevede că orice variabilă care apare în definiendum trebuie să apară în definiens, deci definiendum poate avea mai multe variabile decît definiensul. Exemplu: $Q(x, y) \Leftrightarrow x > 0$. Pe de altă parte, orice astfel de definiție se poate transforma în una care are același număr de variabile în ambii termeni ai definiției. Exemplu: $Q(x, y) \Leftrightarrow x > 0\ \&$ $\&\ y = y$.

*Restricția (3).* Prin această restricție sînt prevenite două feluri de circularități. Exemplu: $R(x) \Leftrightarrow R(x)$ (Aceasta nu satisface criteriul de eliminabilitate). Analog:

$$\begin{cases} R(x) \Leftrightarrow \bar{P}(x) \\ P(x) \Leftrightarrow \bar{R}(x) \end{cases}$$

nu satisfac criteriul de eliminabilitate. (Suppes P, *Introduction to logic*, 1969)

**RE GULĂ PENTRU DEFINIREA SIMBOLURILOR-OPERATORI.** Într-un limbaj formalizat putem introduce prin definiție noi simboluri pentru operații, ceea ce echivalează cu introducerea unor termeni compuși $O(x_1, x_2, \ldots x_n)$, de ex. $+(x, y)$. Notăm cu $(E!w)\, S$: „există exact un $w$ astfel că $S$". Suppes dă următoarea formulare: O propoziție de formă

definițională $D$ care introduce un simbol de operație $n$-ară. $O$ este o definiție într-o teorie $T$ dacă și numai dacă: $D$ are forma $O\ (v_1, \ldots, v_n) = w \Leftrightarrow S$ și, satisface următoarele restricții: (1) $v_1, \ldots v_n, w$ sînt variabile distincte, (2) $S$ nu conține alte variabile decît cele indicate: $v_1, \ldots, v_n, w$, (3) $S$ este o formulă în care singurele constante nelogice sînt simbolurile primitive și simbolurile definite in prealabil in $T$, (4) formula $(E!\, w)\ S$ este derivabilă din axiome și definițiile precedente din $T$. Ultima restricție este justificată prin pseudo-operația: $x * y = z \Leftrightarrow x < z \,\&\, y < z$ din care se deduce o contradicție (prin înlocuiri) astfel: $1 * 2 = 3$ (căci $1 < 3$, $2 < 3$); $1 * 2 = 4$ (căci $1 < 4$ și $2 < 4$); deci $3 = 4$. Această restricție (4) cere să existe o teoremă care să garanteze univocitatea definiției. În ce privește operațiile ,de reg , avem operații binare și definiții de forma: $x \circ y = z \Leftrightarrow S\ (x, y, z)$ și dispunem de teoreme care ne asigură că pentru orice $x, y$ există exact un $z$ astfel că $S\ (x, y, z)$ . Altă definiție (Grzegorcyk). Un simbol $F$ funcțional (în sens de operator) astfel că $F(x_1, \ldots, x_n)$ este introdus corect în limbajul $L$ dacă și numai dacă: (a) propozițiile: $\forall\ (x_1, \ldots x_n)\ \exists\ z\, \alpha\ (x_1, \ldots, x_n, z)$ și $\forall\ (x_1, \ldots x_n)\ \exists\ (z, v)((\alpha\ (x_1, \ \ , x_n, z)\ \&\ \alpha\ (x_1, \ldots, x_n, v) \Rightarrow z = v)$ sînt teoreme în $L$, (b) termenul $F$ nu apare anterior în $L$, (c) termenul $F$ și definiția $\forall\ (x_1, \ldots x_n, y)\ (y = F\ (x_1, \ldots x_n) \equiv \alpha\ (x_1, \ldots, x_n, y)$ sînt adăugate la $L$.

**REGULI DE DEDUCȚIE PENTRU CUANTORI:**

(1) $$\frac{A \rightarrow B(x)}{A \rightarrow \forall x\, B(x)}$$

(2) $$\frac{B(x) \rightarrow A}{\exists x\, B(x) \rightarrow A}$$

Condiție pentru (1) și (2): $x$ este liber în $B$ și nu apare în $A$

**REGULILE CLASIFICĂRII.** În mod tradițional se consideră că o clasificare trebuie să satisfacă următoarele reguli. (1) clasificarea se operează după un singur criteriu și doar după ce am epuizat aplicarea unui criteriu se poate aplica altul; (2) criteriul trebuie să se poată aplica tuturor obiectelor din universul supus clasificării; (3) în clasificare nu trebuie să se facă salturi (cu alte cuvinte nu trebuie să punem la un loc clase de *nivel* diferit); (4) clasele obținute trebuie să se excludă între ele; (5) clasificarea trebuie să fie *completă*, cu alte cuvinte, suma claselor trebuie să fie identică cu universul obiectelor clasificate. Aceste reguli luate în totalitate presupun o „clasificare ideală" care implică unele supoziții ca. (a) universul de obiecte se descompune într-un număr finit de clase, număr epuizabil în mod practic, (b) clasele sînt precise nu vagi, (c) criteriul este bine determinat. În raport cu regulile de mai sus putem comite *erori în clasificare*, respectiv: (1′) clasificarea se operează după mai multe criterii deodată; (2′) criteriul utilizat nu este universal (nu se aplică tuturor obiectelor supuse clasificării); (3′) în aceeași linie de clasificare sînt puse clase de nivel diferit; (4′) clasele nu se exclud între ele; (5′) clasificarea nu este completă. Exemple de erori: (1′) Numerele întregi se împart în pozitive, negative, pare și impare (se operează cu două criterii); (2′) Numerele reale se împart în pare și impare (criteriul nu este universal, de ex.: nu se aplică numerelor iraționale); (3′) Numerele reale se împart în raționale, iraționale și naturale (aci clasa numerelor naturale care nu este decît o subclasă a numerelor raționale este pusă alături de aceasta); (4′) Numerele naturale sînt prime și pare (or cele două clase nu se exclud, numărul 2, de ex, este atît par cît și prim); (5′) Numerele întregi sînt pozitive și negative (este lăsat deoparte zero care nu e nici pozitiv, nici negativ). S-a arătat că regulile

respective implică anumite supoziții, cu toate acestea trebuie precizat că regulile (1), (3) și (4) nu depind de aceste supoziții, iar regulile (2) și (5) rămîn un deziderat permanent chiar dacă nu poate fi atins. Aceste două reguli vor fi *ajustate* numai ca urmare a constatării *de fapt* și ele nu pot fi aplicate în mod limitat numai din considerente abstracte.

**REGULILE DEFINIȚIEI.** Logica tradițională a formulat o serie de reguli ale definiției care se referă, mai ales, la definirea noțiunilor. Ca urmare, ele trebuie revăzute atunci cînd avem de a face cu termeni și obiecte ale sistemului formal. Vom căuta să le dăm în formă generală și apoi să le particularizăm. (1) *Regula adecvării.* Definiția trebuie să convină întregului obiect definit și numai acestui obiect *(definitio conveneat omni et soli definito)*; (2) *Regula ireflexivității.* Nimic nu trebuie definit prin sine (adică *idem per idem*). (3) *Regula asymetriei.* Definitorul (definiens) nu trebuie să presupună în definiția sa definitul, altfel avem cerc vicios în definiția (circulus în definiendo); (4) *Regula clarității.* Orice definiție trebuie să utilizeze numai termeni univoci; (5) *Regula formei afirmative.* Definiția trebuie dată în formă afirmativă și numai cînd nu se poate astfel ea poate fi de formă negativă Din regula (1) decurge că extensiunea definitului și a definitorului trebuie să coincidă, cu alte cuvinte, definitul și definitorul trebuie să fie *coextensive.* Definiția este „prea strîmtă" cînd extensiunea definitorului este mai mică decît extensiunea definitului și ea este „prea largă" cind extensiunea definitorului este mai mare decît extensiunea definitului. Un exemplu clasic de definiție *prea strîmtă* este definiția uzuală dată *speciei* în biologie Iată o astfel de definiție „specia este un ansamblu de populații în cadrul căruia indivizii se încrucișează liber între ei atit in cadrul populației cît și între populațiile vecine". Această definiție nu ține seama de faptul că există „specii hermafrodite" și „specii partenogenetice" În termenii logicii tradiționale *genul devine identic cu o specie a sa* O eroare răspîndită este și cazul definițiilor „prea largi" cînd diferența specifică este confundată cu genul apropiat Se poate spune că este chiar cea mai răspîndită și cea mai vulgară eroare de definiție: se indică o clasă de obiecte din care obiectul definit face parte și se crede că cu aceasta s-a dat definiția În termeni tradiționali o vom formula pe scurt astfel. diferența specifică = genul proxim. Formal se confundă „$A$ este identic prin definiția cu $B$" cu „$A$ este *un* $B$". Astfel, „matematica este știința structurilor" este o definiție prea largă întrucît și alte științe se ocupă de structuri. „Pătratul este poligonul cu toate laturile egale" este, de asemenea, prea largă întrucît nu distinge pătratul de romb Din regula (2) rezultă că dacă ceva s-ar defini prin sine, atunci am avea o simplă tautologie — $A \equiv A$ — care nu spune nimic cu privire la diferența dintre $A$ și alte entități Această eroare se numește *idem per idem* Ca urmare, am avea imposibilitatea de a diferenția obiectele noțiunile, termenii. Definiția „omul nevoiaș este omul aflat în nevoie" omite faptul că „nevoiaș" și „aflat în nevoie" înseamnă acelaș lucru. Din regula (3) rezultă că dacă definitorul nu se definește independent de definit atunci definitul se definește în ultimă instanță prin el însuși ($A = df\ B \Rightarrow B = df A) \Rightarrow$ $\Rightarrow A = df A$ (conform cu tranzitivitatea relației $= df$) Această eroare se numește *circulus in definiendo* Un exemplu banal poate fi acesta „Agresiunea este actul produs de un agresor" Este evident că noțiunea de *agresor* nu poate fi definită independent de noțiunea *agresiune.* Conform cu regula (4) dacă termenii nu sînt univoci (dacă sînt figurați, neclari, polisemantici) definiția este confuză și noi nu vom ști la ce s-o raportăm. Desigur, în scopuri atractive putem utiliza definiții cu termeni figurați însă în știință ele vin totdeauna (trebuie să vină) după ce s-a dat definiția

în termeni clari, univoci. Exemple: „Credința este rezultatul unei asociații indisolubile de idei", „Religia este sentimentul dependenței absolute" (Schleiermacher) Expresiile „asociația indisolubilă de idei" și „sentimentul dependenței absolute" nu sînt expresii clare, univoc determinate. Regula (5) este îndreptată împotriva reducerii cazurilor la dihotomie ($A_1$, $A_2$) în care dacă nu avem $A_1$ avem $A_2$, iar dacă nu avem $A_2$ avem $A_1$. Exemplu: „Elevul silitor este elevul care nu este leneș". Schematic: $A_1 = \bar{A}_2$. Dacă avem însă mai mult de două cazuri, să zicem $A_1, A_2, \ldots, A_n$ și definim pe $A_1$: $A_1 = \mathrm{df}\bar{A}_2$, atunci definiția nu este adecvată căci faptul de a nu fi $A_2$ este valabil și pentru $A_3, A_n, \ldots, A_n$. Astfel „ierbivorele sînt animale necarnivore" este valabil și pentru omnivore. O atenție specială s-a acordat regulilor pentru definirea termenilor. Astfel Pascal a indicat următoarele reguli: (1) A nu întreprinde definirea lucrurilor într-atît de cunoscute prin sine încît nu avem termeni mai clari pentru a le explica. (Cu alte cuvinte definiția unor termeni trebuie dată dacă dispunem de termeni mai clari decît aceștia); (2) A nu lăsa în afara definiției termeni care sînt cît de puțini obscuri sau echivoci; (3) A nu întrebuința în definiție decît termeni perfect cunoscuți sau deja explicați Există apoi reguli speciale ale definiției pentru limbajele formalizate (1) Definiendum și definiens trebuie să aparțină aceleiași „categorii sintactice" (aceeași clasă de simboluri sau de formule etc) În particular nu se poate ca în definiens să apară o variabilă individuală care nu există în definiendum, căci astfel se obține contradicția Fie: $F(x, y) = \mathrm{df}\, G(x, y, z)$ În definiens apare variabila $z$ care nu apare în $F(x, y)$. De aceea putem deduce $F(a, b) \equiv G(a, b, c)$, $F(a, b) \equiv G(a, b, d)$, $F(a, b, c) \equiv G(a, b, d)$ De unde, dacă $c \neq a$ avem contradicție in ultima formulă (2) În definițiile explicite definiendum (luat în întregime) trebuie să fie o formă fără semnificație, o formă care conține pe lîngă semnele definite numai variabile și semne ajutătoare, nu și termeni funcționali sau altele de acest fel care deja sînt clare. (Definițiile contextuale (implicite) nu satisfac astfel de condiții). De ex., avem forma $p * q$. În întregul ei nu are semnificație, conține variabilele $p$, $q$, nu conține simboluri logice cunoscute, nici termeni O definim astfel: $p * q = \mathrm{df}\, \bar{p} \vee q$ (2) Regula *eliminabilității* O formă definită trebuie să poată fi eliminată dintr-un context al teoriei *(v. criteriu de eliminabilitate)*. (3) Regula de *ne-creativitate (v criteriu necreativitate)*. (4) Mulțimea definițiilor acceptate într-un sistem este mulțimea *decidabilă*, adică noi putem întotdeauna să decidem dacă o expresie dată este definiție în acest sistem sau nu (5) Regula celui mai general context pentru definiendum: în definiendum, fiecare variabilă apare o singură dată (nici o variabilă nu se repetă) (6) Regula *omogenității*. Orice variabilă liberă într-o parte a definiției, apare ca liberă și în cealaltă parte (7) Regula absenței cercului vicios: în definiens nu apare nici expresia de definit, nici alta care se definește cu ajutorul definiendumului.

**REGULILE LUI AGRIPPA**, reguli contra dogmatismului formulate de Rudolphus Agrippa logician din perioada postrenascentistă (1) a dezvălui contradicția logică, (2) a dezvălui încercarea de regressum ad infinitum în procesul demonstrației, (3) a indica relativitatea cunoștințelor noastre, (4) a avea în vedere caracterul ipotetic a tot ce nu este demonstrat, (5) a descoperi cercul vicios în demonstrație

**REGULILE LUI LEIBNIZ.** Ca și Descartes Leibniz a formulat o serie de principii metalogice pe care le putem rezuma la următoarele (J. Jorgensen): 1. Orice concept poate fi redus la un mic număr definit de concepte primare, care constituie „alfabetul gîndirii". 2 Conceptele compuse sînt derivate din conceptele primare numai pe baza multiplicării logice.

3. Colecția conceptelor primare este liberă de contradicții. 4. Orice propoziție este predicativă, adică ea poate fi redusă la una al cărei predicat este cuprins în subiect. 5. Orice propoziție este analitică, adică predicatul ei este cuprins în subiect (dacă opusa ei este contradictorie).

**REGULILE LUI PASCAL.** Influențat de metoda deductivă a lui Descartes (*v. metodă carteziană*) Pascal a formulat următoarele reguli de gîndire (*De l'esprit geometrique* ...). Reguli pentru definiții. I. A nu încerca să definim nimic din ceea ce este înțeles de la sine și față de care nu avem termeni mai clari pentru a-l explica. II. A nu omite de la definire nici un termen cît de puțin obscur sau echivoc. III. A nu folosi în definirea termenilor decît cuvinte perfect cunoscute sau deja explicate. *Reguli pentru axiome.* I. A nu admite nici un principiu necesar fără a întreba dacă se acceptă sau nu, oricît de clar și evident ar putea să fie. II. A nu cere în axiome decît lucruri perfect evidente prin sine. *Reguli pentru demonstrație.* I. A nu încerca să demonstrăm vreun lucru care este evident prin sine dacă nu avem nimic mai clar pentru a-l dovedi. II. A dovedi orice propoziție care este cît de cît obscură și a nu utiliza în dovedirea ei decît axiome foarte evidente sau propoziții deja acceptate sau demonstrate. III. A substitui totdeauna în minte definițiile în locul termenilor definiți spre a evita echivocurile. Aceste reguli nu au caracter filosofic, nici logic în sensul teoriei logice, ci sînt *metateoretice.*

**REGULILE SILOGISMULUI SIMPLU (TIP A E I O).** Există două feluri de reguli ale acestui silogism: 1) reguli referitoare la termeni și 2) reguli referitoare la judecăți (*v. silogismul simplu tip A E I O*).

**REIFICAREA ABSTRACȚIEI.** Considerarea abstracției ca obiect de sine stătător (ca *lucru*). Există două variante principale: 1) realismul (platonician) (*v. doctrina universalelor*), 2) metoda logică a obiectelor abstracte (*v. obiect abstract*).

**RELAȚIE,** determinare a obiectelor în raport cu alte obiecte. De ex. $x > y$, $x$ este fiul lui $y$, $x$ se află între $y$ și $z$. Fiecărei **r.** îi corespunde o mulțime de $n$-tuple (unde $n$ = numărul termenilor care intră în **r.**). În acest fel, avem **r.** binare (de ex., $x > y$), ternare (de ex., $x$ se află între $y$ și $z$), cuaternare (de ex., $x$ schimbă cu $y$ obiectul $a$ pentru obiectul $b$). De regulă se studiază **r.** binare (celelalte putînd fi *reduse* la acestea). (v. *logica relațiilor*).

**RELAȚIE CONTRARĂ.** Relație orientată invers unei relații date și incompatibilă cu aceasta. Exemplu pentru $x > y$, $x < y$ este **r. c. R. c.** fac parte din clasa *relațiilor de ordine* (*v.*) sau de succesiune imediată. Pentru relațiile de echivalență nu există **r. e.** Exemplu: $x = y$ și $y = x$ nu sînt contrare.

**RELAȚIE CONVERSĂ** (sau *relație inversă*), relație obținută prin inversarea termenilor unei relații. Se simbolizează cu $\breve{R}$ sau cu $\overleftarrow{R}$. Astfel $y > x$ este conversa relației $x > y$. Operația de trecere de la o relație la conversa ei se numește *conversiunea relației* (*v.*). Simbolic definiția conversei este $x \breve{R} y =$ $= y R x$. Conversa unei relații de puterea $n$ ($R^n$) va fi scrisă $R^{-n}$. Pentru relația simplă conversa se mai poate scrie deci $R^{-1}$. Ca urmare se admite: $\breve{R^n} \equiv R^{-n}$

**RELAȚIE DE ECHIVALENȚĂ,** clasă de relații caracterizată prin proprietățile *Ref, Sym, Trans*. Se poate defini astfel: $Echiv(R) = Ref(R)$ & & $Sym(R)$ & $Trans(R)$. Astfel relațiile $=$, $\equiv$, $\sim$, sînt relații de echivalență.

**RELAȚIE UNIVERSALĂ,** relație care are loc pentru orice $n$-tuplu de obiecte dintr-un univers de obiecte (se presupune că relația este $n$-ară). De ex., dacă avem relația binară $x = x$ ea este universală în universul indivizilor.

**RELAȚIE VIDĂ,** relație care nu se realizează pentru nici un obiect din orice univers. De ex., relația $x \neq x$ este vidă în universul indivizilor.
**RELAȚII DE IMPLICAȚIE,** clasă de relații de ordine caracterizată prin următoarele proprietăți: a) tranzitivitate, b) incompatibilitate între primul termen luat pozitiv și al doilea termen luat negativ, c) nesimetrie (v.), d) modus ponens. Notînd cu $p, q, r$ termenii și cu $\Rightarrow$ relația, proprietățile a) și b) vor fi redate respectiv prin $(p \Rightarrow q \ \& \ q \Rightarrow r) \Rightarrow$ $\Rightarrow (p \Rightarrow r), p \Rightarrow q \equiv \overline{p \ \& \ \bar{q}}$ Se exprimă în formă ipotetică „dacă *a* atunci *b*", adică prin propoziții implicative (ipotetice). Cele mai cunoscute relații de implicație sînt *implicația cauzală* (v.), *implicația inferențială* (v.), *implicație nomologică* (v.), *implicație contrafactuală* (v.), *implicație materială* (v.), *implicație strictă* (v.).
**RELAȚII DE ORDINE,** clasă de relații caracterizate prin tranzitivitate, nesimetrie și, în unele cazuri, prin reflexivitate. Vom spune că avem relații de ordine *slabe* cînd ele sînt *Ref, Nesym* și *Trans.* Astfel de relații sînt: $\leq$, $\rightarrow$, $\subset$. Vom spune că avem relații de ordine *tari* dacă ele sînt *Neref, Nesym* și *Trans.* O astfel de relație este $<$.
**RELAȚII DE PREECHIVALENȚĂ,** clasă de relații caracterizate prin reflexivitate, simetrie și netranzitivitate. O astfel de relație este similitudinea ($\approx$). Ea este netranzitivă, căci se poate ca $x$ să semene cu $y$ și $y$ să semene cu $z$ și totuși $x$ să nu semene cu $z$ (v. *asemănare*).
**RELAȚII DE SUCCESIUNE,** clasă de relații caracterizate prin proprietățile *Iref, Asym, Intrans.* Astfel relațiile „$x$ este tatăl lui $y$", „$y$ urmează imediat după $x$", „$x$ descinde din $y$" sînt de succesiune. Relațiile din arborele filogenetic sînt, evident, de succesiune.

**REPLICAȚIE,** denumire pentru funcția conversă implicației. Dacă $p \rightarrow q$ este implicația atunci $q \rightarrow p$ va fi **r.** Se poate nota și astfel: $p \leftarrow q$ (citește „$p$ dacă $q$")
Are matricea următoare:

| $p$ | $q$ | $p \leftarrow q$ |
|---|---|---|
| *v* | *v* | *v* |
| *v* | *f* | *v* |
| *f* | *v* | *f* |
| *f* | *f* | *v* |

**REPREZENTARE,** orice sistem de obiecte din experiență pus în corespondență cu un sistem formal astfel că avem un raport de biunivocitate între obiectele și modurile de construcție din sistemul formal și obiectele și modurile de construcție din sistemul de obiecte. **R.** este izomorfă cu sistemul formal, ea diferă de *interpretare* (v.). Ca exemplu de **r.** avem aritmetizarea gödeliană a sistemului *Principia Mathematica.*

**REPREZENTĂRI MINIME ABSOLUTE.** O **r.m.** este **a.** în baza ($-$, &, V) dacă și numai dacă nu există o formă cu mai puține semne decît forma minimă dată și care să fie echivalentă cu funcția supusă minimizării. O metodă simplă de a obține astfel de reprezentări absolute este introducerea in paranteză. Exemplu: pentru $p_1p_2 \vee \bar{p}_1p_2$ reprezentarea absolută va fi

$$p_2 (p_1 \vee \bar{p}_1)$$

**REUNIUNE,** operație cu mulțimi notată de regulă cu $\cup$ și definită astfel: $X \cup Y \equiv \{x / x \in X \vee x \in Y\}$. Aceasta înseamnă că **r.** $X \cup Y$ este formată din elementele care aparțin lui $X$ și elementele care aparțin lui $Y$. Legi în raport cu **r.** $X \cup Y \equiv Y \cup X$ (comutativitatea), $(X \cup Y) \cup Z \equiv$

$\equiv X \cup (Y \cup Z)$ (asociativitatea), $X \cup X \equiv X$ ca (idempotenţa), $X \cup (Y \cap Z) \equiv (X \cup Y) \cap (X \cup Z)$ (distributivitate), $X \cup (X \cap Y) \equiv X$ (absorbţia), $\overline{X \cup Y} \equiv \overline{X} \cap \overline{Y}$ (legea lui de Morgan). Exemplu de mulţimi reunite „mulţimea de bărbaţi şi femei", „mulţimea numerelor naturale şi a numerelor negative întregi". Notăm că **r.** nu exclude posibilitatea că $X$ şi $Y$ să aibă şi elemente comune. Astfel „mulţimea studenţilor şi mulţimea muncitorilor" este o **r.** în care pot exista elemente comune (unii studenţi sînt şi muncitori). Un caz special de **r.** este **r.** infinită scrisă astfel

$$\bigcup_{i=1}^{\infty} X_i$$

**REZOLVARE DE ANTINOMII** 1. A dezvălui supoziţiile care generează antinomia şi a le infirma prin însuşi faptul că antinomia apare, 2. A restructura de aşa manieră postulatele sistemului încît antinomia să nu mai apară în sistem. În ambele cazuri soluţia — adică „eliminarea antinomiei" — presupune că am analizat suficient *cauzele* ei (condiţiile suficiente care o generează). În nici un caz *rezolvare* nu înseamnă eliminarea odată pentru totdeauna a oricărei antinomii. O metodă de rezolvare presupune a) revizuirea conceptelor şi principiilor fundamentale ale teoriei şi logicii cu care operează; b) explicaţia apariţiei antinomiei în contextul dat, c) formularea de postulate (axiome, reguli, supoziţii metateoretice) cu caracter restrictiv care să elimine posibilitatea apariţiei de concepte şi propoziţii antinomice. Dintre metodele cele mai cunoscute amintim . 1) metoda tipurilor *(v. teoria tipurilor)*, 2) metoda axiomatică (cu diferite variante), 3) metoda intuiţionistă, 4) metoda semantică (Tarski), 5) metoda lui Bocivar. Metoda tipurilor formulată de Russell explică paradoxul prin „cercul vicios" (= cercul de tip = autoraportare) şi propune evitarea antinomiilor prin ierarhia tipurilor şi regu de operare cu tipurile. Pentru sistemele formale se precizează regula de substituţie *(v. teoria tipurilor)* Metoda axiomatică are trei variante date de: a) Zermelo—Fraenkel (*Z F*), b) Bernays — von Neumann, c) Hilbert. Sistemul *Z F* acceptă numai acele mulţimi care satisface axiomele sistemului şi elimină raţionamentele care duc la antinomii. Raţionamentele prin absurd sînt considerate în acest sistem „ca demonstraţii prin *reductio ad absurdum (v.)* de neexistenţă a unor astfel de mulţimi paradoxale (Fraenkel). Von Neumann şi Bernays acordă un statut special claselor universale (ele nu pot fi elemente) şi chiar se exclud indivizii din sistem (Bernays). Cuantorii se aplică doar la ele ente. Hilbert propune să se opereze numai cu metoda axiomatică formală care are de a face cu obiecte grafice şi reguli precise de operare cu acestea. Propoziţiile — singurele între care pot apare contradicţii — dispar în acest fel Tarski consideră că antinomiile semantice pot apare numai în limbajul curent nu şi în limbajul formalizat. Limbajul curent (natural sau corespondentul său scris) este inevitabil antinomic prin calităţile sale. Între altele aci se confundă *limbajul-obiect (v.)* cu *metalimbajul*, ceea ce nu se întîmplă în cazul *limbajului formalizat (v )* Pentru Bocivar antinomiile pot apare numai în sistemele de *logică aplicată (v )* nu în *logica pură (v.)* Logica aplicată conţine predicate determinate şi, deci, supoziţii de existenţă, ceea ce logica pură nu conţine (cel puţin nu în forma în care apar în logica aplicată) Antinomiile sînt rezultatul conflictului dintre axiomele de existenţă şi supoziţiile de existenţă ale predicatelor paradoxale. Se poate arăta că printr-o analiză adîncită a ideilor logice curente se ajunge la soluţionarea ı › u or în primul sens.

# S

**SALTUS IN PROBANDO** (lat. „salt în demonstrație"), demonstrație în care se omite termenul mediu (v. *silogismul simplu*)

**SALTUS SIVE HIATUS IN DIVIDENDO** (lat. „salt în diviziune"), eroare logică în diviziune *(v. diviziune, regulile clasificării)*.

**SAU**, constantă *(particulă)* logică utilizată pentru a exprima *disjuncția*. Ca și particula *și* ea se utilizează în mai multe accepții: **1)** pentru a exprima disjuncția stărilor de fapt („plouă sau ninge", „plouă sau e vreme frumoasă"), **2)** pentru a exprima funcția de adevăr a disjuncției („$p$ sau $q$"), **3)** pentru a exprima disjuncția a două relații („$xRy$ sau $xQy$"), **4)** ca operator logic pentru a exprima disjuncția de propoziții, **5)** cu rol sintactic pentru a forma propoziții compuse, expresii logice propoziționale sau termeni logici. Distingem apoi *sensuri tari* (exclusive) și *sensuri slabe* (neexclusive). Uneori pentrn a distinge sensul tare se procedează la o repetiție în acest fel „*sau p sau q*" („sau plouă sau e vreme frumoasă") Iată și o utilizare neexclusivă „este student sau sportiv").

**SAU ȘI**, conjuncție complexă care redă *disjuncția neexclusivă (v.)* · *A* sau *B* sau (*A* și *B*) De ex.; „la festivitate participă studenți sau muncitori sau și studenți și muncitori". Uneori (sub influența altor limbi) e redată prin „și/sau", dar aceasta nu corespunde cu ordinea logică a componentelor după cum se poate observa din schema explicativă.

**SCHEMA DEFINIȚIEI ADEVĂRULUI** *(A. Tarski)*. Pornind de la definiția „adevărului-corespondență", A. Tarski a formulat următoarea schemă de definiție a expresiei „$x$ este propoziție adevărată". (1) $x$ este propoziție adevărată dacă și numai dacă $p$ În această schemă $x$ este numele propoziției, $p$ este însăși propoziția tradusă în metalimbaj. Schema presupune. a) propoziția dată într-un *limbaj-obiect*, b) construirea unui nume pentru propoziție, c) un metalimbaj în care să traducem propoziția. Fie de ex., propoziția $2 + 3 = 5$ în limbajul aritmetic (limbaj-obiect) și fie traducerea ei in limba română (=metalimbaj) *doi plus trei este egal cu cinci*. Este necesar să construim un nume pentru propoziție. Putem s-o numim introducînd-o în ghilimele sau s-o denumim cu cifra I (unu roman) Ca urmare, definiția adevărului *acestei propoziții* va putea lua forma „$2 + 3 = 5$" este propoziția adevărată dacă și numai dacă *doi plus trei este egal cu cinci*, sau forma I este propoziție adevărată dacă și numai dacă *doi pus trei este egal cu cinci*. Interpretarea exactă a schemei (1) este următoarea. (2) $x$ este propoziție adevărată dacă și numai dacă *are loc p*. Aceasta înseamnă că aplicarea predicatului *adevăr* la propoziție este condiționat exclusiv de aceea că *are loc starea de fapt* exprimată de $p$ De ex., aplicarea predicatului *adevărat* propoziției „$2 + 3 = 5$" depinde exclusiv de aceea că (în realitate) *are loc starea de fapt* că doi plus trei este egal cu cinci.

**SCHEMĂ DE AXIOMĂ**, formulă construită cu variabile metateoretice *(sintactice)* astfel că înlocuind aceste variabile cu formule corecte din «calculul logic dat» obținem formule identic -adevărate (universal-valabile) ale respectivului calcul. Fiecare asemenea formulă obținută

prin înlocuirea în schema de axiome va fi numită *axiomă*. Fiecărei **s. de a.** îi corespunde în acest fel o infinitate de axiome. **S. de a.** au fost introduse prima dată de J. von Neumann (1927). O regulă simplă de a obține **s. de a.** este de a lua axiomele unui calcul axiomatic și de a înlocui variabilele calculului cu variabile sintactice. De ex. pentru axioma din sistemul SHA (1) $(p \vee q) \rightarrow p$ vom obține s. de a. (2) $(A \vee A) \rightarrow A$. Invers, prin înlocuirea lui $A$ în schema cu formule din calculul HA obținem o infinitate de axiome (între care se va afla și axioma (1)). Astfel, vor fi axiome (3) $(q \vee q) \rightarrow q$ (4) $((q \rightarrow p) \vee (q \rightarrow p)) \rightarrow (q \rightarrow p)$ (5) $((\bar{p} \vee r) \vee (\bar{p} \vee r)) \rightarrow (\bar{p} \vee \vee r)$. Ca exemplu de **s. de a.** pentru calculul predicatelor avem: (6) $\forall x\, A(x) \rightarrow A(y)$. Am înlocuit numai variabilele predicative cu variabile sintactice, dar putem înlocui și variabilele individuale, de ex., astfel (7) $\forall i\; A(i)_2 \rightarrow A(j)$. Orice formulă de această formă va fi o axiomă, de ex.: (8) $\forall x\, (F(x)\, \&\, F(y)) \rightarrow (F(z)\, \&\, F(y))$. Axioma se obține punînd în locul lui $A(i)$ o formulă cu variabila $i$ cuantificată, care în a doua parte va fi înlocuită cu o variabilă liberă diferită. În calculele care operează cu **s. de a.** ne dispensăm de regula substituției. Totuși regula de substituție este trecută în mod tacit în relația dintre metavariabile ($A$, $B$, $C$, ...) și formulele calculului. Sistemul bazat pe **s. de a.** este un exemplu de *teorie formală* cu două straturi *(v. teorie, metateorie)*. După J. von Neumann raționamentul pe baza **s. de a.** poate lua forma lui *Barbara (v.)*: Orice formulă de forma $A$ este necesar adevărată; orice formulă de forma $A^*$ este de forma $A$, deci, orice formulă de forma $A^*$ este necesar adevărată.

**SEMANTICA RELAȚIEI DE REFERINȚĂ,** concepție semantică conform cu care expresiile limbajului cognitiv (termeni, propoziții) *se referă* (sau presupun că se referă) la o entitate (fizică sau abstractă). Entitățile fizice sînt indivizi fizici, evenimente, fenomene, entitățile abstracte sînt *obiecte abstracte (v.), obiecte generale (v.), obiecte ideale (v. idealizare)*. Entitatea la care se referă expresia este numită *denotat (v.)*, sau *referent* (v.), iar *modul în care se referă* este numit *sens (v.)*. Pe lîngă aceasta, expresia *se aplică* la unul sau mai multe entități. De ex. termenul *om* se referă la un *obiect general* care este *genul om* (= unul în multiplicitatea indivizilor umani) și anume se referă la *om* din punctul de vedere al proprietății de *a fi animal rațional* (sau alte proprietăți definitorii). Pe de altă parte, termenul *om se aplică* la un număr nedefinit de mare de indivizi umani. Propozițiile se referă la entitatea despre care vorbesc. Sensul lor coincide cu informația transmisă, iar aplicația cu mulțimea cazurilor particulare (individuale) la care predicatul propoziției se poate aplica în sfera subiectului. **S. r. de r.** poate fi descriptivă, așa cum s-a schițat mai sus, sau bazată pe *generalizarea structurală (v.)* cum e semantica relației de denumire a lui Frege *(v. Metoda relației de denumire)*.

**SEMANTICA SISTEMELOR MODALE.** Interpretarea sistemelor modale se face cu ajutorul *lumilor posibile (v.)* sau *descrierilor de stare (v.)*. Carnap interpretează cu ajutorul conceptului de *lume posibilă* (în terminologia sa

*descriere de stare*) sistemul $S_5$ Interpretarea lui Carnap este dată în următorul tabel:

| Proprietatea modală a unei judecăţi | Operatorul de bază $N$ | Operatorul de bază $\Diamond$ | Proprietatea semantică a unei propoziţii |
|---|---|---|---|
| Necesar | $Np$ | $\sim\Diamond\sim p$ | L — adevărat |
| Imposibil | $N\sim p$ | $\sim\Diamond p$ | L — fals |
| Contingent | $\sim Np\cdot\sim N\sim p$ | $\Diamond\sim p\cdot\Diamond p$ | Factual |
| Non-necesar | $\sim Np$ | $\Diamond\sim p$ | Non—L—adevărat |
| Posibil | $\sim N\sim p$ | $\Diamond p$ | Non—L—fals |
| Non-contingent | $Np\vee N\sim p$ | $\sim\Diamond\sim p\vee\sim\Diamond p$ | L—determinat |

Hintikka şi Kripke dezvoltă teoria lumilor posibile şi arată că pot exista mai multe variante de teorii ale lumilor posibile (teoria lui Carnap fiind doar una din ele). Ei interpretează mai multe sisteme Lewis ($S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$). Necesarul este interpretat ca „totdeauna şi pretutindeni adevărat", iar posibilul ca „uneori şi în anumite locuri adevărat".

**SEMANTICĂ LOGICĂ,** parte a semioticii logice. Termenul de *semantică* a fost introdus în logică de Tarski (1936). Există două puncte de vedere asupra semanticii neexplicit formulate: 1) semantica studiază conţinutul unui limbaj dat, 2) semantica studiază interpretarea sistemului sintactic (sau, cum se exprimă A. Church a „sistemului logistic"). Există totuşi o deosebire esenţială: în primul caz semantica este dată odată cu limbajul, în al doilea caz sistemul sintactic (mai exact sistemul) abia urmează *să devină limbaj prin interpretare* şi prin urmare să aibă semantică. Altfel spus, într-un caz dimensiunea semantică *există*, în celălalt caz urmează să *devină*. Una este să studiezi semnificaţia unei expresii şi alta e să transformi o *formă grafică* (din sistemul formal) în expresie prin adăugarea de semnificaţie. Explicaţia ambiguităţii provine de la faptul că „limbajele logicii moderne" s-au desprins în mare măsură de conţinut reducîndu-se la *formă*, la carcasa sintactică, ca să ne exprimăm mai plastic, şi rămînînd în acest fel deschise diferitelor conţinuturi. În măsura în care semantica studiază limbajul (deci un sistem sintactico-semantic) se impune de la sine definiţia următoare: semantica studiază relaţiile (informaţionale) dintre expresii şi obiect, precum şi relaţiile dintre expresii în funcţie de relaţiile cu obiectul. În al doilea caz putem vorbi cel mult de *semantica posibilă* sau pur şi simplu de *teoria interpretării (v. interpretare)*. În acest caz, studiem nu o semantică dată (ca în cazul limbajului natural) ci *condiţiile* unei semantici posibile. Indiferent dacă vom lua termenul *semantică* în înţelesul mai restrîns sau mai larg noi vom porni de la presupunerea că dispunem de un limbaj (sistem sintactico-semantic). Limbajul se dedublează în latura sintactică şi latura semantică, după care sistemul sintactic redevine limbaj prin interpretare. Cum unul şi acelaşi sistem sintactic poate lua diferite interpretări, vom obţine limbaje diferite izomorfe (sintactic). Ca urmare, semantica se va desfăşura în trei etape: 1) semantica «gîndirii logice» în limbajul natural (şi în genere limbajul concret), 2) semantica limbajului special al logicii şi a unor sisteme logice aplicate, 3) teoria interpretării. Categoria principală a semanticii este *semnificaţia (v.)* în primul rînd *semni-*

*ficația cognitivă (v.).* La rîndul ei semnificația cognitivă presupune *semnificația denotativă* (sau *semnificația denominativă*) cu componentele *denotat (v.), sens (v.)* Alte noțiuni corelate (adeseori identificate) cu denotatul și sensul sînt *extensiunea (v.)* și *intensiunea (v.)* Urmează apoi *valoarea logică (v.),* mai restrîns *adevărul (v.).* Pentru teoria interpretării avem categoriile: *interpretare, model* (resp. *lume posibilă*) *(v.)* Există două metode principale de tratare semantică a expresiilor: 1) *metoda relației de referință* (în particular, *metoda relației de denumire*), *(v.),* 2) *metoda extensiunii și intensiunii (v.)*
În teoria interpretării va fi studiată corespondența dintre *termenii sintactici* (resp. teoremele sintactice) și *termenii semantici* (resp. teoremele semantice). Elemente de **s. l.** se găsesc încă la Aristotel (în *Categorii, Despre interpretare, Topica, Respingerile sofistice*), la stoici *(v lekta),* în logica medievală (*v doctrina universalelor* ș.a.), la Leibniz (*v. characteristica universalis* ș.a.), la Boole și J.S Mill, dar adevăratul întemeietor al **s. l.** este Gottlob Frege cu al său studiu *Sens și semnificație.* Contribuții importante au B. Russell și A. Tarski. R. Carnap sistematizează pentru prima dată **s. l.** în *Introducere în semantică* (1942) și apoi în *Semnificație și necesitate* (1946)

**SEMIOTICĂ LOGICĂ,** parte a *metalogicii (v )* în care este studiat limbajul sistemelor logice (de ex.: limbajele sistemelor propoziționale, limbajele sistemelor predicative ș a ) Semiotica poate fi formulată pentru un singur sistem logic sau pentru o clasă de sisteme logice. Un limbaj poate fi studiat din trei puncte de vedere: *sintactic (v. sintaxa logică), semantic (v. semantica logică)* și *pragmatic (v. pragmatica logică).* Limbajul semioticii logice este metalimbaj în raport cu limbajele-obiect studiate Semiotica studiază vocabularul (semnele de bază), clase de expresii, sisteme lingvistice (ca întreg), relațiile dintre diferite sisteme de limbaj logic. Ea formează concepte și termeni asupra acestora. Scopul semioticii este de a descrie condițiile sistemelor de limbaj logic in vederea perfecționării acestora. În sens mai general **s. l.** studiază condițiile oricărui limbaj al sistemelor logice pure sau aplicate (de ex.: limbajul sistemului deductiv al matematicii), pe scurt, ea studiază limbajul oricărei *construcții logice.* O particularitate a semioticii constă în faptul că o serie de termeni își dedublează semnificația în funcție de latura (sintactică sau semantică) la care sînt raportați. De ex.: *termen* sau *propoziție* în sens sintactic și în sens semantic.

**SEMN,** formă materială dotată cu semnificație sau care ajută la precizarea semnificației. După gradul în care au semnificație proprie (gradul de independență a semnificației în raport cu alte s.) **s.** se împart în trei 1) **s.** cu semnificație complet independentă în cadrul limbajului, 2) **s.** care au semnificație completă numai în contextul altor s. și 3) **s.** auxiliare — ele nu au semnificație proprie, ci doar ajută la precizarea semnificației Acesta este criteriul de bază Exemple *Eminescu, poet, om, rațional* au semnificație completă în limba română. Simbolurile *p, q, r, . .* au semnificație completă în limbajul funcțiilor de adevăr Cuvintele *nu, și, sau* ca și simbolurile —, &, V, ∀ (în *logica standard v* ) au semnificație completă numai in contextul altor semne „nu plouă", „este soare și cald", „animalele sînt vertebrate sau nevertebrate", „$\bar{p}$", „$p$ & $q$", „$p \vee q$", „$\forall x\, Fx$". În fine, așa-numitele **s.** de punctuație (puncte, virgule, paranteze) sînt semne care ajută la precizarea semnificației. Există și alte criterii de clasificare, de ex : a) după cum au nemijlocit semnificație sau mijlocit, respectiv **s.** *ideografice* și **s.** *cu structură alfabetică;* b) după cum sînt *naturale* sau *artificiale* (convenționale); c) **s.** *elementare, compuse,* d) **s.** *constante, variabile.* Uneori **s.** este luat în înțelesul mai restrîns de **s.** *ideografic (simbol) (v ),* deose-

bindu-se de *cuvinte*. În limbajele formalizate s. sint determinate prin indicarea (postularea) unei liste de s. elementare și a regulilor de formare pentru s. care sint termeni. Clasificarea s. în limbajele simbolice corespunde cu clasificarea după gradul de independență a semnificației: 1) s. *termeni*, 2) s. *operatoriale (v. operator)* și 3) s. auxiliare (a se vedea exemple date mai sus). Exemplu în limbajul matematic: 1, 2, x, y — s. **termeni**; +, —, × — s. *operatoriale*; (,) — s. *auxiliare*. Foarte importantă este în limbajele simbolice distincția între *constante* și *variabile* (v. *variabilă*). În sintaxa logică s. se definește prin intermediul *echivalenței grafice (v.)*. Prin aceasta vom avea în vedere totdeauna „semnul în *L*". Definiția are structura următoare: 1) se postulează o inscripție grafică, 2) se definește s. în *L* ca fiind „totalitatea inscripțiilor echivalente grafic cu inscripția dată". Cu alte cuvinte, s. este *clasa inscripțiilor din L echivalente grafic între ele*. Fiecare clasă de s. poartă o denumire, de ex., *variabile propoziționale, operatori, semne auxiliare* (în *L*). Există încă o posibilitate de a defini s. în sintaxă, anume prin ansamblul *operațiilor formale* specifice semnului în *L*. Acesta este s. raportat la «rolul» său formal sau la ceea ce unii logicieni numesc «sensul formal». De ex., *variabila*, poate fi definită prin tipul de substituție specific. În ce privește semnificația trebuie să reținem următoarele: 1) în limbajele naturale s. sint principial polisemantice, 2) în limbajele formalizate s. (semnificante) sint definite *univoc*, dar nu este exclusă *ambiguitatea sistematică (v.)*, univocitatea este asigurată de context, nu de utilizarea în limbaj în general. O ambiguitate fundamentală este determinată de dubla funcție a s. *uz* și *menționare (v.)*. În a dona funcție s. este utilizat *autonim* (= ca autodenumire). În limbajele formalizate *uzul* este separat de *menționare*: s. este *utilizat* în *L* și *menționat* în *ML*. În acest fel, orice s. este separat de numele său.

**SEMNIFICAȚIE** (lat. „significatio"), noțiune care apare în logica medievală în cadrul teoriei despre *proprietate terminorum*. Un cuvînt pentru a intra ca termen în propoziție trebuie să transmită o *formă* (W. de Shyreswood). Ockham a adoptat o poziție conceptual-nominalistă în problema s. termenilor generali, ei desemnează indivizii la care se aplică. Burleigh critică doctrina lui Ockham. Noțiunea a fost reluată în logica modernă ca o categorie a semanticii. Coincide cu ceea ce se mai numește și „conținutul expresiei", adică ceea ce ne transmite expresia cînd este pronunțată și auzită (sau scrisă și citită). Expresiile pot avea tipuri diferite de conținuturi, iar uneori una și aceeași expresie are diferite tipuri de conținuturi. Vom distinge cîteva tipuri de s. . a) s. *cognitivă (v.)*, b) s. *pragmatică (v.)*, c) s. *emoțională*. Logica se interesează de s. *cognitive* dar în ultima vreme s-a trecut la analiza logică și a expresiilor cu s. *pragmatică*. Prin aceasta se deschide posibilitatea de a formula unele sisteme de *logică aplicată (v.)* Clasificarea dată poate fi insuficientă dacă ne gîndim la diviziunea expresiilor în termeni și propoziții. Cel puțin o parte din termeni (numele proprii) nu par a avea s. cognitivă. Cînd cineva pronunță *Napoleon* acest nume ne poate *evoca* multe despre Napoleon, dar strict vorbind cel ce pronunță numele (dacă nu cumva o face într-un context special) nu transmite ceva *anume* (precizat). Dar la drept vorbind același lucru se întîmplă și cu termenii generali simpli *(om, animal)*. Și ei pot *evoca* ceva dar nu spun nimic precis. Numele compuse (de ex.. *descripțiile)* par a comunica mai mult decît termenii simpli, dar și aci mai degrabă se delimitează sfera evocării decît se spune ceva precis. De ex.: „autorul poemului «Luceafărul»" este o expresie care ne evocă un poet care a scris un poem anume, dacă cunoaștem numele poetului atunci facem imediat o judecată de identificare. Evocarea va depinde și într-un caz și în altul de stocul nostru de informații

în legătură cu termenul respectiv. Nu e vorba de faptul că tot acest stoc ar fi *reactivat*. ci de *sfera* din care putem reactiva ceva. De altfel, nu este exclus să ne limităm la simpla *impresie psihică* de înțelegere a numelui. Tot psihologic, după auzirea unui termen (sau citirea lui) intrăm într-o poziție de *expectativă* — așteptăm informația determinată. Ar mai trebui să spunem că în procesul evocării ar putea apare, pe lîngă idei, reprezentări. Aceste aspecte țin de psihologie și noi le putem lua doar ca punct de plecare pentru înțelegerea problemei semantice Putem noi spune că simpla « rostire » a termenilor are ca scop *evocarea*? Dacă numele este inclus într-un context propozițional evident că evocarea este doar un punct de sprijin pentru a-l face pe interlocutor să înțeleagă propoziția. În acest fel termenii participă la funcția comunicativă a propoziției și, deci, la tipul de s. pe care-l are propoziția. Totuși termenul are și o altă funcție, anume una *denominativă*, el este *nume pentru ceva* (real sau presupus). În acest sens termenul are scopul de a *invoca* ceva. Folosim capacitatea de *evocare* pentru a *invoca* conceptul (ideea) *despre un obiect* (în sens logic general). Indirect, în acest caz, *presupunem* obiectul, cu alte cuvinte funcția denominativă a termenului Aceasta este o altă latură a *semnificării*. Vom numi-o *semnificație denominativă*, (sau *denotativă*).

**SEMNIFICAȚIE COGNITIVĂ.** O expresie are s. c. dacă este propoziție care poate fi calificată ca adevărată sau falsă sau într-un mod oarecare nuanțat adevărată sau falsă. Un termen are s. c. dacă el face parte dintr-o propoziție cognitivă, mai exact el *participă* la semnificația cognitivă. Propoziția la rîndul ei are *semnificație denominativă (v. semnificație)* prin intermediul termenilor. Altfel spus, propoziția conferă termenilor pe care-i conține s. c.; iar termenii conferă propozițiilor din care fac parte semnificație denominativă. În acest fel fiecare are un fel de semnificație *proprie* și una *conferită*. Există însă cuvinte (sau în genere semne) care nu sînt nici termeni, nici propoziții, de ex., cuvintele de legătură. Ele nu au semnificație independentă, ci doar în contextul termenilor sau propozițiilor. Unitatea semantică de bază este *propoziția*, de aceea în sistemul semanticii conceptul *propoziție* este *concept prim*. Propoziția este comunicare completă, ceea ce nu este termenul luat separat. Semantica se constituie raportîndu-se la calitățile semantice ale propozițiilor. Pe de altă parte, s. c. este semnificația de bază Pornind de la ea, adică de la anumite calități ale ei, putem defini alte concepte semantice. Pentru semantica logică s. c. este scopul principal al studiului. Alte feluri de semnificații, ca semnificațiile pragmatice și emoționale, fiind abordate tangențial.

**SENS,** categorie a semanticii logice. A fost introdusă de Frege în corelație cu denotatul (în germană *Sinn* în raport cu *Bedeutung*). În limbajul natural are o accepție mai largă și, evident, mai liberă decît în semantica logică. Dealtfel, această precizare se impune în legătură cu mulți termeni ai semioticii logice. Definirea categoriei de s. este destul de grea, nu considerăm că există una care să satisfacă toate exigențele logicii Pentru gîndirea în limbajul formalizat problema nu prezintă, se pare, interes deosebit, dar pentru discursul logic în limbaj natural ea este de o deosebită importanță. Frege a dat o sugestie pe care o considerăm esențială — o expresie nu este pur și simplu raportată la ceva (adică la denotat, altfel spus, ea nu este doar pusă în relație de corespondență cu un obiect (ca întreg) ci este pusă în astfel de relație „într-un anumit mod". Putem asocia numele „Mihai Eminescu" cu un anumit individ, dar n-o facem în mod abstract, ca în teoria mulțimilor, ci ne raportăm sub un anume aspect, dintr-un anumit punct de vedere, din unghiul de vedere al unei proprietăți.

sau al unui grup de proprietăți. De ex · ne raportăm la *Mihai Eminescu* ca la *autorul poemului „Luceafărul"* sau ca la *poetul născut la Ipotești în anul 1850* La întrebarea „la ce se referă numele *Mihai Eminescu*" noi am fi putut răspunde (dacă poetul ar fi în viață) pur și simplu ostensiv (adică indicîndu-l direct). Pentru numele proprii această posibilitate este realizabilă în multe cazuri. La întrebarea „ce sens are numele *Mihai Eminescu*?" un răspuns ostensiv este exclus Sîntem nevoiți să dăm o *descripție (v.)*, de ex., una din cele două de mai sus. Dacă descripția este univocă (și numai o astfel de descripție poate determina exact *denotatul (v.)* atunci putem spune că ea este *definitorie*. Pentru termenii generali metoda ostensivă este în general exclusă. Aci denotatul nu mai poate fi dat decît printr-o expresie *definitorie*. Numai într-o concepție extensionalistă am fi tentați să dăm ostensiv denotatul (în presupunerea că numărul indivizilor este suficient de mic). Cum stau lucrurile cu propozițiile (declarative)? Am considerat că s. termenilor este dat printr-o definiție și putem spune că aceasta este în acord cu uzul obișnuit cînd a cere cuiva să dea s. echivalează cu a cere o definiție. Definiția este o propoziție (sau un ansamblu de propoziții). Propozițiile au s. prin sine (ca și numele descriptive). S. unei propoziții este *informația* pe care o transmite, altfel spus gîndul, ideea sau judecata. Este s. oricărei judecăți „mod de a ne referi" la un obiect? Desigur. Cînd spun „Ion este tehnician" eu mă refer la un individ din punctul de vedere al proprietății indicate. Spre deosebire însă de s. termenilor, s. acestei propoziții *nu mai este definitor*. În *semantica relației de referință (v.)* s. nu este definitor pentru referent în toate cazurile, el este astfel în *metoda relației de denumire* (Frege, Church). Vom reține ca un postulat al semanticii relației de referință, care nu este identică cu *metoda relației de denumire (v.)*, că s. *determină referentul într-un mod definitoriu sau într-un mod mai general*. Pentru termeni s. determină totdeauna denotatul, pentru propoziții numai în cazul definițiilor. Pentru unul și același denotat putem da multe s. În acest fel expresiile cu s. se pot afla în următoarele relații: (1) expresiile sînt logic echivalente, (2) expresiile sînt identice (= *sinonime*), (3) expresiile sînt echireferente, dar au s. diferite, (4) expresiile sînt diferite ca s. dar sînt extensional echivalente. Ca o constatare gnoseologică (Frege, Church) putem adăuga pentru s. proprietatea că el poate fi însușit fără a ști altceva despre denotat (sau chiar fără a ști ceva definitor). A. Church mai spune că s. este ceea ce rămîne identic cînd traducem o propoziție dintr-o limbă in alta.

**SFERA NOȚIUNII**, clasă de obiecte la care se aplică *conținutul* noțiunii (v.) Modul acesta de a defini s. n. este foarte comod însă există contexte din care rezultă că expresia s. n. are și un înțeles mai restrîns, un înțeles care reflectă starea n. la un moment dat. Astfel, cînd cerem cuiva să ne dezvăluie s. n., nu-i putem cere să indice toate cazurile la care se aplică noțiunea, mai degrabă îi cerem să ne dezvăluie *speciile* cunoscute (dacă n. este generală), însă in multe cazuri nimic nu garantează că dincolo de speciile enumerate nu vor mai fi și altele. Dacă expresia s. n. este cuprinsă în întrebarea: „care este s. n. *N*?" atunci această întrebare n-are sens decît dacă putem indica speciile cunoscute, altfel răspunsul este unul tautologic; adică o repetare a definiției sferei · s. n. *N* este totalitatea obiectelor la care se aplică *N*. Vom distinge așa dar, în anumite contexte, „sfera cunoscută" și „sfera reală". În mod corespunzător concepem conținutul real ca fiind *totalitatea determinărilor* unei clase de obiecte. Sfera reală a n. *vertebrat* cuprinde toate vertebratele, sfera cunoscută cuprinde numai vertebratele (speciile) cunoscute. Cînd unii autori concep n. ca *reflectare* și apoi vorbesc de sferă (definită în cea mai largă accepție) ca o latură a n.

aceasta este o inconsecvență — sfera reală este inclusă în reflectare. Pentru a ieși din această încurcătură nu avem decit două soluții. a) sau *sfera* este luată în sens de *sferă cunoscută*, sau b) **n.** este privită din două puncte de vedere (nu se mai vorbește de laturi ale ei) — *al conținutului și al clasei de obiecte la care se aplică*. Sfera reală apare ca o sferă potențială în raport cu sfera cunoscută Ea este domeniul de extindere al sferei cunoscute. Pentru a nu confunda planul obiectiv cu cel subiectiv este de preferat să impunem următoarele restricții : a) **n.** este ceea ce este dat prin definiție ; b) conținutul *asociat* **n.** este totalitatea determinărilor asociate cu determinarea dată prin definiție ; c) sfera *asociată* **n.** este clasa la care se aplică conținutul asociat, d) se presupune că sfera este exact delimitată (dacă nu se prevede altfel). Putem desigur considera *cazul ideal* în care întregul conținut real, in caz că există, este reflectat (respectiv întreaga clasă reală). Studiul **n.** se poate face în condițiile acestei *idealizări*. Prin urmare, sau adoptăm un punct de vedere ontologic sau punctul de vedere al idealizării (**n.** absolute).

**SILOGISM** (gr. *syllogismos*), raționament deductiv bazat pe cel puțin trei judecăți, ultima dintre ele fiind *concluzia*, iar celelalte *premisele*. **S.** poate fi reprezentat ca o „schemă de deducție" în care se asertează premisele și se indică prin cuvintul *deci*, concluzia. În acest sens se obișnuiește a se scrie judecățile pe verticală după schema :

$$\frac{\begin{array}{c}\alpha\\ \beta\end{array}}{\gamma}$$

(citește : „$\alpha$, $\beta$ deci $\gamma$")
Aci $\alpha$, $\beta$ sint premisele, iar $\gamma$ concluzia. Există și un alt mod de a citi schema: „din $\alpha$ și $\beta$ urmează $\gamma$". Există o anumită deosebire între cele două moduri de citire. Cînd spunem „$\alpha$, $\beta$ deci $\gamma$" (ori „$\alpha$, $\beta$ prin urmare $\gamma$") exprimăm prescurtat același lucru pe care-l redăm în expresia : „este adevărat $\alpha$, este adevărat $\beta$ și deci este adevărat $\gamma$" ; dar cînd spunem „din $\alpha$ și $\beta$ urmează $\gamma$" *ideea de adevărat nu este presupusă*, atenția este toată concentrată asupra *derivării* lui $\gamma$ din $\alpha$ și $\beta$. **S.** mai poate fi reprezentat apoi sub forma unei *propoziții ipotetice* (= propoziții implicative) : „dacă $\alpha$ și $\beta$ atunci $\gamma$" După opinia lui Lukasiewicz, Aristotel ar fi dat forma de propoziție ipotetică („de teză") s., nu de schemă de deducție („regulă de deducție"), forma inferențială (de „schemă de deducție") ar fi fost dată mai tirziu. Evident că pentru anumite scopuri, de ex. *didactice* forma de schemă este convenabilă, in timp ce *teoretic* este mai adecvată forma ipotetică. Există diferite criterii de clasificare a **s.**, de ex, după tipul de judecăți, după numărul de premise. Astfel, avem **s.** de tip *A E I O* (vezi *silogistica A E I O*) numite și **s.** *categorice*, silogistica judecăților de relație, silogistica judecăților modale ș.a. Dacă în judecățile *A*, *E*, *I*, *O* termenii *S* și *P* sint *pozitivi* și *nevizi* avem primul sistem silogistic (al lui Aristotel). Dacă introducem și *S*, *P* *negativi* atunci avem sistemul silogistic tradițional, numit și „silogistica judecăților de predicație", iar dacă introducem și termenii *S*, *P* *vizi* obținem o „silogistică generalizată". **S.** sint apoi *simple* (cu două premise și o concluzie) și **s.** *compuse* (cu mai mult de trei judecăți). Forma cea mai simplă de **s.** (tip *A E I O*) constă din *trei judecăți și trei termeni*. Judecățile poartă respectiv denumirile

de *premisa majoră*, *premisa minoră* şi *concluzia*, iar termenii sînt *extremi* (*major* şi *minor*) şi *mediu*. Exemplu

(1) Toate *vertebratele* sînt *animale*
(2) Toate *mamiferele* sînt *vertebrate*

---

(3) Toate *mamiferele* sînt *animale*

Judecata (1) este premisa majoră, judecata (2) este premisa minoră, iar judecata (3) este concluzia. Termenii *animal* şi *mamifer* sînt *extremi* (resp. major şi minor), iar termenul *mamifer* este mediu. Termenul mediu uneşte cei doi termeni extremi. Cei doi termeni extremi se unesc în concluzie în virtutea termenului mediu. Este important de precizat că pentru a nu identifica s. cu orice fel de raţionament (tendinţă existentă încă la Aristotel) orice extindere trebuie să ţină seama de această *structură* şi să o *imite* sau să fie într-o legătură determinată cu ea (ca în cazul silogismelor compuse) (v. *silogism simplu tip A E I O*)

**SILOGISM APAGOGIC**, silogism a cărui premisă majoră este certă, iar minora este probabilă.

**SILOGISM CATEGORIC**, silogism cu *judecăţi categorice (v.)* În funcţie de tipul de judecăţi categorice avem variante de s. c.: cu judecăţi *A E I O* sau cu judecăţi de relaţie. De regulă prin *silogism simplu categoric (v.)* se înţelege doar silogismul simplu cu judecăţi *A E I O*. Includerea judecăţilor de relaţie (simple) în clasa judecăţilor *A E I O*, a determinat extinderea acestei denumiri şi la respectivele silogisme de relaţie.

**SILOGISM COMPUS**, lanţ de silogisme simple (sau de entimeme) în care fiecare silogism component este legat în mod logic de silogismul următor. *Polisilogismele (v.)*, *soritul (v.)* şi *epiherema (v.)* constituie forma de s. c.

**SILOGISM EXPLICATIV**, tip de silogism introdus în logica medievală. Are ca termen mediu un termen singular care din această cauză nu poate fi distribuit. Exemplu.

Socrate a murit bînd cucută
Socrate a fost un filosof

---

Un filosof a murit bînd cucută

Este evident că premisa a doua este o propoziţie de identitate: Socrate = = un filosof. Deoarece acest silogism se abate de la regulile privind distribuţia termenilor, medievalii au încercat să scape de această excepţie scriind în faţa termenului singular *omne quod est*.

**SILOGISM INDIAN**, silogism utilizat în filozofia indiană (sec. III. e.n.) Exemplu tipic:

Pe munte este foc
pentru că pe munte este fum,
tot ce conţine fum, conţine foc, de exemplu,
căminul,
ori aici e la fel,
deci e astfel

**SILOGISM SIMPLU CATEGORIC**, denumire utilizată pentru silogismul simplu cu judecăţi *A, E, I, O*. (v. şi *Silogismul simplu tip A, E, I, O*).

**SILOGISM SIMPLU TIP A E I O**, silogism format din judecăţi a căror *matrice* este „*S* este *P*" (unde *S*, *P* sînt termeni generali, pozitivi şi nevizi). Ex *Barbara* (v.), *Celarent* (v.) Orice s. s. *(tip A E I O)* este carac-

terızat printr-o serie de regulı referıtoare la termeni şı la judecățıle componente. *Regulıle termenilor* sint următoarele.
(1) orice s. s. conține trei şi numai trei termeni (doi termeni extremi şi un termen mediu), (2) termenul mediu este distribuit cel puțin într-una din premise, (3) nici un termen nu este luat într-o extensiune mai mare în concluzii decit în premise (= nici un termen nu este distribuit în concluzie dacă n-a fost distribuit în premise), (4) termenul mediu nu apare în concluzie
*Regulile judecăților:*
(1) din două propoziții negative nu se poate obține nici o concluzie (= cel puțin o premisă trebuie să fie afirmativă), (2) din două propoziții particulare nu se poate obține nici o concluzie (= cel puțin una din premise trebuie să fie universală), (3) concluzia urmează partea cea mai slabă. Regula (3) trebuie înțeleasă astfel. a) dacă ambele premise sint afirmative atunci partea cea mai slabă este afirmativă, b) premisele negative şi particulare sînt deopotrivă de slabe şi prin urmare dacă avem atît premise negative cît şi particulare concluzia le va urma pe ambele (fiind atit negativă cît şi particulară) iar dacă avem numai una din două (numai negativă sau numai particulară) concluzia va urma respectivei judecăți (va fi sau negativă sau respectiv particulară). Aceste reguli sint întemeiate pe *axioma silogısmului (v.)* Silogismele sînt împărțite în patru clase după poziția termenului mediu, fiecare clasă poartă numele de „figură a silogismului" şi fiecare *figură* este constituită din *modurı* (= scheme valide de raționare). De remarcat este că deşi ordinea premiselor poate fi inversată în silogism ea se consideră determinată. În acest fel adăugăm încă o regulă relativă la ordinea premiselor (4) prima premisă (premisa majoră) conține termenul mediu şi termenul major, a doua premisă (premisa minoră) conține termenul mediu şi termenul minor. Orice s. s. *(tıp A E I O)* care nu satisface regulile respective va fi numit *sılogism nevalid.* În funcție de regulile încălcate vom avea diferite tipuri de *erori în silogısm.* (v. *Modurile silogismului*)

**SILOGISME ELIPTICE,** silogisme în care se omıte una din judecăți. Dacă silogismul este simplu vom obține *entimema (v.)*. Omiterea unor premise din polisilogism dă forma numită *epıheremă (v.)*. Altă formă compusă eliptică este *sorıtul (v.)*

**SILOGISTICA A E I O,** teorie a raționamentului cu judecăți de tipul *A, E, I, O.* A fost dezvoltată pentru prima dată de către Aristotel în opera sa celebră *Organon (v.)*. Raționamentul cu astfel de judecăți este prototipul a ceea ce se numeşte *silogism (v.)* sau *sılogism categoric (v.)*. Silogısmele se impart în *sımple (v.)* şi *compuse (v.)*. Se disting apoı noțiunile *fıgurı ale sılogismuluı (v.)* şi *modurı ale sılogismuluı (v.)* în cadrul silogismelor simple. Aristotel a descoperit primele trei figuri ale silogismului, figura a patra este atribuită prin tradiție lui Galen Tot Aristotel a dat o axiomatică pentru silogismul simplu categoric. El distinge între „silogismele perfecte" (figura I) şı „silogismele imperfecte" (figurile II, III). El a arătat modul în care figurile imperfecte pot fi reduse la figurile perfecte. Formalizarea silogisticii (într-un context mai larg) şi cu aceasta includerea ei în logica simbolică aparține lui Jan Lukasiewicz. (v. *Silogistica axiomatıcă*).

**SILOGISTICA LUI F. ȚUȚUGAN,** sistem de silogistică realızat de logicianul român Florea Țuțugan, expus pe larg în lucrarea sa fundamentală *Sılogıstica judecăților de predicație* (1957). Autorul porneşte, în principal, de la infirmarea regulii clasice că din două premise negative nu se poate trage nici o concluzie, în acest fel el generalizează silogistica peste această

regulă. În acest scop autorul adîncește analiza relațiilor dintre termeni stabilind șapte relații „unice și bine determinate". Pe baza acestor relații introduce apoi pe lîngă judecățile *A E I O*, alte patru judecăți cu termeni negativi notate cu *A' E' I' O'*. De asemenea, în conformitate cu cele șapte relații între termeni introduce șapte relații între judecăți. Sînt introduse modurile silogistice cu termeni pozitivi și negativi care trec peste legile că din două negative nu se poate scoate o concluzie și că termenul mediu trebuie să fie distribuit cel puțin într-o premisă. Un rol esențial joacă în acest sistem operația de obversiune. Astfel, în silogistica aristotelică nu se putea conchide nimic din

Nici un *M* nu este *P*
Nici un *S* nu este *M*

Or este suficient să aplicăm obversiunea și conversiunea pentru a putea scoate o concluzie

Toți *M* sînt $\bar{P}$
Nici un *S* nu este *M*
———
Unii $\bar{S}$ sînt $\bar{P}$

Raționamentul complet este deci:

Nici un *M* nu este *P*
Toți *M* sînt $\bar{P}$
Nici un *S* nu este *M*
Nici un *M* nu este *S*
Toți *M* sînt $\bar{S}$
———
Unii $\bar{S}$ sînt $\bar{P}$

Important nu este aci că se trece peste „structura rigidă" a silogismului, ci faptul că cele două reguli nu sînt adevărate la nivelul raționamentului cu judecăți de predicație. În acest sens, evident că silogistica însăși se generalizează. (Fl. Țuțugan, *Silogistica judecăților de predicație*, 1957.)

**SILOGISTICĂ AXIOMATIZATĂ.** O formă rudimentară de axiomatizare a silogisticii judecăților *A E I O* a fost dată chiar de către Aristotel prin considerarea modurilor figurii I ca *perfecte* și reducerea celorlalte moduri la acestea. Prima formă modernă a fost dată de către Lukasiewicz. Alte forme au fost date de Slupecki, Wedberg, Ivănuș, Lemmon.

1. *Sistemul lui Lukasiewicz* (1963). 1. *Simboluri*. *S, P, M*, termeni („variabile de nume") ; *a, e, i, o* functorii aristotelici, ~, ∧, → functorii propoziționali. Expresiile *A E I O* sînt in acest sistem redate respectiv prin *S a P*, *SeP*, *SiP*, *SoP*. Lukasiewicz nu indică vreo schimbare a modului de citire însă presupunem că citirea ar putea fi respectiv următoarea: „*S* în mod universal este *P*", „*S* in mod universal nu este *P*", „*S* în mod particular este *P*" și „*S* in mod particular nu este *P*". Functorii *a, i* sînt luați ca functori de bază.

*Definiții.*

1. $S\,e\,P \equiv \sim S\,i\,P$
2. $S\,o\,P \equiv \sim S\,a\,P$

*Axiome.*

1. $S\,a\,S$
2. $S\,i\,S$
3. $M\,a\,P \wedge S\,a\,M \rightarrow S\,a\,P$
4. $M\,a\,P \wedge M\,i\,S \rightarrow S\,i\,P$

*Reguli.* 1. Regulile calculului propozițional, 2 Regula substituției pentru variabile de nume, 3. Reguli de respingere a modurilor false Există totuşi expresii care nu pot fi nici demonstrate, nici respinse. Slupecki a adăugat următoarea regulă de respingere Dacă $E \rightarrow G$ şi $H \rightarrow G$ sînt respinse atunci $E \rightarrow H \wedge G$ este respinsă în condițiile că a) $E$ şi $H$ sînt de forma $S\ e\ P$ sau $S\ o\ P$, b) $G$ este o expresie atomară sau o implicație al cărei consecvent este o expresie atomară şi al cărei antecedent este sau o expresie atomară sau o conjuncție de expresii atomare.

2. *Sistemul lui Slupecki* (1951)

*Axiome*

1. $S\ a\ P \rightarrow S\ i\ P$
2. $S\ i\ P \rightarrow P\ i\ S$
3. $M\ a\ P \wedge S\ a\ M \rightarrow S\ a\ P$
4. $M\ a\ P \wedge S\ i\ M \rightarrow S\ i\ P$

Se pot substitui şi nume vide în aplicarea teoremelor. Expresiile $S\ a\ S$ şi $S\ i\ S$ nu sînt teoreme

Cele două sisteme nu introduc termeni negativi.

3. *Sistemul lui A. Wedberg* (1948). **Este un sistem care utilizează şi nume negative.** *Definiție* $S\ e\ P \equiv S\ a\ \bar{P}$. *Axiome.*

1. $S\ a\ \bar{\bar{S}}$
2. $\bar{\bar{S}}\ a\ S$
3. $S\ a\ P \rightarrow \bar{P}\ a\ \bar{S}$,
4. $S\ a\ M \wedge M\ a\ P \rightarrow S\ a\ P$
5. $S\ a\ P \rightarrow \sim S\ a\ \bar{P}$

Nu pot fi substituite nume universale şi nume vide

4. *Sistemul lui B. Ivănuș* (1973).

1. $S\ a\ \bar{\bar{S}}$
2. $\sim S\ a\ \bar{S}$,
3. $\bar{S}\ a\ \bar{P} \rightarrow P\ a\ S$,
4. $S\ a\ M \wedge M\ a\ P \rightarrow S\ a\ P$.

5. *Sistemul lui Meredith* (1957)

*Definiții*

1. $S\ a\ P \equiv S\ e\ \bar{P}$
2. $S\ i\ P \equiv \sim S\ e\ P$

*Axiome.*

1. $S\ e\ \bar{S}$
2. $\sim S\ e\ S$
3. $P\ e\ \bar{M} \wedge M\ e\ S \rightarrow S\ e\ P$

E. J. Lemmon introduce un sistem cu predicate conjunctive („produs de nume") $S\ i\ M \cap P$ (Unii $S$ sînt $M$ şi $P$)

*Definiții.* $S\ a\ P \equiv P\ i\ S \wedge \sim S\ i\ \bar{P}$

*Axiome.*

1. $\sim S\ i\ \bar{S}$
2. $S\ i\ P \rightarrow P\ i\ S$
3. $S\ i\ P \rightarrow S\ i\ S$
4. $S\ i\ P \rightarrow S\ i\ M \vee S\ i\ \bar{M}$
5. $S\ i\ \bar{\bar{P}} \rightarrow S\ i\ P$
6. $S\ i\ P \rightarrow \bar{\bar{S}}\ i\ P$
7. $S\ i\ M \cap P \rightarrow S\ i\ M \wedge S\ i\ P$
8. $S\ i\ M \cap P \rightarrow P\ i\ S \cap M$

$S\ i\ P$ înseamnă există $S$ care sînt $P$, $S\ i\ S$ înseamnă că există $S$, $S\ a\ S$ şi $S\ i\ S$ nu sînt teoreme. Se pot substitui nume vide ca şi la Slupecki. (L. Borkowski, *Formale Logik* (1976)).

**SIMBOLISM,** sistem lingvistic bazat pe semne ideografice (constante, variabile). Aplicat cu precădere în logică şi matematică s. nu exclude utilizarea limbajului natural, dimpotrivă introducerea şi aplicarea sa presupun limbajul natural. O caracteristică a s. logico-matematic este *definiţia inductivă (v.)* a noţiunii de *expresie*. Traducerea din limbajul natural in s., adică simbolizarea, este adesea o operaţie dificilă care presupune o clară analiză logică intuitivă a textului tradus (*v.* şi *Limbaj simbolic, Logica simbolică*).

**SIMBOLISMUL LUI LUKASIEWICZ**, scriere în care operatorii sînt notaţi cu litere (iniţialele denumirilor latineşti) şi sînt puşi în faţa argumentelor. În plus, scrierea nu foloseşte paranteze. Scrierea este următoarea: 1. $p, q, r, \ldots$ variabile propoziţionale, 2 $N, K, A, C, E, D, I$ operatorii respectiv pentru: *negaţie, conjuncţie, alternativă, implicaţie, incompatibilitate, excludere*. O formulă ca $(p \,\&\, q) \rightarrow \bar{p}$ se scrie $C\,Kpq\,Np$ Operatorii se scriu în ordinea formării formulei Citirea se face de la primul operator din dreapta spre stînga. De ex $C\ Kpq\ Kqp$ se traduce in ordine

$$Kqp : q \,\&\, p$$
$$Kpq \quad p \,\&\, q$$
$$C - - \quad (p \,\&\, q) \rightarrow (q \,\&\, p)$$

Tot Lukasiewicz simbolizează judecăţile $A, E, I, O$ respectiv prin $SaP$, $SeP$, $SiP$, $SoP$.

**SIMBOLIZARE,** traducerea limbajului obişnuit în *limbaj simbolic (v.)* sau pur şi simplu exprimarea ideilor în limbaj simbolic În alt sens, s. înseamnă construirea de limbaje simbolice sau (metodologic) formularea principiilor care prin aplicare duc la construirea de limbaje simbolice. (*v. Formalizare, Simbolism*).

**SIMETRIE** (presc. *Sym*), termen desemnînd o proprietate formală de relaţii şi care se defineşte astfel. $Sym(R) = \forall xy\,(x\,R\,y) = y\,R\,x)$ Astfel relaţiile $\equiv$, $\|$, $\sim$ sînt simetrice: $\forall xy\,(x \equiv y = y \equiv x)$, $\forall xy\,(x \,\|\, y = y \,\|\, x)$; $\forall xy\,(x \sim y) = y \sim x)$.

**SINCER,** o proprietate de mărturii sau de indivizi opusă proprietăţii *mincinos (v.)*. Un individ este s. dacă şi numai dacă el spune ceea ce *crede că ştie*. Este important să se observe nuanţa „crede că ştie". De aici se deduce că mărturia s. nu este *neapărat* adevărată (după cum nu este nici neapărat falsă). Cineva crede că ştie un anumit lucru şi în realitate se poate întîmpla să nu-l ştie Tocmai de aceea „nu minte" (= este sincer) nu se poate confunda cu „este adevărat ce spune". Din acelaşi motiv *mincinos (v.* în sensul (V)) nu se poate confunda cu fals. Observăm, în plus, că dacă *adevărul* este utilizat pentru s. atunci adevărul înseamnă „s. şi adevărat" (un înţeles mai restrîns).

**SINGULARITATE,** orice entitate care se bucură de proprietatea unicităţii. Formal se defineşte astfel: $\exists z\,\forall x\,(\ldots x \ldots \equiv (x \equiv z))$. În această formulă „... $x$ ..." este o funcţie propoziţională cu variabila liberă $x$. De ex., unicitatea lui zero se defineşte astfel: $\exists z\,\forall x\,((x + x = x) \equiv (x = z))$.

**SINONIMIE.** Două expresii $A$, $B$ sînt s. dacă ele au *acelaşi sens* (în cazul limbajelor formalizate) sau dacă au sensuri *aproape identice* (diferenţele fiind neglijabile în contextele de utilizare) în cazul limbilor naturale. S. trebuie distinsă de *echireferenţă (v. semantica relaţiei de referinţă)*. Două expresii care sînt s. sînt şi echireferente şi, prin urmare, echisemnificative. Două expresii care sînt s. sînt (în cazul propoziţiilor) şi echivalente.

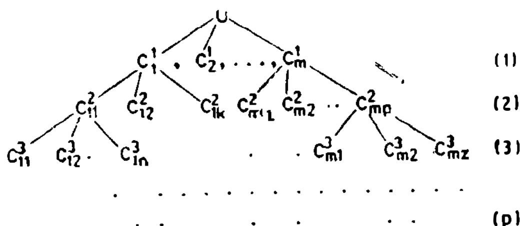
**SINTAXĂ LOGICĂ**, capitol al *semioticii logice (v.)* care studiază forma expresiilor şi relaţiile formale dintre expresii, abstracţie totală făcînd de conţinutul acestora. De asemenea, ea studiază condiţiile formale generale ale sistemului lingvistic considerat, proprietăţile formale ale claselor de expresii şi relaţiile formale între sistemele de limbaj. Limbajul logic considerat numai sub aspect sintactic, formează un sistem sintactic. În acest fel **s. l.** este studiul sistemelor sintactice, al sistemelor formale derivate de la sistemele lingvistice ale logicii (sau mai general, ale construcţiilor logice). Noţiunile de *semn, termen, propoziţie, formulă* sînt introduse pur formal (pe baza anumitor relaţii sau operaţii formale). Principalele relaţii logico-sintactice sînt: relaţia de la parte la întreg, de succesiune imediată, de echivalenţă (echivalenţă grafică, biunivocitate relativă la lungimea expresiilor, biunivocitate relativă la semne de acelaşi tip sau izomorfism, echivalenţă relativă la regulile de transformare), de definiţie, de inferenţă. Sintaxa studiază operaţiile de inlocuire (de ex., substituţia), proprietăţile mulţimilor de termeni şi ale mulţimilor de propoziţii (de ex.: necontradicţia formală, completitudinea formală, independenţa formală, ireductibilitatea formală) ş.a. Tot sintaxa studiază sistemele axiomatice formale şi relaţiile dintre acestea. Unul dintre sistemele sintactice cele mai des utilizate pentru exemplificare este sistemul de tipul *Principia Mathematica (v.)*. Gödel a studiat în mod special problema completitudinii (adică a *decidabilităţii* într-un sens particular) pentru astfel de sisteme (v. *teorema lui Gödel*). Iată cîteva exemple de expresii din sintaxă. 1) „*A* este axiomă în *S*" (unde *S* este sistemul sintactic), 2) „*A* este formulă în *S*", 3) „*A* este formulă izomorfă cu *B*", 4) „*A* este formulă de aceeaşi lungime cu *B*". Dacă sistemul sintactic este cel a funcţiilor de adevăr (bivalent) — simbolic *LP* — atunci propoziţiile următoare sînt metateoreme sintactice: 5) „$p \vee \bar{q}$" este formulă corectă în *LP*., 6) „$(p \vee q) \rightarrow (q \vee p)$" este teoremă în *LP*. Regulile formale pentru *LP* vor fi toate metapropoziţii în *sintaxa lui LP*. Propoziţia 5) se demonstrează pe baza regulilor de formare, iar propoziţia 6) se demonstrează prin indicarea demonstraţiei respective în *LP*

**SISTEM AXIOMATIC**, sistem de propoziţii bazat pe distincţia între *axiome* (propoziţii *prime*) şi *teoreme* (propoziţii *derivate*) şi in care termenii cuprinşi sint *primi* sau *derivaţi*. Trecerea de la termenii primi la cei derivaţi şi de la axiome la teoreme presupune existenţa unor reguli de definiţie şi, respectiv, reguli de deducţie **S. a.** trebuie deosebit de *sistemul deductiv* care poate porni de la diferite tipuri de propoziţii postulate. Vom avea următoarea clasificare a sistemelor deductive: {axiome, reguli}, {scheme de axiome, reguli}, {axiome, scheme de axiome, reguli}, {axiome, meta-axiome, reguli}, {reguli} În sens strict numai primele patru sint **s. a.** ultimul fiind *sistem al deducţiei naturale (v.)*. **S. a.** al lui Peano este de primul tip Schemele de axiome fiind metaformule (de ex., $(A \vee A) \rightarrow A)$) putem forma un sistem cu scheme de axiome înlocuind axiomele (de ex., în calculul propoziţiilor) cu metaformule şi suprimind regula substituţiei. Sistemul *P* al lui Gödel, in legătură cu care se demonstrează teorema de incompletitudine, este de tipul al treilea Sistemul geometric construit de Hilbert *(Grundlagen der Geometrie)* este de tipul patru (ultima propoziţie pusă este o metaaxiomă) În fine, sistemul deducţiei naturale al lui Quine este de ultimul tip (el constă numai din reguli). Introducind prescurtările *A* (axiome), *R* (reguli), $S_A$ (scheme de axiome), *MA* (metaaxiome) obţinem următoarele simbolizări ale sistemelor deductive: $AR$, $S_AR$, $MAR$, $AS_AR$, $R$.

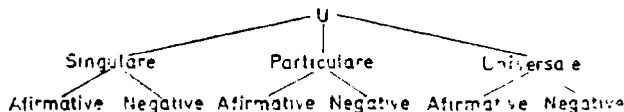
**SISTEM AXIOMATIZABIL.** Un sistem deductiv este axiomatizabil atunci cînd mulțimea tezelor sale este identică cu un sistem axiomatic. De ex., mulțimea tautologiilor calculului propozițional cu → și — este axiomatizabilă deoarece există un sistem de axiome numai cu { →, — } în care numai tautologiile calculului sînt teze. Unele sisteme sînt axiomatizabile altele nu. Între cele axiomatizabile sint unele *finit axiomatizabile* și altele care nu sînt finit axiomatizabile. Sistemul TFA este finit axiomatizabil, sistemul *ZF* nu este astfel.

**SISTEM CATEGORIC,** sistem de axiome formale cu toate modelele izomorfe (v. *monomorf*)

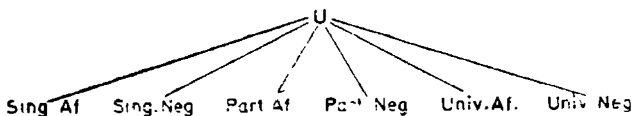
**SISTEM DE CLASIFICARE,** sistem de clase obținut prin aplicarea unei mulțimi de criterii asupra unei mulțimi de obiecte. **S. de c.** poate să fie dispus pe $n$ nivele ($n = 1, 2, \ldots, p$). Nivelele se obțin in felul următor: 1) se distribuie obiectele mulțimii in $n$ clase după criteriul $K_1$, spunem că acesta este nivelul 1, 2) fiecare clasă de nivel 1 e descompusă după un criteriu $K_2$ și obținem clase de nivel 2 etc. De observat este că începînd cu nivelul 2 putem aplica un singur criteriu pentru toate clasele de nivel 1 sau diferite criterii (fiecare clasă de nivel unu putînd avea un criteriu propriu). Graficul **s. de c.** este următorul.




Acest graf poartă numele de ,,arbore de clasificare" (după forma sa — arbore cu vîrful în jos). Fie, de ex., clasificarea judecăților simple categorice în logică. Criteriul $K_1$ = cantitatea, $K_2$ = calitatea




Se observă că la nivelul 2 am aplicat un singur criteriu (al calității). Un astfel de sistem poate fi transformat în sistem cu un singur nivel conjugînd criteriile $K_1$ și $K_2$ și obținînd astfel clase de intersecție:



Se poate introduce următoarea regulă *dacă fiecărui nivel i se aplică un singur criteriu (de la prima pînă la ultima clasă) atunci un sistem cu n nivele poate fi transformat într-un sistem cu un singur nivel* (iar sistemul de $n$ criterii devine un criteriu conjugat cu $n$ membri). Acest lucru nu este posibil dacă începînd cu nivelul 2, criteriile aplicate diferitelor clase diferă ele însele. Clasele de nivel $n$ $(n = 1, 2, \ldots p)$ vor mai fi numite şi „clase de ordinul $n$" sau „clase de rangul $n$". Într-un sistem clasele sînt pe *orizontala* cînd sînt de acelaşi nivel sau pe *verticală* cînd sînt de diferite nivele. Relaţiile intre clasele aflate pe verticală pot fi de două feluri: a) relaţii de incluziune (strictă), b) alte relaţii, diferite de incluziune. De ex., clasificarea după criterii morfo-fiziologice dă un **s. de c.** cu relaţii de incluziune pe verticală, in timp ce clasificarea filogenetică dă un **s. de c.** cu o relaţie diferită (relaţia *de filiaţie* care este ireflexivă asimetrică şi intranzitivă). Pentru primul caz este valabilă relaţia (1) $C^n \subset C^{n-1} \subset C^{n-2} \subset \ldots \subset C^1 \subset U$ sau (2) dacă $n$ şi $m$ sînt două nivele astfel că $n \neq m$ şi $n > m$ atunci $C_n \subset C_m$. Pentru al doilea caz de ex. pentru filiaţie astfel de relaţii nu sint valabile Un exemplu de clasificare de acest fel este *ierarhia tipurilor (v.)* O deosebire între primul fel de sistem şi al doilea constă in aceea că toate clasele primului sistem sînt in universul $U$, deci şi ultimul nivel este o clasificare pe orizontală in $U$, in timp ce în al doilea sistem fiecare clasă de un anumit nivel constituie un alt univers, $U$ rămînînd eventual doar universul de bază. Este posibil ca între **s. de c.** *intranzitiv* (cum vom conveni să-l numim) şi sistemul bazat pe incluziune *(tranzitiv)* să existe relaţii de echivalenţă, astfel că orice clasă din primul să corespundă cu o clasă (şi numai cu una) din a doua şi reciproc, sau să nu existe o astfel de relaţie (ca în cazul teoriei tipurilor). Ierarhia intranzitivă poate să fie redusă la o singură *linie* sau să fie *ramificată*. În primul caz, se poate întimpla ca entităţile dispuse pe verticală să fie de acelaşi tip. De ex , universul propoziţiilor poate fi clasificat astfel: infrapropoziţii, metapropoziţii, meta-metapropoziţii etc. Acest sistem are proprietatea că nu este *închis* şi că el poate fi considerat (dacă se cunosc clasele de acelaşi tip) ca un sistem orizontal cu elemente *ordonate strict*. Se poate ca cel puţin clasele iniţiale să fie entităţi de altă natură decit clasele ulterioare şi atunci nu le putem uni într-un univers. De ex., ierarhia funcţiilor: indivizi, funcţii de indivizi, funcţii de funcţii de indivizi .... Între indivizi şi funcţii există diferenţă de natură (desigur cu condiţia că nu considerăm înşişi indivizii ca pe un fel de funcţii). De remarcat este că între sistemele bazate pe relaţia de incluziune şi sistemele bazate pe *relaţia de tip* avem următorul raport. *orice sistem de incluziune are clase care aparţin aceluiaşi tip.* În simboluri. $\forall c\ (c \in S_i)\ E!\, t\, c \in t$ ($c$ = clasă, $S_i$ = sistem de incluziune, $t$ = tip).

**SISTEM DE IMPLICANŢI,** totalitatea implicanţilor unei funcţii. Dacă implicanţii sînt simpli atunci ei formează sistemul implicanţilor simpli. Proprietăţi remarcabile. a) **s. de i.** $S$ este *complet* dacă şi numai dacă pentru orice valoare *adevăr* a funcţiei date există cel puţin o *acoperire* (v.) în $S$, b) **s. i.** *simpli* este *redus* (ireductibil) dacă şi numai dacă el este *complet* şi nici o parte a lui nu mai este completă. Implicanţii $(p, q)$ formează un sistem complet pentru funcţia $p \vee q$, ei formează, in acelaşi timp, un sistem redus (ireductibil). Într-adevăr, implicantul $p$ acoperă alegerile $(vv)$, $(vf)$, iar implicantul $q$ acoperă alegerea $(fv)$. Există diferite metode de a afla **s. i.** *simpli* şi, respectiv, sistemul redus al implicanţilor simpli *(v. metoda lui Quine).*

**SISTEM DE NUMERAȚIE**, sistem lingvistic prin care se acordă denumiri ideografice pentru numere. Sistemele de numerație sînt: a) sistemele hieroglifice nepoziționale (egiptean, fenician, chinez, vechi indian, roman), b) sisteme alfabetice (grec, slavon, ebraic), c) sisteme poziționale (de ex.: babilonian, hindus, maya, actuale). Toate sistemele presupun alegerea unei *baze* care reprezintă principiul de grupare a obiectelor în *n*-uple · de ex., cîte două, cîte trei, cîte zece, cîte douăzeci Acest principiu se aplică succesiv generînd „unități de diferite ordine". Fiind dată o mulțime de obiecte (pentru a fi numărată) o grupăm în mulțimi de *n* obiecte obținînd o mulțime de *n*-uple de ordinul II (cele date inițial vor fi considerate de ordinul I) aplicăm apoi gruparea *n* — adică la ordinul II și obținem *n*-uple de ordinul III ș a.m.d. pînă ce gruparea nu mai este posibilă. În sistemele de primul tip un rol important îl joacă așa-zisele numere *nodale* (adesea 1, 10, 100, ...) fiecare din acestea avînd un semn individual, celelalte cifre, numite *algoritmice*, se formează prin alăturarea (de o parte sau alta) la cifrele nodale a altor cifre nodale, precum și prin repetiție Astfel, la romani cifrele nodale erau I, V, X, L, D. M. Egiptenii ne-au lăsat un sistem zecimal nepozițional cu opt semne de bază (pentru 1, 10, 100, 1000, 10 000, 100.000, 1 mil, zece mil.). Ele sînt semne pictografice, primele două fiind |, ∩ (respectiv prăjina și piedica de vaci sau barajul). Printre regulile scrierii avem a) se dă un număr finit de semne elementare care reprezintă numere nodale, b) scrierea merge de la stînga la dreapta, c) cifrele compuse *(algoritmice)* se formează prin juxtapunerea și repetiția semnelor elementare, d) scrierea începe cu ordinele mici, e) semnele de același fel sînt grupate cel mult cîte patru Exemple de cifre algoritmice: ||, |||, ||||, ..., ||||/||||, ..., ∩ |, ∩ ||, (adică: 2, 3, 4, 8, 11, 12). Sub raport operațional aplicăm principiile aditiv și multiplicativ Un sistem aproape pozițional a fost sistemul sexagesimal babilonian. Avem două semne de bază 𒁹 (unu) și 𒌋 (zece). Pentru zero se lăsa loc gol sau ulterior s-au introdus ⩓.

Iată cifre 𒁹, 𒈫, 𒐈, 𒐉, ..., 𒌋, 𒌋𒁹, 𒎙,
(adică: 1, 2, 3, 4, ... 10, 11, 20)

Semnificația unor cifre trebuie dedusă din context deoarece nu era univoc definită prin construcția cifrei (ex. 𒈫, 𒁹 𒁹 adică 2 și 61).

Cifra 60 se scria ca 1.

Un sistem pozițional apare la popoarele maya.

Semne de bază ◯ (zero), • (unu), — (cinci).

Cifre compuse • • (doi), .... •/— (șase), = (zece), ..... •/◯ (douăzeci)

În sistemul alfabetic grec literele erau luate cîte 9 și se foloseau respectiv pentru desemnarea unităților, zecilor și sutelor. Fiecărei litere i se asocia cîte un semn care arată că e utilizată ca cifră (de ex.: $\bar{\alpha}$, $\bar{\beta}$).
Cel mai cunoscut sistem pozițional este cel actual cu baza zece. Regulile acestui sistem sînt: a) existența unui număr de zece semne elementare (0, 1, 2, ... 9) (a se observa că numărul semnelor elementare coincide cu numărul bazei), b) compunerea de expresii prin juxtapunerea și repetiția acestor semne (de ex., 2100), c) scrierea pe orizontală de la stînga la dreapta, d) obiectele sînt grupate în mulțimi de cîte zece (= „baza"), e) mulțimile sînt dispuse în *ordine*, astfel că zece obiecte de ordinul $n$ = un obiect de ordinul $n + 1$, f) ordinele sînt reprezentate în scriere de la cel inferior la cel superior, g) fiecare cifră (elementară) reprezintă prin *forma* sa un număr de *unități* (= de obiecte) de un ordin oarecare, h) fiecare cifră reprezintă prin *poziția* sa *ordinul unităților*, i) ultima cifră elementară, în cazul nostru 9 (nouă), este egală cu $k - 1$ (unde $k$ este numărul bazei). De ex. „2 3 3 0 2" va însemna 2 unit. ord. V + 3 ord. IV + 3 ord. III + 0 ord. II + 2 ord. I. Se vede că utilizarea consecventă a lui *zero* este esențială penru constituirea sistemelor poziționale. Schimbînd baza și, respectiv, numărul de cifre elementare putem obține alte sisteme: *binar, ternar*, ... (sau diadic, triadic ...). Putem conveni să folosim semne din provizia de mai sus:

$$\text{binar} = \{0, 1\}$$
$$\text{ternar} = \{0, 1, 2\}$$
$$\cdots\cdots\cdots$$

Dacă depășim provizia, de ex., în sistemul cu baza 11, putem introduce alte semne, de ex.: $1^*$, $2^*$, ... $n^*$ ($n = 1, 2, \ldots 9$). Sistemul cu baza 12 poate avea semnele $\{0, 1, \ldots 9, 1^*, 2^*\}$. Iată o cifră compusă în acest sistem: $1^*\ 0\ 2^*\ 3$. Aceasta va însemna: 10 unit de ord IV + o unit de ord III + 11 unit de ordin II + 3 unit de ord I. Cum se traduce din $S_{10}$ în alt sistem și invers? a) Fie $n$ un număr scris în $S_{10}$. Vrem să-l traducem în $S_m$ ($m \neq 10$). Procedăm la împărțire succesivă în felul următor.

$$\frac{n}{m} = c_1;\ r_1$$

$$\frac{c_1}{m} = C_2;\ r_2$$

$$\vdots$$

$$\frac{c_{k-1}}{m} = c_k;\ r_k$$

(unde $c_k$ este cîtul care nu se mai împarte la $m$, iar $r_k$ este ultimul rest — ambele numere întregi). Forma cifrei în $S_m$ va fi acum $c_k\, r_k\, r_{k-1} \ldots r_2\, r_1$. De ex., dacă numărul scris în $S_{10}$ este 2 3 atunci traducerea sa în $S_2$ va fi:

$$\frac{2\ 3}{2} = 11;\ 1 \qquad \frac{5}{2} = 2;\ 1$$

$$\frac{1\ 1}{2} = 5;\ 1 \qquad \frac{2}{2} = 1;\ 0$$

Expresia numărului in $S_2$ va fi 1 0 1 1 1. Aceeaşi expresie („2 3") se va traduce în $S_3$ astfel:

$$\frac{23}{3} = 7;\ 2$$

$$\frac{7}{3} = 2;\ 1$$

Deci expresia în $S_3$ va fi 2 1 2. Vom putea scrie: 2 3($S_{10}$) ≡ 1 0 1 1 1 ($S_2$) ≡ 2 1 2 ($S_3$) ≡ .. b) Presupunînd acum că in $S_m$ ($m \neq 10$) avem o expresie numerică de forma *a b* ... *h k* traducerea ei se va face prin formula $a \times m^{i-1} + b \times m^{i-2} + h\, m^1 + k$. (unde $i$ = ultimul ordin din stinga). Putem verifica traducerile date mai sus prin retroversiune 1 0 1 1 1 ($S_2$) se traduce astfel $(1 \times 2^4) + (0 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (1 \times 2) + + 1$ adică $16 + 0 + 4 + 2 + 1 = 23$. Expresia „212 ($S_2$)" se va traduce: $(2 \times 3^2) + (1 \times 3) + 2 = 18 + 3 + 2 = 23$. Se vede că am luat ca sistem de referinţă (ca *metasistem*) sistemul zecimal, căci formulele de traducere sînt date in acest sistem. Sistemul binar este printre cele mai interesante mai ales in legătură cu apariţia maşinilor de calcul care funcţionează pe principiul binar. În logică **s. de n.** sînt utile în legătură cu *aritmetizarea (v.)* diferitelor proceduri, de ex.: *decizia* (in logica propoziţiilor), *minimizarea funcţiilor*, aplicarea *procedeelor recursive* ş.a.

**SISTEM DEDUCTIV,** sistem închis relativ la anumite reguli de deducţie astfel că dacă ceea ce regulile acceptă ca premise aparţine sistemului, concluzia aparţine sistemului.

**SISTEM FORMAL,** sistem de obiecte formale (figuri grafice) cu care se operează în virtutea unor reguli formale (de formare, de transformare, de selecţie). Este derivat prin *formalizare (v.)* de la un limbaj formalizat sau prin *reprezentare* (v.) a sintaxei unui limbaj formalizat. Determinarea exactă a condiţiilor este următoarea. 1. Se dă o mulţime de obiecte formale (de ex., figuri grafice) elementare de diferite categorii (categoria este determinată de rolul pe care-l vor juca obiectele ulterior). 2. Se dă o mulţime de reguli de formare cu ajutorul cărora din obiectele elementare formăm *secvenţe finite* de astfel de obiecte. 3. Se alege o mulţime de secvenţe prime numite *axiome*. 4. Se dă o mulţime de reguli (de transformare şi selecţie) pe baza cărora a) o secvenţă poate fi transformată în alta prin anumite operaţii, b) putem selecţiona unele secvenţe numite *teoreme* pe baza axiomelor (Regulile de selecţie sînt în acest caz reguli de derivare). Aceste condiţii sint suficiente pentru a produce un *sistem formal* care va consta din mulţimea secvenţelor prime *(axiome)* şi mulţimea secvenţelor derivate *(teoreme)* din secvenţele prime prin regulile de transformare şi regulile speciale de selecţie (derivare). Pentru a deosebi **s. f.** de o mulţime arbitrară de obiecte, introducem unele condiţii restrictive. 5. **S. f.** este sau un *sistem sintactic (v.)* detaşat de la un limbaj formalizat, altfel spus de la un *sistem semantic* prin eliminarea *regulilor semantice (v.)* sau un sistem sintactic obţinut din alt sistem sintactic pe baza anumitor operaţii sau o *reprezentare (v.)* a unui sistem sintactic. Prin urmare, **s. f.** este sau obţinut prin detaşarea nemijlocită a *sintaxei* unui limbaj formalizat sau dacă este obţinut dintr-o asemenea sintaxă el este potenţial un limbaj formalizat în sensul că poate primi o *interpretare (v.)* O caracteristică a **s. f.** este că el poate primi un număr nedefinit de mare de interpretări şi prin aceasta el poate fi sintaxa a diferitelor limbaje (care sub acest aspect se dovedesc izomorfe). 6. Altă condiţie este că pentru a rezolva

anumite probleme se impun restricții în plus cum sînt *necontradicția, completitudinea* și *independența*. Un exemplu de s. f. este „calculul propozițiilor" construit de Hilbert și Ackermann. a) Clasa obiectelor elementare: (1) $p, q, r, \ldots$ (categoria variabilelor), (2) $-, \vee \ldots$ (categoria operatorilor), (3) (,) (categoria semnelor auxiliare), b) Reguli de formare: (1) Variabilele sînt secvențe admise, (2) Dacă $A$ este secvență atunci $\bar{A}$ este secvență, (3) Dacă $A, B$ sînt secvențe $A \vee B$ este secvență. Aci $A$ și $B$ sînt semne pentru secvențe oarecare. Aplicarea regulii (2): $p$ este secvență, prin urmare $\bar{p}$ este secvență. Aplicarea regulii (3): $p, \bar{p}$ sînt secvențe, prin urmare $p \vee \bar{p}$ este o secvență. Putem forma secvențe mai complicate folosind parantezele. $p$ este secvență, $q \vee \bar{q}$ este secvență prin urmare $p \vee (q \vee \bar{q})$ este secvență. Obiectele formale și secvențele deși nu sînt expresii pot fi utilizate în limbajul *despre* s. f. pentru *autodenumire*. c) Axiome: secvențele următoare sînt axiome. (1) $\overline{(p \vee p)} \vee p$, (2) $\bar{p} \vee (p \vee q)$, (3) $\overline{(p \vee q)} \vee (q \vee p)$, (4) $\overline{(\bar{p} \vee q)} \vee (\overline{(r \vee p)} \vee (r \vee q))$. d) Reguli de deducție (a) regula substituției (v.) (b) regula detașării. Presupunem că (a) este cunoscută. Dăm forma în acest caz pentru b):

$$\frac{A,\ \bar{A} \vee B,}{B}$$

Exemplu de derivare a unei teoreme: din axioma $\overline{(p \vee p)} \vee p$ prin regula substituției obținem, de ex., $\overline{(q \vee q)} \vee q$ S. f. propriu-zis este constituit din axiomele 1—4 și toate teoremele derivate. În operațiile noastre n-avem nevoie de semnificație deși datorită unei utilizări lingvistice îndelungate figurile și secvențele noastre pot fi ușor asociate cu anumite semnificații Pentru a elimina orice asociație cu semnificațiile putem crea un nou sistem prin *reprezentare* — adică asociind obiecte formale care n-au fost folosite niciodată lingvistic în calitate de cuvinte, după criteriul biunivocității. De ex.:

*Corespondențe:*

(1) $\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3, \ldots$ — $\Delta_1$ ; p ; $\Delta_2$ : q ; $\Delta_3$ r
(2) ⌐, * — ⌐ : — , *. V
(3) ┌ , ┐ — ┌ : ( , ┐ : )

Reformulind regulile de formare obținem secvențe ca ⌐ $\Delta_1$, $\Delta_1$ * $\Delta_2$ , ~ ┌ $\Delta_1$ * $\Delta_1$ ┐ * $\Delta_1$. Sistemul obținut este izomorf cu primul. Dacă omitem axioma 4, vom obține sistemul cu axiomele 1—3 și teoremele care derivă din ele. Este demn de remarcat că există o proprietate pe care regulile de derivare o transmit de la axiome la teoreme, astfel de proprietate se numește *ereditară*. Pentru anumite necesități putem introduce un sistem formal mai *slab*, determinat doar de mulțimea obiectelor elementare și regulile de formare. În astfel de sistem prezintă interes adesea tocmai o subclasă a secvențelor care sînt eliminate prin sistemul axiomatic. De ex., secvențele $\bar{p}$, $p \vee q$ pot fi interpretate în logica propozițiilor unde interesează proprietatea de *adevăr*, dar și în domeniul schemelor cu relee și contacte unde interesează funcționarea circuitului (evident nu permanentă). De ex.. $\bar{p}$: contactul în poziția opusă lui $p$; $p \vee q$ · contacte în paralel (*v. aplicație a logicii*). De observat este că acele condiții 1—6 indicate pentru construirea s. f. nu fac ele însele parte din sistemul formal ci din teoria s. f.

**SISTEM LOGIC.** 1. Orice mulţime axiomatizabilă de formule ale logicii pure. 2. Orice mulţime de propoziţii nelogice (= propoziţii referitoare la domenii particulare) axiomatizabilă pe baza unor postulate din această mulţime şi a unor axiome şi reguli logice

**SISTEM SINTACTIC,** sistem obţinut prin detaşarea formei (a *sintaxei*) limbajului formalizat de latura semantică În acest fel rămîn numai 1) forma grafică a semnelor şi propoziţiilor şi 2) corelaţiile formale între acestea Altfel spus, obţinem o mulţime de *formule* fără semnificaţie, dar supuse unei anumite ordini Pentru formularea **s. s.** avem nevoie doar de forma materială a cuvintelor (semnele elementare) şi de regulile formale. Dacă limbajul formalizat este axiomatizat (aşa cum se presupune uneori) **s. s.** va coincide cu ansamblul formulelor axiome şi teoreme Dacă nu ne interesează axiomatizarea atunci reţinem numai ansamblul de formule bine formate ca **s. s.** Orice **s. s.** este un *sistem formal (= formalizat) (v.)*. A Church numeşte **s. s.** (axiomatizat) *sistem logistic.* **S. s.** axiomatizat este numai o parte a **s. s.** in sens larg (= relativ la regulile de formare). În limbajul in care studiem **s. s.** se fac unele concesii terminologice obiectele elementare sînt numite împreună „alfabetul sistemului" sau „vocabularul de bază al sistemului", fiecare obiect nou este numit *semn* sau *simbol* (de unde „lista semnelor de bază" sau „lista simbolurilor de bază"). Secvenţele de obiecte elementare se numesc *formule* (termen care nu suscită confuzii), dar uneori *propoziţii.* Unele obiecte elementare (ca şi unele combinaţii de obiecte subordonate formulei) se numesc *termeni.* Există adesea două feluri de reguli de formare: pentru *termeni* şi pentru *propoziţii.* Cînd avem astfel de utilizări este bine să precizăm că sînt luate în sens *sintactic.* Vom spune pentru a preveni confuzia cu utilizările din *semiotica logică (v.)* „semn in sens sintactic", „termen în sens sintactic", „propoziţie în sens sintactic" sau chiar „expresie in sens sintactic". Elementele sistemului formal sînt *formulele* (= secvenţele propoziţionale) şi nu obiectele formale sau termenii Sistemul de reguli sau alte indicaţii cu privire la construcţia **s. s.** nu fac parte din **s. s.** ci din *sintaxa logică (v.)* a acestui sistem. *(V. Limbaj formalizat, Limbaj-obiect, Metalimbaj, Semantică logică).*

**SISTEM ZECIMAL DE CLASIFICARE,** sistem în care orice clasă de nivel $n$ ($n = 1, 2, \ldots, p$) se divide exact in zece clase. Este aplicat in clasificarea cărţilor în biblioteci.

**SISTEME MODALE CUANTIFICATE.** Pornind de la sistemul $S_2$ (Lewis) Carnap a construit o logică modală a predicatelor. Acelaşi lucru îl face Barcan însă pe baza lui $S_2$ (Lewis). În ambele intră „axioma lui Barcan" · $\Diamond \exists x Fx \supset \exists x \Diamond Fx$. Consecinţe ·

1) $\Diamond \exists x Fx \equiv \exists x \Diamond Fx$
2) $\Diamond \forall x Fx \supset \forall x \Diamond Fx$
3) $\Box \forall x Fx \equiv \forall x \Box Fx$
4) $\exists x \Box Fx \supset \Box \exists x Fx$

Axioma nu este logic adevărată şi este intuitiv discutabilă Se consideră că duce la paradoxe (Quine). Quine şi von Wright socotesc de prisos astfel de „logică". Hintikka a pus în discuţie formula $\exists x \Box Fx \supset \Box \exists x Fx$ prin exemplul „Din faptul că această roată este cu necesitate rotundă decurge că este necesar ca această roată să fie rotundă". Kripke a construit sisteme fără axioma lui Barcan. (v. *sisteme modale tip Lewis*).

**SISTEME MODALE TIP ACKERMANN.** *Sistemul P''* (Ackermann, 1956). Există și P'. 1. *Lista de semne*: *A*, *B*, *C*, ... (expresii logice propoziționale), $\sim$, $\wedge$, $\vee$, $\rightarrow$ (implicația exactă), $\curlywedge$ (absurd).

2. *Definiții*:

1. $\Diamond A = \sim (A \rightarrow \curlywedge)$.
2. $\Box A = \sim \Diamond \sim A$

3. *Axiome*:

1. $A \rightarrow A$
2. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C))$
3. $(A \rightarrow B) \rightarrow ((C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B))$
4. $(A \rightarrow (A \rightarrow B)) \rightarrow (A \rightarrow B)$
5. $(A \wedge B) \rightarrow A$
6. $(A \wedge B) \rightarrow B$
7. $((A \rightarrow B) \wedge (A \rightarrow C)) \rightarrow (A \rightarrow (B \wedge C))$
8. $A \rightarrow A \vee B$
9. $B \rightarrow A \vee B$
10. $((A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \vee B) \rightarrow C)$
11. $(A \wedge (B \vee C)) \rightarrow (B \vee (A \wedge C))$
12. $(A \rightarrow B) \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$
13. $(A \wedge B) \rightarrow \sim (A \rightarrow \sim B)$
14. $A \rightarrow \sim \sim A$
15. $\sim \sim A \rightarrow A$
16. $(A \rightarrow \curlywedge) \rightarrow \sim A$
17. $(A \wedge \sim A) \rightarrow \curlywedge$

4. *Reguli de deducție*:

1. $\dfrac{A,\ A \rightarrow B}{B}$

2. $\dfrac{A,\ B}{A \wedge B}$

3. $\dfrac{A,\ \sim A \vee B}{B}$

4. $\dfrac{B,\ A \rightarrow (B \rightarrow C)}{A \rightarrow C}$

5. $\dfrac{A \rightarrow B,\ (A \rightarrow B) \wedge C \rightarrow \curlywedge}{C \rightarrow \curlywedge}$

*Sistemul E (Anderson și Belnap)*. Se constituie din *P''* prin eliminarea axiomelor 16 și 17, a regulilor 3, 5, a operatorului $\curlywedge$ și a definițiilor. Se adaugă la rest axioma $(NA \wedge NB) \rightarrow N(A \wedge B)$ și definiția $NA = (A \rightarrow \rightarrow A) \rightarrow A$ (unde *N* este operatorul necesității). Sistemul este echivalent cu *P''* Implicația $\rightarrow$ se numește *relație de conchidere* (sau simplu de *inferență* (engl *entailment*) Luînd ca unic operator $\rightarrow$ (inferența) ei au con-

struit un sistem numit „calculul pur al inferenței" (este un sistem parțial implicativ). El constă din axiomele 1—4 și regulile 1 și 3 din sistemul $P''$. Un sistem complet $E$ se obține din *sistemul pur* prin adăugarea operatorului $N$ prin definiția: $NA = (A \rightarrow A) \rightarrow A$ și introducerea a 14 axiome. Regulile sînt: substituției, modus ponens pentru $\rightarrow$ și de transformare.

**SISTEME MODALE TIP LEWIS.** *Logica modală (v.)* a fost cercetată axiomatic și matriceal în secolul nostru. O primă clasă de sisteme *(calcule)* modale a fost construită de C.I. Lewis. Sistemele lui Lewis sînt notate respectiv cu $S_1$, $S_2$, $S_3$, $S_4$, $S_5$ și $S_6$. Acestea sînt *sistemele implicației stricte*.

*Sistemul* $S_1$.

1. *Lista semnelor de bază*: $p, q, r, \ldots$ (variabile propoziționale), $\sim$ (negația), $\wedge$ (conjuncția), $\Diamond$ (posibilitatea).

2. *Definiții*:

   1. $p \vee q = \sim (\sim p \wedge \sim q)$ (alternativa)
   2. $p \prec q = \sim \Diamond (p \wedge \sim q)$ (implicația strictă)
   3. $p = q = (p \prec q) \wedge (q \prec p)$ (echivalența strictă).

3. *Axiome*:

   1. $(p \wedge q) \prec (q \wedge p)$;
   2. $(p \wedge q) \prec p$
   3. $p \prec (p \wedge p)$
   4. $(p \wedge q) \wedge r \prec p \wedge (q \wedge r)$
   5. $((p \prec q) \wedge (q \prec r)) \prec (p \prec r)$
   6. $(p \wedge (p \prec q)) \prec q$.

4. *Reguli de deducție*:

   1. Regula substituirii de echivalente *(v. substituția)*,
   2. Regula substituției de variabile propoziționale,
   3. Regula $\dfrac{\vdash p, \vdash q}{\vdash p \wedge q}$ (semnul $\vdash$ înseamnă *demonstrabil* și este introdus aci de noi pentru prescurtare),
   4. Regula modus ponens $\dfrac{\vdash p, \vdash p \prec q}{\vdash q}$

Sistemul este „incomplet în sens restrins" (=pot fi adăugate noi axiome și reguli fără a obține contradicție), el este însă consistent și independent (ceea ce a demonstrat chiar Lewis). Lewis introduce *implicația strictă* cu scopul eliminării așa-numitelor paradoxe ale *implicației materiale (v.)*. Conform cu *Principia Mathematica (v.)* implicația materială ar reda exact *relația de concludere logică* adică *inferența (v.)*. Lewis în primul său sistem ($S_3$) definește implicatia strictă astfel.

$$p \prec q = \Box (p \supset q)$$

(„$\Box (p \supset q)$" inseamnă este necesar $p \supset q$). Paradoxele amintite nu mai apar, dar se deduc alte forme paradoxale analoage: $\Box p \prec (q \prec p)$; $\sim \Diamond p \prec (p \prec q)$ Acestea înseamnă „dacă $p$ este necesar atunci el urmează strict dintr-o propoziție oarecare" și respectiv „dacă $p$ este imposibil atunci din $p$ urmează strict o propoziție oarecare". Explicația constă în faptul că Lewis n-a găsit adevărata cauză a respectivelor paradoxe și n-a interpretat exact propriul său sistem. Lemmon a construit sisteme

mai slabe decît $S_1$, la fel Feys Sistemul lui Feys ($S_1^0$) apare prin suprimarea axiomei 6 din $S_1$.

*Sistemul* $S_2$. Anexind la $S_1$ axioma 7. $\Diamond (p \wedge q) \prec \Diamond p$ obţinem sistemul $S_2$. A. Schmidt axiomatizează $S_2$ numai pe baza operatorială $(\sim, \wedge, \prec)$, bază suficientă pentru toate sistemele lui Lewis

$$\Diamond p = \sim (p \prec \sim p)$$
$$\Box p = \sim p \prec p$$

dar ele nu au acelaşi sens ca şi *posibil* şi, respectiv, *necesar*. Sistemul $S_2$ este incomplet în sens restrins ca şi toate sistemele de tip Lewis.

*Sistemul* $S_3$. Dacă la sistemul $S_2$ anexăm axioma 8. $(p \prec q) \prec (\sim \Diamond q \prec \prec \sim \Diamond p)$ obţinem un nou sistem.

*Sistemul* $S_4$. Anexind la sistemul $S_2$ axioma 8'. $\Box p \prec \Box \Box p$ obţinem $S_4$. Acest sistem conţine pe $S_3$.

*Sistemul* $S_5$. Dacă la sistemul $S_2$ anexăm axioma 8''. $\Diamond p \prec \Box \Diamond p$ obţinem sistemul $S_5$. $S_5$ conţine pe $S_4$ şi, deci, pe $S_1 - S_3$. Dar din acest sistem trebuie eliminată ca redundantă axioma 6 (după cum a arătat Sobocinski).

*Sistemul* $S_6$. Se obţine anexind la $S_2$ axioma 8'''. $\Diamond \Diamond p$. Sensul ei nu este prea clar intuitiv. „este posibil că este posibil $p$". Unele sisteme de tip Lewis au fost reaxiomatizate de alţi autori (Schmidt, Gödel, Simons).

*Axiomatica lui Schmidt pentru* $S_2$.

1. Lista semnelor de bază $p, q, r, \ldots, \sim, \wedge, \prec$.
2. Definiţia $\Diamond p = \sim (p \prec \sim p)$
3. Axiome 1—6. ca în $S_1$ (deşi în ordine schimbată: 1, 4, 2, 3, 6, 5)
   7. $(p \prec q) \prec (\sim q \prec p)$
   8. $(p \wedge q) \prec r) \prec ((p \wedge \sim r) \prec q)$
   9. $p \prec \sim \sim p$
   10. $\sim \sim p \prec p$.
4. Regulile de deducţie (ca în $S_2$).

Dintre operatorii modali sistemul are la bază numai implicaţia strictă. Celelalte sisteme pot fi axiomatizate pe aceeaşi bază.

*Axiomatica lui Gödel pentru* $S_4$. Constă din calculul propoziţiilor şi axiome modale (Gödel axiomatizează şi alte sisteme Lewis).

1. *Axiome*.

1. Axiome ale calculului propoziţiilor,

2. Axiome modale:

1. $\Box (p \supset q) \supset (\Box p \supset \Box q)$,
2. $\Box p \supset p$
3. $\Box p \supset \Box \Box p$.

2. Reguli: Regulile calculului propoziţional

Regula $\dfrac{\vdash p}{\vdash \Box p}$

Înlocuind axioma modală 3 prin: 3' $\sim \Box p \supset \Box \sim \Box p$ obţinem $S_5$. Eliminînd axioma modală 3 obţinem sistemul $T$ al lui Gödel astfel că $T \subset S_4$ şi $S_2 \subset T$.

*Axiomatica lui L. Simons pentru sistemele Lewis.* Se aplică scheme de axiome. Exemplificăm pentru $S_3$. 1. Lista semnelor de bază: $A, B, C, \ldots$ - $\vdash, \supset, \prec, \sim, \wedge, \square, \Diamond$.

2. Regulă: $\dfrac{\vdash A, \ \vdash A \supset B}{\vdash B}$

3. Schema de axiome:
1. $\vdash A \prec (A \wedge A)$
2. $\vdash (A \wedge B) \prec B$
3. $\vdash ((A \wedge B) \wedge \sim (C \wedge B)) \prec (A \wedge \sim C)$
4. $\vdash \sim \Diamond A \supset \sim A$
5. $\vdash A \prec \Diamond A$
6. $\vdash (A \prec B) \prec (\sim \Diamond B \prec \sim \Diamond A)$

Axiomatizarea lui $S_4$ se obține adăugînd schema:

7. $\vdash \Diamond \Diamond A \prec \Diamond A$, iar a lui $S_5$ adăugînd schema
8. $\vdash (\square A \prec \Diamond A) \prec (A \prec \square \Diamond A)$.

*Sistemele lui Dummett și Lemmon:* $S_{4\cdot 2}$, $S_{4\cdot 3}$. $S_{4\cdot 2}$ se obține adăugînd la $S_4$ axioma $\Diamond \square p \prec \square p \Diamond p$, iar $S_{4\cdot 3}$ se obține adăugînd la $S_4$ axioma $(\square p \prec \square p) \vee (\square q \prec \square p)$. Relații de incluziune: $S_4 \subset S_{4\cdot 2}$, $S_4 \subset S_{4\cdot 3}$, $S_{4\cdot 2} \subset S_5$, $S_{4\cdot 3} \subset S_5$.

*Sistemele lui Hallden* $S_7, S_8$. Anexind la $S_3$ axioma $\Diamond \Diamond p$ obținem $S_7$, iar prin anexarea axiomei $\square \Diamond \Diamond p$ la $S_3$ obținem $S_8$.
Relații: $S_7$, $S_4$ sînt independente de $S_5$, $S_7 \subset S_8$, $S_6 \subset S_7$. Holden a construit și un sistem mai slab decît $S_1$ ($= S_1$ minus axioma 6.) numit $S_0$, fără definiția implicației stricte $(p \prec q = \sim \Diamond) (p \wedge \sim q)$. Moh Sjaw — Kwej a propus un sistem pe care l-a numit *bazal*, mai slab decît orice sistem Lewis. El conține operatorii $\sim, \prec, \square$, și a iomele. $p \prec \sim \sim p$, $\sim \sim p \prec p$ și $\square p \prec p$ și cinci reguli fundamentale.

*Sistemele lui von Wright („tip Lewis") . M, M', M''.*

Sistemul M.

1. *Lista de semne:* $p, q, r, \ldots, \sim, \vee, \supset, \equiv, M$ (posibilul) $N$ (necesarul), $A, A_1, A_2 \ldots$ (expresii logice propoziționale)
2. Axiome:
   1. $p \supset Mp$
   2. $M(p \vee q) \equiv Mp \vee Mq$
3. Reguli de deducție:
   1. Regulile logicii propozițiilor
   2. Regula $\dfrac{\vdash A_1 \equiv A_2}{\vdash (MA_1 \equiv MA_2)}$
   3. Regula $\dfrac{\vdash A}{\vdash NA}$

Dacă la $M$ anexăm axioma $MMp \supset Mp$ obținem $M'$, iar dacă anexăm axioma $M \sim Mp \supset \sim Mp$ obținem $M''$.

Sistemele $M, T, M', S_4$ și resp. $M'', S_5$ sînt echivalente. Von Wright a plecat de la ideea că propozițiile modale nu sînt categoric adevărate sau

false, ci sînt adevărate sau false în anumite condiții, uneori sau totdeauna

*Sistemul lui Brouwer* (formulat de Kripke și Hintikka). Se obține prin anexarea „axiomei brouweriene" $p \prec \Box\Diamond p$ la *M* (von Wright) (*Quantoren, Modalitäten, Paradoxien*, Berlin (R.D.G.), 1972)

**SISTEME MODALE TIP LUKASIEWICZ.** *Sistem cu implicație tetravalentă. Lista de simboluri*: $p, q, r, \ldots, \alpha, \beta, \gamma, \ldots$, $C$ (implicația tetravalentă), $N$(negația), $M$ (posibil), $L$ (necesar), $\delta$ (variabila functorială). Există o definiție: $C\,\delta\,N\,M\,p\,\delta\,L\,p$ și, două axiome obișnuite $C\,\delta\,pC\,\delta\,Np\,\delta q$, precum și *axiome de eliminare (respingere)*: $CMpp$; $Mp$. Se formulează apoi reguli pentru demonstrație (substituție și modus ponens) și reguli pentru respingere

1. $\dfrac{\vdash C\alpha\beta,\ \dashv\beta}{\dashv\alpha}$

2. $\alpha$ este obținut prin substituția din $\beta$ și dacă $\dashv\alpha$ atunci $\dashv\beta$, ceea ce putem schematiza astfel $\dfrac{\beta \underset{s}{\vdash} \alpha,\ \dashv\alpha}{\dashv\beta}$

**SOFISME STATISTICE,** sofisme bazate pe insuficienta determinare a datelor cifrice despre evenimente, fenomene etc. Fără o raportare la *repere complete* cifrele nu redau valoarea reală ci o maschează. Iată două exemple tipice Se raportează că la o anumită activitate au participat 395 de studenți sau 1/2 din studenții unei facultăți. Aceste cifre nu spun nimic dacă nu sînt raportate la alte date: 1) cîți studenți are facultatea, 2) cîți studenți au alte facultăți și ce participare, 3) care a fost participarea anterioară (dacă eventual astfel de activitate a avut loc) etc Alt exemplu: se raportează că în 1980 au promovat din anul III 95% studenți. Această cifră nu spune nimic dacă nu este raportată la cel mai înalt nivel și respectiv la cel mai scăzut nivel din alți ani, alți ani de studii, alte facultăți.

**SOFISMUL COMPUNERII.** În legătură cu distincția între „posibilitatea absolută" și „posibilitatea relativă" Aristotel expune în *Respingerile sofistice* următorul sofism. „Căci nu înseamnă același lucru dacă spunem în diviziune sau în compoziție că este posibil ca cel care șade să meargă (și cel care nu scrie să scrie). Tot așa, dacă compunem aceste cuvinte „cel care nu scrie, scrie", sensul lor este atunci că cineva are capacitatea de a scrie, nescriind; dimpotrivă, dacă nu le compunem, fraza are sensul că cel „care nu scrie are totuși capacitatea de a scrie". Sofismul bazat pe compoziție vrea să spună că cineva poate merge șezînd (în timp ce șade) ceea ce e fals, dar că același lucru înțeles în diviziune spune că în timp ce șade are *capacitatea* de a merge. Este distincția dintre „posibil în timp ce" și „posibil în principiu".

**SOFISMUL FÎNTÎNII.** Sofism atribuit lui Hrisip și Eubulid. „Ceea ce nu-i în cetate, nu-i nici în casă, dar în cetate nu este nici o fîntînă, deci nu este nici o fîntînă nici în casă". Sofismul se bazează pe dublul înțeles al expresiei „a fi în cetate". Un sofism analog poate fi reformulat pe baza dublului înțeles al expresiei „a fi în oraș" astfel: „Dacă mergi în locul *X* înseamnă că atunci cînd pornești nu ești in locul *X*, prin urmare, dacă mergi în oraș, tu nu te afli în oraș, or tu ai pornit din casa ta care se află în oraș Deci ești și nu ești în oraș în momentul în care ai pornit"

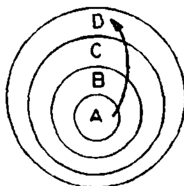
**SOFISMUL LUI CIUAN-TZE.** Filozoful chinez Ciuan-tze (din şcoala lui Lao-tzi) privind peştii zbenguindu-se zise: „Iată plăcerea peştilor!" Un coleg îi replică: „Dar dumneata nu eşti peşte, de unde ştii care este plăcerea peştilor?" Ciuan-tze: „Dumneata nu eşti eu, de unde ştii că eu nu ştiu care este plăcerea peştilor?" Colegul: „Eu nu sînt dumneata şi deci nu te cunosc, dar tot aşa de cert este că dumneata nu eşti peşte şi că deci nu poţi şti care este plăcerea peştilor". (M. Granét, *La Pensée chinoise*). Sofismul are la bază cîteva supoziţii false în ce priveşte cunoaşterea stării interne. Apare că ea este de natură pur *introspectivă*

**SOFISMUL LUI NAGASENA.** Un călugăr budist Nagasena îi ţine regelui Menandru al Pundjabului următorul discurs sofistic: „Rege, ai venit la mine la marginea oraşului într-un car. Ce este oare carul tău? Este roata sau roţile? Este osia sau oiştea? Este totul împreună sau este altceva decît toate aceste părţi? Nu, nu este nici una din aceste părţi ale sale, iar ca tot nu *este* deloc. Totul, carul e numai o vorbă, care e înţeleasă în dependenţă de toate aceste părţi. Totul este numai o denumire arbitrară a oamenilor care se amăgesc pe sine. Dar ceea ce este mai important: ce eşti tu, marele, victoriosul rege Menandru? Eşti mîna sau piciorul tău? Capul sau gîndirea ta? Nu: tu nu *eşti*. Există numai părţile tale, aparenţa ce trece prin faţa ochilor, însă nu există nici un tot care ar putea să poarte mîndrul nume de rege Menandru, aşa cum nu există un călugăr budist cu numele de Nagasena". (W. Ruhen, *Geschichte der indischen Philosophie*, Berlin, 1955). Sofismul are la bază neînţelegerea raportului dintre părţi şi întreg. Raţionînd consecvent ar trebui să se spună că .. nu există nici părţile, căci şi ele pot fi descompuse la rîndul lor în părţi. Prin urmare, totul este aparenţă.

**SOPHISMA ILLICITI PROCESSI,** sofismul termenilor mai extinşi în concluzie decît în premise (*v. silogism simplu*)

**SORIT,** polisilogism eliptic. Logica mai veche ne a lăsat două specii. s. aristotelic şi s. goclenian. Ambele sînt construite pe silogisme de figura I. În ambele se suprimă concluziile intermediare S. *aristotelic* Toate premisele sînt majore, cu excepţia primeia care este minoră Cazul cel mai interesant este construit în formă de tranzitivitate (cu judecăţi de forma A):

$$\begin{array}{c} A - B \\ B - C \\ C - D \\ \hline A - D \end{array}$$



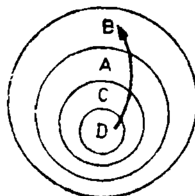

Exemplu

Toţi buldogii sînt canine
Toate caninele sînt mamifere
Toate mamiferele sînt vertebrate
———————————————
Toţi buldogii sînt vertebrate.

S. *goclenian* (după numele lui Rudolf Goclenius, profesor la Marburg, sec. 16) Toate premisele sînt minore, cu excepţia primeia care este majoră.

Un caz interesant este construit pe modul Barbara *(v.)*. Acest caz are schema şi, respectiv, reprezentarea:

$A - B$
$C - A$
$D - C$
———
$D - B$




Exemplu:

Toate mamiferele sînt vertebrate
Toate caninele sînt mamifere
Toţi buldogii sînt canine
———
Toţi buldogii sînt vertebrate

Au fost formulate şi unele reguli pentru aceste forme de s. Regulile s. aristotelic (a) numai ultima premisă poate fi negativă, (b) numai prima premisă poate fi particulară. Regulile s. goclenian: (a) numai prima premisă poate fi negativă, (b) numai ultima premisă poate fi particulară. Regulile s. pot fi condensate astfel: (1) numai premisa care conţine termenul minor poate fi particulară, (2) numai premisa care conţine termenul major poate fi negativă. Noţiunea de s. poate fi generalizată în două sensuri: a) s. cu silogisme de aceeaşi figură, b) s. cu silogisme din figuri diferite. Drobisch a arătat că există o excepţie: nu se pot construi s. numai cu silogisme de figura a III-a Regulile pentru s. generalizat se vor modifica.

**SPECIE** *v. gen.*

**STARE DE FAPT 1.** Conţinutul obiectiv al unei propoziţii cognitive. **2.** Poziţie a faptului (v. *fapt*) exprimat de propoziţie în raport cu realitatea (faptul *are loc* sau faptul *nu are loc*) În definiţia adevărului unei propoziţii utilizăm ideea de **s. de f.** *p* este propoziţie adevărată dacă şi numai dacă **s. de f.** exprimată de propoziţie *are loc* în realitate **S. de f.** poate fi înţeleasă ca fiind complexul obiect-determinări De ex. *proprietatea oamenilor de a fi muritori* este o **s. de f. S. de f.** pot fi elementare („atomare") sau compuse („moleculare"). Ele pot fi, de asemenea, individuale sau generale. *Ploua* este o **s. de f.** elementară şi individuală, *plouă* şi *bate vîntul* este o conjuncţie de stări individuale. **S. de f.** că *doi adunat cu doi dă patru* este generală. Despre orice propoziţie cognitivă spunem că intenţionează să exprime o **s. de f.**

**STRUCTURĂ TOPOLOGICĂ.** Structură corespunzătoare spaţiului topologic Spaţiul topologic se defineşte astfel (Rasiowa, Sikorski): fiind dat un univers de mulţimi $U$ cu $A, B \subset U$ şi două operaţii $D$, $I$ (resp *deschidere, închidere*), spunem că $U$ este un *spaţiu topologic* dacă şi numai dacă pentru orice $A \subset U$ există $DA \subset U$, astfel că

(1) $D(A \cap B) = DA \cap DB$,

(2) $DA \subset A$

(3) $DDA = DA$

(4) $DU = U$.

Aceste axiome definesc spaţiul pe care convenim să-l numim de *deschidere*. În mod simetric *(dual)* definim spaţiul *de închidere*

(1′) $I(A \cup B) = IA \cup IB$;

(2′) $A \subset IA$;

(3′) $IIA = IA$;

(4′) $I\emptyset = \emptyset$.

(Acestea sînt „axiomele lui Kuratowski"). Operaţiile $D$ şi $I$ sînt legate prin relaţiile:

$$DA = -I - A$$
$$IA = -D - A$$
$$IA\ (A \subset U) = D - A = U - D(U - A)$$
$$A \subset B \Rightarrow DA \subset DB \text{ şi } IA \subset IB.$$

Tratînd pur formal (în sensul lui Hilbert, *v. formalizare*) axiomele date putem obţine s. t. determinate de axiomele:

(1) $\Delta(A * B) = \Delta A * \Delta B$

(2) $\Delta A \prec A$

(3) $\Delta\Delta A = \Delta A$

(4) $\Delta\Pi = \Pi$

(1′) $\Delta'(A \circ B) = \Delta' A \circ \Delta' B$

(2′) $A \prec \Delta' A$

(3′) $\Delta'\Delta' A = \Delta' A$

(4′) $\Delta'\Pi' = \Pi'$

unde $*$, $\circ$ sînt două operaţii duale, $\prec$ o relaţie de ordine, $=$ — o relaţie de echivalenţă, $\Pi$, $\Pi'$ două constante complementare Logica modală satisface evident aceste structuri:

(1) $N(p \,\&\, q) = Np \,\&\, Nq$

(2) $Np \rightarrow p$

(3) $NNp = Np$

(4) $NT = T$

(1′) $P(p \vee q) = Pp \vee Pq$

(2′) $P \rightarrow Pp$

(3′) $PPp = Pp$

(4′) $PC = C$

unde $N$, $P$ sînt semnele pentru *necesar* şi *posibil*, $T$ — tautologie, $C$ — contradicţie. Logica aserţiunii şi ipotezei are următoarele structuri topologice.

(1) $\vdash (p \,\&\, q) = \vdash q \,\&\, \vdash q$

(2) $\vdash p \rightarrow p$

(3) $\vdash\, \vdash p = \vdash p$

(4) $\vdash T = T$

(1′) $H(p \vee q) = Hp \vee Hq$

(2′) $p \rightarrow Hp$

(3′) $HHp = Hp$

(4′) $HC = C$

unde $\perp$: *asertat*, $H$ — *ipoteză*, $T$, $C$ — ca mai sus Cu excepţia TFA, toate sistemele logicii pure sînt structurate topologic.

**SUBCONTRARIETATE,** raport între două forme de propoziţii astfel că. 1 formele sînt omogene şi corelative, variabilele cu poziţii identice sînt identice şi conjuncţia formelor nu poate fi interpretată (exemplificată) în aşa fel încît ambele forme să devină propoziţii false, 2. orice transformare echivalentă a celor două forme duce de asemenea la raport de s. De ex. $US - P$ şi $US + P$ sînt forme subcontrarii. Transformîndu-le prin obversiune obţinem formele subcontrarii $US + \bar{P}$ şi $US - \bar{P}$. Formele subcontrarii pot deveni împreună adevărate sau una adevărată şi alta falsă. Observăm că definiţia tradiţională „două judecăţi care nu pot fi împreună false sînt subcontrarii" nu este valabilă Într-adevăr, judecăţile

„2 + 3=5" şi „3 > 2" nu sînt împreună false şi ele totuşi nu sînt subcontrarii. Dealtfel, pentru orice cuplu de judecăţi nu există decît una din cele patru posibilităţi (*vv, vf, fv, ff*) astfel că a spune „nu pot fi împreună" n-are sens, căci posibilitatea presupune alternative. (V. *Formule omogene, Pătrat logic*).

**SUBIECT,** parte a *predicaţiei (v.)* la care se raportează *predicatul (v.)*. Conform cu notaţia matricei în silogistică, *S* este *P*, s. este totdeauna primul termen al matricei, anume *S*, indiferent de modul cum este afectată matricea de către cuantificare sau negaţie. Termenul s-a extins pe măsura extinderii *silogisticii*, totuşi în logica ne-silogistică el este puţin sau deloc întrebuinţat. În conformitate cu înţelesul originar al *predicaţiei* rămîn două ambiguităţi în legătură cu termenul s.. a) este s. *lucrul* despre care vorbim (enunţăm) sau *conceptul*? b) în judecăţile cuantificate enunţăm noi doar despre *S* sau despre *toţi S* şi *unii S*? Prima ambiguitate a fost generată de faptul că s-a trecut în mod tacit de la operaţia de *predicare* la relaţia corespunzătoare intre concepte. A predica (enunţa) ceva *despre* ceva revine la a spune despre un lucru (obiect) extrapropoziţional că el este în cutare sau cutare fel. Este evident că nu despre concept vorbim cînd spunem că *omul este raţional* Predicăm (enunţăm) despre lucrul numit *om* că *este raţional*. Urmînd o expresie a lui Frege, vom spune că *om* (o entitate extrapropoziţională) „cade sub conceptul" exprimat prin *raţional* (sau şi mai în spiritul lui Frege, sub conceptul *este raţional*) Operaţia de predicaţie implică în acest caz o relaţie între lucru şi concept. Dacă trecem la relaţia intre concepte trebuie să renunţăm la înţelesul originar al *predicaţiei* sau să renunţăm la termenul de *predicaţie*, căci nu vom putea accepta *în genere* să enunţăm *despre concepte* (deşi în cazuri particulare, cînd facem *metapropoziţii (v.)*, acest lucru este posibil) O modificare a terminologiei, de ex., aproximativ în sensul în care a făcut-o Leibniz, se impune *(v. praedicatum in est subiecto)*. A doua ambiguitate b) este soluţionată printr-o convenţie. s. este *S*, luat ca distribuit sau nedistribuit.

**SUBMULŢIME,** orice mulţime *X* inclusă într-o mulţime *Y*. Deci dacă avem $X \subset Y$, *X* va fi s. a lui *Y*. S. este definită nestrict sau strict În matematică se utilizează adesea submulţimea în sens nestrict definită inductiv: a) Ø este s. a oricărei mulţimi, b) orice mulţime de elemente *X* în presupunerea că *Y include strict* pe *X*, c) mulţimea *Y* însăşi. Submulţimea in sensul strict este doar s. b). S. se mai numeşte şi *parte a* mulţimii

**SUBSTITUŢIE,** operaţie de înlocuire a unei variabile dintr-un limbaj *L*, variabilă de *categorie semantică (v.)* dată, într-o formulă sau o secvenţă finită de formule Variabila poate fi inlocuită fie cu semnificaţii (valori) constante, fie cu alte variabile de aceeaşi categorie, fie cu formule de tip indicat, fie cu metasimboluri. S. impune două condiţii generale. a) se operează pretutindeni unde variabila apare în contextul dat (formulă, secvenţă de formule), b) se substituie simultan în locul variabilei un singur fel de expresie În funcţie de natura variabilei şi a limbajului se introduc condiţii speciale de s. astfel că pentru fiecare categorie de variabilă se formulează o regulă specifică de s. Notăm s. sau simplu cu $v/\alpha$ sau cu $\text{SbA}^v_\alpha$ unde *v* este variabila de înlocuit iar $\alpha$ expresia cu care se inlocuieşte. $\text{SbA}^v_\alpha$ se citeşte: „s. în *A* de *v* cu $\alpha$". Fie limbajul TFA şi formula $(p \rightarrow (q \vee p)) \rightarrow p$. Avem variabile de o singură categorie semantică — anume „variabile propoziţionale" *p, q, ...* Regula s. va repeta pur şi

simplu cele două condiții generale a) și b). Exemple de s. pentru $p$: — cu constante (0, 1) : $p$; $p/1$ dă $(1 \rightarrow (q \vee 1)) \rightarrow 1$; $p/0$ dă $(0 \rightarrow (q \vee 0)) \rightarrow 0$; cu altă variabilă: $p/r$ dă $(r \rightarrow (q \vee r) \rightarrow r$; cu o formulă TFA: $p/q \& r$: $((q \& r) \rightarrow (q \vee (q \& r))) \rightarrow (q \& r)$, cu o metavariabilă: $p/A$ dă $A \rightarrow (q \vee A) \rightarrow A$. S. cu metavariabile se face de regulă pentru toate variabilele propoziționale, de ex. $p/A$, $q/B$ dă $A \rightarrow (B \vee A) \rightarrow A$. S. nu se confundă cu alte operații de înlocuire: a) înlocuirea de expresii echivalente, b) prescurtarea, c) redenumirea variabilelor, d) înlocuirea de *scheme de axiome (v.)* cu axiome. Prescurtarea poate să însemne înlocuirea unei formule cu un simbol sau cu o formulă simplificată. De ex.: formulele $p \& q$, $p \vee q$ pot fi înlocuite cu simbolurile $A_1$, $A_2$ respectiv. Dacă ne interesează o singură variabilă sau numai variabilele din formule putem s-o prescurtăm astfel $A[p]$, $A[p, q]$ ceea ce se citește respectiv „$A$ care conține pe $p$" și „$A$ care conține $p$ și $q$". (Pentru celelalte înlocuiri *v. regula substituirii de echivalente* și *regula redenumirii*). Cînd teoria este multisortată (= conține variabile de diferite categorii) problema substituției se complică. Astfel, în logica predicatelor de ordinul unu avem trei feluri de variabile: $p, q, r, \ldots$ variabile propoziționale, $x, y, z, \ldots$ variabile individuale, $F, G, H, \ldots$ variabile predicative. În plus, variabilele predicative se disting după numărul de argumente-monadice, diadice etc., ceea ce e important pentru s. Un interes deosebit prezintă s. de variabile individuale (pentru restul *v. regula substituției în calculul predicatelor*). Fie $A[x]$ (unde $x$ poate intra de $n$ ori) termen sau formulă. „S. termenului $t$ în locul variabilei $x$ în (sau pretutindeni în) $A[x]$ constă în înlocuirea fiecărei intrări libere a lui $x$ în $A$ cu intrarea lui $t$. Dacă $A[x]$ constă din părțile care conțin pe $x$ liber $A_1 x A_2 x, \ldots A_{n-1} x A_n x$, atunci $A[x]$ după s. va fi $A_1 t A_2 t \ldots A_{n-1} t A_n t$. Pe scurt, de la $A[x]$ se trece la $A[t]$. Exemplu. $A[x]$ este $x + y$, atunci dacă operăm $x/2$ $A[2]$ va fi $2 + y$. Dacă $A(x)$ este $x + y = x$, atunci prin $x/2$ obținem $A[2]$ adică $2 + y = 2$. Este necesar ca s. să se producă în expresia inițială $A[x]$ pentru $x$ și nu în vreo expresie derivată a acesteia. Se spune că *$t$ e liber pentru $x$* (= $t$ poate fi s. pentru $x$) dacă nici o intrare liberă a lui $x$ nu intră în domeniul de acțiune al unui cuantor $Qy$ unde $y$ este variabilă din $t$ (deci $t[y]$). Vom mai spune că s. lui $t$ în locul lui $x$ din $A[x]$ este *liberă* dacă $t$ este liber pentru $x$ din $A[x]$. Exemplu. Fie formula $\forall y (x + y = x)$ și termenul $z + y$, se observă că $z + y$ conține pe $y$ care în formulă apare cuantificat, deci $z + y$ nu este liber pentru $x$ și s. nu este liberă. Într-adevăr, s-ar obține $\forall y(x + (z + y) = x)$, ceea ce din capul locului duce de la o formulă care e realizabilă la una care poate să nu fie realizabilă pentru aceleași valori. În ce privește s. și deducția trebuie remarcat că expresiile $A[x]$ și $SbA^x_y$ nu sînt neapărat echivalente (echireferente). Astfel, din $a = b$ se poate obține $a = a$, ceea ce evident diferă radical ca valoare.

**SUCCEDENT** *v. antecedent.*

**SUMĂ LOGICĂ**, denumire în limbajul aritmetizat *(v. aritmetizare)* pentru disjuncție (funcția disjuncției). Se notează cu + și se reprezintă prin formula $p + q$ sau $A + B$. Dacă avem o serie de membri ordonată (finită sau infinită) atunci suma logică se scrie $\sum_{i=1}^{n} p_i$ (resp. $\sum_{i=1}^{\infty} p_i$).

**SUMĂ RELATIVĂ** — simbolic $RwQ$ sau $x(RwQ)y$ — se definește: $RwQ = \exists z(xRz \vee zQy)$ Exemplu: $x \geqslant x$ este sumă de $x > y$ și $y = x$.

**SUPERPOZIȚII.** Fiind dată o funcție $f(p_1, p_2, \ldots, p_n)$ se numește s. — operația de renumerotare a variabilelor sau de substituire a argumentelor cu funcții. De ex din $p_1 \rightarrow p_2$ obținem $p_2 \rightarrow p_1$ (prin renumerotare) sau $p_1 \rightarrow \bar{p}_2$ (prin substituție).

**SUPOZIȚIE,** presupunere tacită sau explicită în vederea realizării anumitor proprietăți ale entităților cu care lucrăm într-un context logic. O s. fundamentală în orice context logic este s. *de existență* Fără o presupunere de existență discursul logic își pierde sensul O altă s. fundamentală este s. *de unicitate și distincție* — fiecare entitate despre care vorbim logic este unică și inconfundabilă cu altele Aceasta se reflectă în faptul că în același context logic nu operăm cu două definiții diferite *extensional* cu privire la un termen, că unui termen (dacă nu se introduce o condiție *explicită*) îi corespunde un singur denotat (concret sau abstract) și, respectiv, o singură extensiune Altfel spus, este supoziția *univocității și clarității* A treia s. fundamentală este a *stabilității* (a conservării) entităților pe tot parcursul discursului logic, dacă nu se prevede *explicit* altfel Aceste s. condiționează consistența și coerența discursului logic. Legătura cu *principiile logicii (v.)* a acestor supoziții este evidentă. Aceste s. formează carcasa de s. filosofice ale logicii formale. Există apoi s. speciale ale teoriilor (de ex., pentru geometria euclidiană, pentru fizica newtoniană, pentru mecanica relativistă ș a ) Ansamblul acestor s. circumscrie cadrul de valabilitate a teoriei și formează ceea ce numim «carcasa supozițională» a teoriei, sau «carcasa filosofică». Trecerea de la o teorie la alta de un grad de esențialitate și generalitate mai mare atrage după sine schimbarea carcasei de s., iar uneori pur și simplu *precizarea acestei carcase*. Conflictul dintre carcasa de s. a unei teorii și faptele esențialmente noi se reflectă în apariția paradoxelor. Eliminarea paradoxelor, la rîndul ei, presupune revizuirea carcasei de s. Există, în fine, s. referitoare la anumite concepte sau la propoziții. O propoziție *de comandă*, de ex , presupune că: a) cel ce formulează comanda *poate* comanda, b) cel ce primește comanda o *înțelege* și *o poate efectua*. Aceste s. asigură minimum de raționalitate pentru comenzi

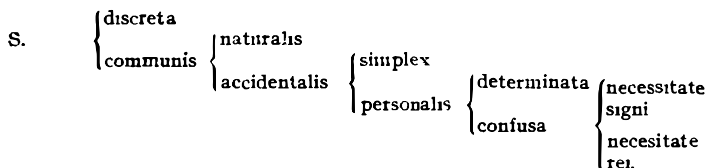
**SUPPOSITIO,** proprietate a termenilor (și în genere a expresiilor) mult discutată în filosofia medievală. Vom traduce cuvîntul prin *supoziție* dar vom utiliza și forma netradusă Se pare că apare pentru prima dată în lucrarea lui William Shyreswood *Introductiones in Logicam*. Sensul pare a fi de *situare sub* (ceva ce *stă* pentru altceva).

Explicații. S. *materialis* vizează forma materială (sunetele, scrierea) a termenului, fără raportare la semnificația (pro ipsa voce absolute) sau cu raportare la semnificația (pro ipsa dictione ex voce et significatione). Avem respectiv exemplele (1) HOMO este disilabic și (2) HOMO este nume. În s. *materialis* cuvîntul stă *pentru sine însuși*. S. *formalis* vizează semnificația cuvîntului, adică *lucrul pentru care stă cuvîntul.* Aci există mai întîi s. *simplex* luată fără raportarea lucrului la altele (pro significato sine comparatione ad res/manerialis/): (3) HOMO este specie, sau cu raportarea lucrului la altele (pro significato comparato ad res): (4) HOMO este creatura cea mai demnă și (5) PIPERUL se vinde aici și la Roma. În exemplul (4) s. este *mobilis* deoarece HOMO se poate repeta despre toti indivizii speciei, în timp ce în exemplul (5) este *imobilis* deoarece nu se poate repeta despre toate cazurile individuale (aci despre toate boabele de piper). Avem apoi s. *personalis* cu două cazuri *determinata* și *confusa*. Pentru primul avem exemplul (6) HOMO currit (omul aleargă) în sensul că individul uman aleargă (adică *omul determinat*). S. *confusa* presupune mai

Tabelul s. (după Kneale, *Dezvoltarea logicii*) este următorul

- **Suppositio**
  - materialis
    - pro ipsa voce absolute HOMO est disyllabum (1)
    - pro ipsa dictione composita ex voce et significatione · HOMO est nomen (2)
  - formalis
    - simplex
      - pro significato sine comparatione ad res (manerialis). HOMO est species (3)
      - (pro significato comparato ad res)
        - (mobilis sed) solum cum reduplicatione specie HOMO est dignisima creaturarum (4)
        - (imobilis et) vaga PIPER venditur hic et Romae (5)
    - personalis
      - determinata. ← HOMO currit (6)
      - confusa
        - confusa tantum. Omnis homo est ANIMAL (7)
        - confusa et distributiva
          - mobilis: Omnis HOMO est animal (8)
          - immobilis
            Tantum omnis HOMO currit (9)

mulţi indivizi sau un individ luat de mai multe ori. Această s. este de două feluri *confusa tantum* · (7) Orice om este ANIMAL, şi *confusa et distributiva* (8) Omnis HOMO est animal şi (9) Numai omul aleargă (Tantum omnis HOMO currit). În exemplul (7) termenul este predicat (ANIMAL) şi este luat în multiplicitate, dar nu pentru toţi indivizii umani. În exemplul (8) subiectul (HOMO) este luat în multiplicitate şi cu privire la toţi indivizii umani (adică distributiv), iar în (9) subiectul este luat în multiplicitate, distributivitate şi exclusivitate. Shyreswood analizează şi unele inferenţe în raport cu s. Problema s. a fost amplu discutată în logica medievală şi nu rareori înţelesurile şi clasificările se schimbă. Petrus Hispanus, de ex în *Summulae Logicales* adoptă următoarea schemă



Distincţia lui Shyreswood între *materialis* şi *formalis* este omisă, distincţia între *discreta* şi *communis* a fost respinsă de Shyreswood, iar distincţia între *naturalis* şi *accidentalis* este nouă S. *discreta* este dată de un termen singular, iar s. *communis* de un termen general. A doua distincţie (naturalis, accidentalis) se bazează probabil pe distincţia dintre *lege* (naturală) şi accident. În cazul lui *s. naturalis* cópula *este* are sens atemporal (de ex., „Toţi oamenii sînt muritori"). Ockham în *Summa Totius Logicae* discută şi el distincţiile însă de pe poziţiile nominalismului, în timp ce Shyreswood şi Petrus Hispanus erau realişti. (Kneale, *Dezvoltarea logicii*, vol. I, 1974).

# Ş

**Şi,** constantă *(particulă)* logică numită conjuncţie, utilizată **1.** Pentru a exprima conjuncţia stărilor de fapt (plouă şi îmi iau umbrela), **2.** Pentru a exprima conjuncţia între proporţii ("*p* şi *q*"), **3.** Pentru a exprima conjuncţia relaţiilor (*xRy* şi *yRz*), **4.** Pentru a exprima funcţia conjuncţiei (funcţie de adevăr), **5.** Pentru a citi simbolul conjuncţiei (&), **6.** Cu *rol sintactic* — formarea de expresii conjunctive (propoziţii conjunctive, expresii logice conjunctive, termeni conjunctivi). Astfel, în regula „dacă *A* şi *B* sînt propoziţii *A* şi *B* este propoziţie" particula (gramatical, conjuncţia) *şi* formează propoziţia compusă *A* şi *B*. În formularea „*S* este *P* şi *Q*" *şi* conjugă doi termeni (*P*, *Q*).

# T

**TABELUL ALEGERILOR BINARE.** Avînd $n$ termeni astfel că fiecare se află în două situații 0 și 1 obținem un tabel cu $2^n$ alegeri posibile. Tabelul constă din $2^n$ rînduri și $n$ coloane (fiecare rînd reprezentînd o alegere). Tabelul se constituie formînd coloanele prin alternare de situații: cîte $\frac{n}{2}$ de 0 și de 1 pe prima coloană, cîte $\frac{n}{4}$ de 0 și $\frac{n}{4}$ de 1 pe a dona etc., cîte un 0 și un 1 pe ultima coloană. Ca exemplu, luăm trei termeni $t_1$, $t_2$, $t_3$ și formăm coloanele:

| $t_1$ | $t_2$ | $t_3$ |
|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 |
| 0 | 0 | 1 |
| 0 | 1 | 0 |
| 0 | 1 | 1 |
| 1 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |
| 1 | 1 | 1 |

Coloana $t_1$ alternează $\frac{8}{2}$ (= 4) de 0 și $\frac{8}{2}$ de 1, coloana $t_2$ alternează $\frac{8}{4}$ (= 2) de 0 și $\frac{8}{4}$ de 1, coloana $t_3$ alternează cîte una din fiecare.

**TABELUL LUI KEYNES.** J. N. Keynes (în *Studies and Exercies in Formal Logic*) a dat următorul tabel pentru inferențele imediate. (S′, P′ sînt termeni negativi.)

| | | A | I | E | O |
|---|---|---|---|---|---|
| I | Propoziția originară | *Sa P* | *Si P* | *Se P* | *So P* |
| II | Obversa | *Se P′* | *So P′* | *Sa P′* | *Si P′* |
| III | Conversa | *Pi S* | *Pi S* | *Pe S* | |
| IV | Conversa obvertită | *Po S′* | *Po S′* | *Pa S′* | |
| V | Contrapoziția parțială | *P′e S* | | *P′i S* | *P′i S* |
| VI | Contrapoziția completă | *P′o S′* | | *P′o S′* | *P′o S′* |
| VII | Inversa parțială | *S′o P* | | *S′i P* | |
| VIII | Inversa completă | *S′i P′* | | *S′o P′* | |

**TABELUL LUI QUINE.** Pentru a afla formele normale reduse din formele normale prescurtate obţinute cu ajutorul algoritmului lui Mc. Cluskey folosim următorul **t. a lui Quine** (adaptat pentru numere):

| | $q_1$ | $q_2$ | .... | $q_n$ |
|---|---|---|---|---|
| $p_1$ | * | | | |
| $p_2$ | | * | * | |
| *... | | | | |
| $p_n$ | | | * | * |

Rîndurile conţin mulţimile de numere ale implicanţilor simpli, iar coloanele conţin numerele minitermenilor (= constituanţilor de 1). Punem asterisc (*aci* in mod arbitrar) in dreptul numărului minitermenului care se conţine în mulţimea de numere corespunzătoare (adică acoperirile de implicanţi simpli). Dacă unei mulţimi de numere îi corespunde o coloană ca un singur asterisc atunci respectiva mulţime reprezintă un implicant simplu care intră în *nucleul funcţiei*. Restul mulţimilor care nu intră în nucleu se distribuie pe lîngă nucleu în aşa fel încît împreună cu nucleul să asigure *acoperirea (v )* tuturor minitermenilor (= constituanţilor de unu). Acoperirea nu trebuie să depăşească minimul posibil. Funcţiile obţinute astfel sînt ireductibile, din ele se aleg formele normale minime Pentru exemplificare aplicăm **t. lui Quine** la exemplul dat cu ocazia expunerii *algoritmului Mc. Cluskey (v.)*.

| | 1 | 3 | 5 | 7 | 9 | 11 | 15 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| (1, 3, 5, 7) | * | * | * | * | | | |
| (1, 3, 9, 11) | * | * | | | * | * | |
| (3, 7, 11, 15) | | * | | * | | * | * |

Se observă că toate mulţimile intră în nucleu. Numerele sînt traduse apoi în expresii literale: a) se traduc în sistemul binar, b) expresiile binare se înlocuiesc cu litere (1 cu litera simplă, 0 cu litera negată).

**TAUTOLOGIE** (gr. *tauto* + *logos* = aceeaşi idee), propoziţia în care predicatul repetă ceea ce conţine deja subiectul, care, în genere, se reduce la o repetare de sens (fără a spune ceva nou). În teoria definiţiilor eroarea de a defini *idem per idem* poartă şi numerele de **t.** în definiţie. Pornind de la concepţia că propoziţiile logicii „nu spun nimic" Wittgenstein *(Tractatus)* le-a denumit **t.** Denumirea s-a impus *mai ales* pentru teoria funcţiilor de adevăr. **T.** este sinonim, pentru această teorie, cu *lege logică*, *funcţie* (sau expresia funcţională) *identic-adevărată*, *funcţie* (expresie) *validă*, *funcţie* (expresie) *universal valabilă*, *identitate logică* şi *expresie universal adevărată*. Pentru Wittgenstein **t.** este sinonim cu *analitic* (relativ la propoziţii) căci adevărul propoziţiilor logice „se recunoaşte din simbol in sine" *(Tractatus)*. Realitatea este că anumite legi logice simple ca $A \equiv A$ $A \rightarrow A$ pot *da* această impresie, dar pentru cele mai multe afirmaţia nu este adevărată. Ca urmare, vom detaşa inţelesul cuvîntului **t.** de interpretările sale metafizice şi-l vom lua în defmiţia pur logică (aşa cum s-a încetăţenit ul-

terior). **T.** este o funcție a TFA care ia valoarea *adevăr*, indiferent dacă argumentele ei iau valoarea adevăr sau fals. (*V.* și *Realizabilitate, Consistență*).

**TEOREMA ADECVĂRII**, tot ceea ce se deduce în sens sintactic se deduce și în sens semantic (și reciproc). Aceasta nu se confundă cu afirmația că tot ce este adevărat este demonstrabil, afirmație care nu este adevărată în toate cazurile (v. *teorema lui Gödel*). Deducția în sens sintactic se stabilește prin reguli formale, în timp ce deducția în sens semantic se stabilește prin modele. Fie $\{A_n\}$ o mulțime de axiome și $B$ o formulă. Se spune că $B$ este semantic deductibil din $\{A_n\}$ dacă și numai dacă orice model pentru $\{A_n\}$ este model pentru $B$.

**TEOREMA COMPLETITUDINII CALCULULUI PREDICATELOR**, teoremă demonstrată de Gödel (1930): orice formulă logic adevărată exprimabilă în limbajul predicatelor de ordinul unu este demonstrabilă în sistemul H-A. (Evident luăm ca reper sistemul H-A, altfel teorema se poate demonstra și pentru eventuale alte axiomatizări ale logicii predicatelor). Demonstrația apelează la formele normale Skolem și la metoda inducției matematice. (D. Hilbert, W. Ackermann, *Grundzüge der theoretische Logik*, 1946).

**TEOREMA DEDUCȚIEI.** Dacă $A_1, \ldots, A_n \vdash B$ atunci $A_1 \rightarrow (A_2 \rightarrow \rightarrow ( \ldots - (A_n \rightarrow B) \quad ))$ Pentru $n = 1$ avem o formulare mai scurtă: Dacă $A \vdash B$ atunci $A \rightarrow B$. Aceasta înseamnă că dacă o formulă $B$ este *deductibilă* (= *derivabilă*) din $A$ atunci este adevărat că $A \rightarrow B$. Aceasta corespunde cu regula introducerii implicației în *calcul natural (v.)*:

$$\frac{\Gamma \vdash A}{\Gamma \rightarrow A}$$

Demonstrația **t. d.** se face în funcție de sistemul de axiome și respectiv de noțiunea de *deductibilitate formală (v.)* (derivabilitate) din sistem. Pentru calculul propozițiilor teorema a fost deja demonstrată (*v. inducția matematică*). O demonstrație analoagă se dă pentru calculul predicatelor. **T. d.** este un mod mai economic de a demonstra formule, ea ne scutește de a utiliza regulile sistemului axiomatic.

**TEOREMA DE INDECIDABILITATE A LUI CHURCH** (1936), teoremă conform cu care logica predicatelor de ordinul unu este indecidabilă, exact spus, nu este *recursiv rezolvabilă*.

**TEOREMA IDENTITĂȚII ȘI DIFERENȚEI**, teoremă a T F A:

$$((p = q) \rightarrow (p \neq q)) \equiv (p \neq q) \text{ și}$$
$$(p \neq q) \rightarrow (p = q)) \equiv (p = q)$$

Se poate generaliza la identitate și diferență în genere.

**TEOREMA INEXPRIMABILITĂȚII.** Tarski a formulat următoarea teoremă în legătură cu limitele exprimabilității: dacă o teorie $T$ conține formula $Sb\left\{\begin{matrix} v_1 \\ v_2 \end{matrix}\right\} = v_3$ atunci proprietatea formulei de a fi adevărată în $T$ nu este exprimabilă în $T$. Conform cu distincția între limbajul obiect și metalimbaj propozițiile care vorbesc despre alte propoziții nu pot apare în limbajul obiect, or, propoziția care spune că „formula este adevărată în $T$" este tocmai o astfel de propoziție.

**TEOREMA JUSTIFICĂRII AXIOMATIZĂRII:** orice teoremă în sens sintactic este teoremă în sens semantic

**TEOREMA LUI GÖDEL (DESPRE INDECIDABILITATEA SISTEMELOR DE TIPUL „PRINCIPIA MATHEMATICA").** Gödel a arătat că prin procedeul aritmetizării pot fi construite propoziții care deși sînt adevărate nu sînt demonstrabile nici ele nici negațiile lor în sisteme de tipul *Principia mathematica*. Pentru a demonstra existența unor propoziții indecidabile Gödel a reformulat *Principia Mathematica*. El a dat și o demonstrație neformalizată (pe aceasta o vom reda mai jos). Vom numi semn de clasă orice expresie funcțională (de tipul $F(x)$) care determină o clasă. Astfel „Par$(x)$" este un semn de clasă, ea determină *clasa numerelor pare*. Formăm mulțimea semnelor de clasă $\{\alpha_1, \alpha_2, \ldots \alpha_n, \ldots\}$ mulțime care este infinită, ordonată și numărabilă. Deoarece conform cu relația de ordine fiecare semn de clasă ocupă un și numai un loc în șir, de ex., $n$, noi putem construi o expresie $R(n)$ pentru respectivul semn de clasă, unde $R$ este relația de ordine, iar $n$ este locul ocupat de semnul de clasă. Atît noțiunile de „semn de clasă" cît și „relația de ordine" pot fi definite în sistemul *P.M.* Expresia de forma $[\alpha ; n]$ desemnează substituirea în semnul $\alpha$, a variabilei libere cu numărul de ordine $n$. De ex., dacă Par(x) ocupă locul 10 atunci [Par(x); 10] va însemna Par(10). Se înțelege că nu e obligatoriu ca numărul de ordine să fie par, putem avea de ex., 13. $[\text{Par}(x) ; 13] \equiv \overline{\text{Par}(13)}$. Definim apoi clasa K de numere naturale astfel: (1) $n \in K \equiv \overline{\text{Bew}}\ [R(n) ; n]$ (unde Bew este o prescurtare de la cuvîntul german *beweisbar* = demonstrabil, iar bara indică negația). Clasa $K$ va fi reprezentată în mulțimea semnelor de clasă prin semnul $S$ care va avea ca expresie de ordine pe $R(q)$; $S = R(q)$. Evident $[S ; q]$ va însemna $q \in K$. Se arată apoi că formula $[R(q) ; q]$ deși este adevărată nu este decidabilă.

Presupunem Bew $[R(q) ; q]$. Aceasta va însemna $q \in K$. Substituim in formula (1) pe $n$ cu $q$ și obținem (2) $q \in K \equiv \overline{\text{Bew}}\ [R(q) ; q]$. Prin modus ponens detașăm: $\overline{\text{Bew}}\ [R(q) ; q]$ ceea ce contrazice presupunerea noastră. Presupunem apoi: $\overline{\text{Bew}}\ [R(q) ; q]$. Aceasta va însemna $q \notin K$. Substituind pe $q$ pentru $n$ în (1) obținem: (3) $q \notin K \equiv \overline{\overline{\text{Bew}}}\ [R(q) ; q]$. Din (3) prin modus ponens deducem $\overline{\overline{\text{Bew}}}\ [R(q) ; q]$ adică Bew $[R(q) ; q]$ ceea ce contrazice presupunerea. Prin urmare, nici afirmația și nici negația formulei $[R(q), q]$ nu este demonstrabilă. Printr-un raționament metateoretic se arată că $[R(q) ; q]$ afirmă despre sine că este indemonstrabilă. Cu alte cuvinte este o formulă de forma: $p$ = Ind(„$p$") (unde „Ind" = indemonstrabil). Or încercarea de a demonstra a arătat că ea este într-adevăr indemonstrabilă.

**TEOREMA LUI MIHĂILESCU,** teoremă de evaluare formulată de logicianul român Eugen Mihăilescu pentru logica echivalenței: o formulă care nu conține alți operatori decît echivalența este lege logică dacă fiecare variabilă a formulei intră de un număr par de ori în formulă. Ex. $((p = q) = p) = q$ este o lege logică. Echivalența fiind comutativă și asociativă această formulă poate fi adusă la forma ei normală care este principiul identității (Gh. Enescu):

$$(p = q) = (p = q)$$

$$\text{sau} \quad (p = p) = (q = q)$$

**TEOREMĂ,** (în sens restrîns) propoziție demonstrată într-un sistem axiomatic, (în sens larg) axiomă sau propoziție derivată într-un sistem axiomatic.

**TEOREME DE EVALUARE** (în calculul predicatelor), teoreme demonstrate în vederea rezolvării problemei deciziei. Le formulăm fără a da demonstrațiile.

1. Dacă o formulă cu $k$ variabile predicative $P_1, \ldots P_k$ este realizabilă într-un domeniu $D$ cu mai mult de $2^k$ elemente atunci ea este realizabilă într-un domeniu $D'$ cu cel mult $2^k$ elemente. Se poate da o formulare mai slabă pentru universal-valabilitate în $D$: dacă o formulă este universal-valabilă în $D$ ea este universal-valabilă și într-un domeniu $D'$ cu un număr mai mic de elemente.
2. Dacă o formulă cu $k$ variabile predicative (monadice) este universal-valabilă pe un domeniu $D$ cu $2^k$-elemente sau mai mult atunci ea este logic adevărată (adică universal-valabilă în orice domeniu). Demonstrînd una din cele două teoreme cealaltă devine corolarul celei demonstrate
3. Dacă o formulă este universal-valabilă într-un domeniu infinit numărabil precum și în orice domeniu finit, atunci ea este logic adevărată.
4. Dacă o formulă este universal-valabilă într-un domeniu infinit numărabil ea este universal-valabilă în orice domeniu nevid (*Teorema lui Löwenheim*).
5. Dacă o formulă este universal-valabilă într-un domeniu infinit numărabil, atunci ea este universal-valabilă în orice domeniu infinit. Aceasta este un caz particular al teoremei lui Löwenheim.
6. Din teorema lui Löwenheim decurg: a) dacă o formulă este universal-valabilă în domeniul numerelor naturale atunci ea este universal-valabilă într-un domenin infinit nenumărabil; b) dacă formula este realizabilă într-un domeniu infinit nenumărabil ea este universal-valabilă în domeniul numerelor naturale; c) dacă o formulă este realizabilă într-un domeniu infinit ea este realizabilă și într-un domeniu numărabil; d) dacă o formulă este realizabilă într-un domeniu nevid ea este realizabilă și într-un domeniu infinit numărabil.
7. Dacă o formulă este universal-valabilă într-un domeniu infinit ea este universal valabilă într-un domeniu infinit numărabil și există un număr $k$ astfel că formula este adevărată în orice domeniu cu $k$ sau mai multe elemente. Teorema lui Löwenheim a fost generalizată în următorul mod de către Skolem
8. Dacă o clasă de formule este simultan realizabilă într-un domeniu nevid ea este simultan realizabilă în orice domeniu infinit numărabil W. Ackermann unifică teoremele 5 și 7.

**TEORIA FUNCȚIILOR DE ADEVĂR** (presc. TFA), capitol al *logicii propozițiilor (v.)* studiază legile de raționare cu forme de propoziții compuse in dependență de valorile logice (adevăr, fals). În funcție de numărul de valori logice avem teoria bivalentă (logica bivalentă) sau teoria $n$ — valentă (logica $n$-valentă) *(v. Funcție de adevăr)*. TFA bivalentă este cel mai cuprinzător capitol al logicii propozițiilor, în sensul că cuprinde maximum de legi ale acestei logici. Din punct de vedere matematic ei îi corespunde o structură de ordine numită *algebră booleeană (v.)*.

**TEORIA MODELELOR**, teoria corelațiilor între sistemele formale și interpretarea lor. Nucleul clasic îl reprezintă **t. m.** logicii predicatelor de ordinul unu După C C. Chang și H. J. Kreisler **t. m.** este algebra universală + logica **T. m.** studiază corelația dintre sintactic și semantic. **T. m.** presupune a) cunoașterea teoriei mulțimilor și teoriei structurilor, b) cunoașterea limbajelor formalizate și resp. al sistemelor formale (sintaxa și reprezentările ei), c) studiul prin modele al proprietăților semantice ale celor mai importante limbaje formalizate (de ex calculele logice, formalismul

matematic ş.a.). Semantica construită cu ajutorul t. m. bazată pe *algebre* este *semantica algebrică*. Spre deosebire de aceasta avem semantica *lumilor posibile* (semantica relativă) care s-a dezvoltat în special în legătură cu logicile modale.

**TEORIA PROBABILITĂȚILOR**, teorie matematică al cărei scop este studiul evenimentelor aleatoare Există anumite legături între **t.p.** şi logică (v. *Logica probabilistică*), fapt care impune cunoaşterea de către logicieni a acestui capitol din matematică Se porneşte de la noțiunile de *experiment* (= probă) şi *eveniment* care succede experimentului. Unui experiment îi pot urma mai multe evenimente, nici unul dintre ele neputîndu-se înscrie într-un sistem de condiții necesare şi suficiente încît să poată fi prevăzut. Pentru exemplificare vom considera experimentul aruncării a două zaruri — unul roşu şi altul alb. După fiecare aruncare vor apare două fețe. În total sînt posibile 36 de evenimente. Notînd cu *r* — zarul roşu şi cu *a* — zarul alb vom reprezenta totalitatea acestor rezultate într-un tabel.

| r \ a | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 |
| 2 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 |
| 3 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 |
| 4 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
| 5 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 |
| 6 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 |

După modul în care am definit „evenimentul elementar" sînt posibile 36 de evenimente (11 12, ..., 66). Dacă evenimentul elementar ar fi definit altfel, numărul de evenimente elementare ar putea fi altul. Totalitatea evenimentelor elementare va fi numită *spațiul de evenimente* şi se va nota cu $S$. În cazul nostru $S = \{11, 12, \ldots, 66\}$ în studiul evenimentelor aleatoare putem porni de la experimente aproape ideale cum este cel indicat în care se presupune că a) zarurile sînt perfecte şi b) condițiile de aruncare rămîn neschimbate (ceea ce constituie două idealizări) sau putem porni de la *frecvența* evenimentelor într-una sau mai multe *serii de experimente* observate (punctul de vedere statistic, empiric, inductiv). Pentru intuitivitate considerăm un experiment „ideal" care în plus presupune *echiposibilitatea* evenimentelor. Expresiile pentru experiment sau pentru evenimente sînt *predicate* sau *funcții predicative* cărora le corespund ca extensiuni mulțimea experimentelor (de acelaşi tip) efectuate şi, respectiv, mulțimile de evenimente. Pe lîngă evenimentele elementare vom considera evenimentele compuse. De ex. „cade r = 6" şi „cade a = 5". Orice submulțime a spațiului va constitui un eveniment, totalitatea acestor submulțimi fiind egală cu *mulțimea potențială* (v.) a spațiului pe care o notăm cu $P(S)$ şi o numim *cîmp de evenimente*. Printre evenimentele cîmpului se află evenimentul vid (∅) şi evenimentul total ($S$). Un eveniment poate avea două stări: *se realizează* sau *nu se realizează*. Trebuie să distingem însă între o unică efectuare a experimentului şi mai multe efectuări. La

o singură aruncare cu zarurile se realizează un singur eveniment, la un număr suficient de mare se realizează toate, evident cu frecvențe diferite. La o creștere foare mare a nnmărnlui de experimente evenimentele tind să se realizeze cu aceeași frecvență, adică tind să atıngă posibilitatea ideală de realizare pe care o au în legătură cu o singură efectuare a experimentului, în exemplul nostru 1/36. Fiecare eveniment care aparține cîmpnlui este realızabıl. Corespunzător cu evenimentele vom introduce noținnea de *funcție de evenimente*. Notăm evenimentele cu $A, B, C, \ldots$ și introducem următoarele fnncții de evenımente · a) evenimentul complementar ($\bar{A}$), b) intersecția de evenimente ($A \cap B$), c) reuniune de evenimente ($A \cup B$), d) exclndere de evenimente ($A \oplus B$), e) implicație de evenimente ($A \Rightarrow B$) și f) echivalență de evenimente ($A \Leftrightarrow B$). (1) $\bar{A}$ este evenimentul care se realizează atunci numai cînd nu se realizează $A$ (de ex dacă evenimentul $A$ este definit prin $r = a$, adică cele două fețe au același număr, atunci evenimentul complementar va fi $r \neq a$. Sub raportul exteusiunii „$r = a$" corespunde cu toate dublele (11, 22, . 66), în timp ce „$r \neq a$" corespunde perechılor de numere diferıte ( ex. 12, 21 etc ) (2) $A \cap B$ este evenımentul care se realizează nnmai cînd se realizează atît $A$ cît și $B$. De ex. „$r = a$" și „$r + a = 4$" se realizează simuitan numai pentru evenimentul 22. Din punctul de vedere al extensinnii intersecția de $r = a$ cn $r + a = 4$ este evenimentnl 22, deci $A \cap B = \{22\}$ în acest caz. (3) $A \cup B$ este evenimentul care se realizează atunci și numaı atuncı cînd se realizează cel puțin unul din evenimentele $A$, $B$ Evenımentele $r = a$ și $r + a = 4$ formează o reuniune ale cărei elemente sînt: $\{11, 22, 33, 44, 55, 66, 13, 31\}$. (4) $A \oplus B$ este evenimentul care se realizează cînd numai unul din cele donă evenımente $A$, $B$ se realizează. De ex. evenimentele „$a = r$" și „$a \neq r$" nu se pot realiza simultan, ci *sau* unul *sau* celălalt. La fel evenimentele „$r + a = 5$" şı „$r + a = 4$". În acest caz $A = \{14, 41, 23, 32\}$ ıar $B = \{13, 31, 22\}$. (5) $A \Rightarrow B$ este evenımentnl care se realizează dacă $B$ se realizează ori de cîte ori se realizează $A$. Dacă $A$ este $r + a = 4$ și $B$ este $r \leqslant 3$ este evıdent că orı de cîte ori se realizează $A$ se realızează $B$. (6) $A \Leftrightarrow B$ este evenimentul care se realizează dacă $A$ și $B$ se realizează împrennă sau nu se realizează împreună. Evenımentele „$r + a = 3$" și „$r \leqslant 2$ și $a \leqslant 2$", sint echivalente Notînd realizat cu + și nerealızat cu —, analogia cn *funcțiile de adevăr* (v ) ıese ușor in evidență. Exemplificăm:

| A | $\bar{A}$ |
|---|---|
| + | — |
| — | + |

| AB | $A \cap B$ |
|---|---|
| ++ | + |
| +— | — |
| —+ | — |
| —— | — |

| AB | $A \cup B$ |
|---|---|
| ++ | + |
| +— | + |
| —+ | + |
| —— | — |

Pe lîngă funcțiile indicate definim relația de incompatıbılitate Incomp. $(A, B) = A \cap B = \emptyset$. Evenimentele elementare sînt evident incompatibile, căci ele se exclud. Reținem in contınnare relațiıle: (7) $\bar{S} = \emptyset$; (8) $S = A_1 \oplus A_2 \oplus \ldots \oplus A_n$ (nnde $A_1, A_2, \ldots, A_n$ sînt evenımente elementare); (9) $A \cap \bar{A} = \emptyset$; (10) $A \cap O = \emptyset$, (11) $A \cup \emptyset = A$. Probabilitatea unui evenıment $A$ se notează cu $P(A)$ $P(A) = \frac{m}{n}$ (unde $n$ este numărul de evenimente elementare, ıar $m$ este numărul de cazuri în care se realizează $A$). De ex. $P(r = a) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Fiecare eveniment

elementar are probabilitatea de $\frac{1}{36}$ în exemplul nostru. În general, probabilitatea se definește implicit prin axiomele (formulate de Kolmogorov). (12) (a) $P(A) \geq 0$ (axioma nenegativității); (b) $P(S) = 1$; (c) $P(A \oplus B) = P(A) + P(B)$. Numărul $P(A)$ satisface deci relația $0 \leq P(A) \leq 1$, cu alte cuvinte el se află cuprins în intervalul $\{0, \ldots, 1\}$. Probabilitatea spațiului $P(S)$ este 1, căci $S$ este totalitatea evenimentelor elementare $n$, $P(S) = \frac{n}{n} = 1$. La rîndul său $P(\emptyset) = 0$. (13) $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$. Prin definiție $P(S) = P(A) + P(\bar{A})$, deci $P(\bar{A}) = P(S) - P(A) = 1 - P(A)$ (conf. cu ax. 12(b). (14) $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$. Aceasta se justifică prin definiția reuniunii care constă din totalitatea elementelor lui $A$ și $B$ scăzut partea comună care apare de două ori (odată în $A$ și o dată în $B$). (15) Evenimente independente: $Ind\ (A, B) \equiv. P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$. Exemple pentru (14) și (15). Dacă luăm $r \leq 3$ și $a \leq 2$ mulțimile corespunzătoare se vor intersecta fără să se subordoneze. Albul va cuprinde coloanele 1 și 2, iar roșul rîndurile 1, 2, 3. Intersecția va cuprinde evenimentele {11, 12, 21, 22, 31, 32}. Funcția $r \leq 3$ cuprinde 3 rînduri deci 18 evenimente, iar funcția $a \leq 2$ va cuprinde 2 coloane, deci 12 evenimente. De unde $P(A) = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$ și $P(B) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$. $P(A \cap B) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$. Se vede că $A$ și $B$ sînt independente, căci $P(A \cap B) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$. Probabilitatea reuniunii va fi $P(A \cup B) = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right) - \frac{1}{6} = \frac{5}{6} - \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$. (16) Dacă $Ind\ (A, B)$ atunci $Ind\ (A, \bar{B})$, $Ind(\bar{A}, B)$, $Ind\ (\bar{A}, \bar{B})$ (17) Probabilități condiționate. Dacă un eveniment $A$ se realizează în condițiile unui eveniment $B$ — simbolic $A/B$ — probabilitatea se va calcula după formula $P(A/B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)}$. Fie evenimentele $x + y = 5$ și $r \leq 3$, al doilea fiind condiția. Primul eveniment cuprinde cazurile {23, 32, 14, 41}, al doilea eveniment cuprinde trei coloane, deci 15 cazuri. Intersecția lor cuprinde {23, 32, 14}. Ca urmare avem probabilitățile $P(A) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$, $P(B) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$, iar $P(A \cap B) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$. De aci $P(A/B) = \frac{1}{5}$. (18) *Teorema lui Bayes*. Fie $H_1, H_2, \ldots, H_n$ evenimente incompatibile a căror reuniune este egală cu spațiul $S$ și fie $E \neq \emptyset$ de asemenea un eveniment al spațiului. Se poate demonstra (prin inducție matematică), teorema

$$P(H_i/E) = \frac{P(H_i \cap E)}{P(H_1 \cap E) + \ldots + P(H_n \cap E)} = \frac{P(H_i \cap E)}{P(E)}$$

Formula se particularizează pentru fiecare $i$, numitorul rămînînd neschimbat. (V. și *număr aleator*).

**TEORIA STRATIFICĂRII**, variantă simplificată dată de Quine *teoriei tipurilor (v.)*. Se bazează pe următoarele reguli: a) utilizarea de variabile unificate (fără indici de tip): $x, y, z, \ldots$; b) stratificarea formulelor:

unei variabile îi corespunde un singur număr întreg în toate intrările în formulă şi variabila care stă după semnul $\in$ are număr mai mare decît cea care-l precede (numerele sînt subînţelese nu scrise). Astfel „$x \in y$ & & $y \in z$" este stratificată, dar „$x \in x$" nu este

**TEORIA TIPURILOR,** teorie dezvoltată de B. Russell în vederea reconstrucţiei logicii şi matematicii ca urmare a apariţiei paradoxelor logice în teoria mulţimilor. Uneori se înţelege prin **t. t.** teoria mulţimilor construită pe baza principiilor ierarhiei tipurilor. Principiile **t. t.** din perspectiva rezolvării paradoxelor sînt date în cele ce urmează. 1. Orice paradox logic este rezultatul unei definiţii în *cerc vicios* (în înţelesul de *definiţie nepredicativă (v.)*). Se pot formula noţiuni *în cerc* pentru diferite categorii: clase, însuşiri, relaţii, funcţii ş.a. Clasele şi funcţiile sînt cel mai frecvent invocate de Russell, în plus orice concept poate fi asociat într-un anumit mod cu cel de funcţie, încît funcţia este obiectul principal de studiu al **t. t.** 2. „Principiul cercului vicios" constă în interdicţia oricărei entităţi care este definită nepredicativ.
3. În vederea evitării construcţiilor *în cerc* introducem o serie de reguli de ierarhie a entităţilor de o anumită categorie astfel că fiecare entitate va aparţine unui *tip (v.)*, numerotarea tipurilor începînd cu 0 (zero): $t_0, t_1, \ldots t_n, \ldots$. Putem construi la infinit tipuri de entităţi fără a ajunge la entităţi în cerc. Procesul de construcţie are anumite asemănări cu cel aplicat în *definiţiile inductive (v.)*. De ex.: pentru clase, $t_0$: indivizi, $t_1$: clase de indivizi, $t_2$: clase de clase de indivizi, . . . . . . . . . . .
În acest fel nu vom ajunge niciodată la un concept cantorian ca „clasa tuturor claselor".
4. În vederea respectării ierarhiei se aplică principiul: orice $t_n$ se poate aplica numai lui $t_{n-1}$ $(n>0)$ şi respectiv oricărui $t_n$ i se poate aplica numai $t_{n+1}$ $(n \geq 0)$. Aceasta este ceea ce Russell a numit „teoria simplă a tipurilor". El a considerat că pentru a rezolva paradoxele epistemologice (Ramsey), ca de ex., *paradoxul mincinosului (v.)* este nevoie de o teorie mai complicată „teoria ramificată a tipurilor" în care pe lîngă categoria de *tip* introduce pe cea de *ordin*. Ordinul, vizează, în special, funcţiile, anume funcţiile începînd cu $t_1$. 1. Orice matrice funcţională de indivizi (ca şi propoziţiile de indivizi) este de ordinul unu. De ex.: $F(x)$, $\forall x\ F(x)$, $\exists x\ F(x)$, $\forall x\ Om(x)$. 2. Notînd cu $\Phi_1(x)$ toate funcţiile şi propoziţiile de ordinul unu, obţinem prin cuantificarea lui $\Phi_1$ funcţii de ordinul doi etc. Astfel, în cadrul tipului unu vor fi de ordinul unu: $Par(x)$, $\exists x\ Par(x)$, $F(x)$, $\exists x\ F(x)$, $\forall x\ F(x)$. Introducem o variabilă pentru astfel de *funcţii* fie $\Phi_1$. Marcăm faptul că e „funcţie de individ" prin $\Phi_1(x)$. Aserţiunea $\forall\Phi_1\Phi_1(x)$ (adică „pentru orice $\Phi_1$, $\Phi_1$ are loc despre $x$") este de ordinul doi. Mulţimea funcţiilor de ordinul $n$ constituie argumente pentru funcţiile de ordinul $n + 1$. Aceasta este valabil în cadrul fiecărui tip.

Fie funcţiile de tipul doi $\varphi(F(x))$. Vor fi de ordinul unu $\varphi(F(x))$, $\exists F\varphi(F(x))$, $\forall F\varphi(F(x))$ etc. Le notăm cu $\Phi_1(F)$. Cuantificarea lui $\Phi_1$ va da funcţii de ordinul doi, de ex.: $\forall\Phi_1\Phi_1(F)$, în cadrul tipului doi. În raport cu ordinul funcţiilor se disting funcţii predicative şi funcţii nepredicative. Cuantificînd un argument de ordinul $n - 1$ al unei funcţii de ordinul $n$, obţinem o funcţie nepredicativă. Fie funcţia $\forall\Phi_1\Phi_1(F)$. Cuantificînd pe $F$ obţinem funcţii nepredicative, de ex., $\forall F\ \forall\Phi_1\Phi_1(F)$. Ceea ce vrea să elimine Russell prin ierarhia ordinelor sînt expresii ca „toate proprietăţile lui $a$", „toate funcţiile de $a$", „toate propoziţiile" şi să le înlocuiască cu „toate proprietăţile de ordinul $n$", „toate propoziţiile de ordinul $n$" etc. Teoria ramificată a tipurilor aduce cu sine complicaţia că elimină multe propoziţii matematice

*nepredicative* care nu duc totuşi la paradoxe. Pentru a reintroduce astfel de propoziţii Russell a formulat *axioma reductibilităţii (v.)* Pe de altă parte, s-a constatat că introducerea categoriei de *ordin* pe lîngă cea de *tip* nu este de nici un folos, că ne putem limita la teoria simplă a tipurilor.

**TEORIE,** termen sistematic ambiguu desemnînd, pe de o parte, o mulţime de informaţii despre un domeniu de obiecte, iar, pe de altă parte, o mulţime de informaţii despre un domeniu de obiecte, mulţime organizată după anumite criterii logice. Astfel vom spune „t. euclidiană a spaţiului" sau „t. geometrică din *Elementele* lui Euclid" sau „t. geometrică dezvoltată de Hilbert în *Bazele geometriei*". În primul caz, avem sensul de domeniu, în celelalte sensul de mulţime de propoziţii organizate logic (anume axiomatic). Deosebirea logică între cele două sensuri este evidentă prima este o mulţime de propoziţii *în care nu contează ordinea* lor, a doua este o mulţime de propoziţii *în care contează ordinea logică.* Fie, de ex., o mulţime $\{p, q, r\}$ de propoziţii în care ordinea nu contează. Stabilind între ele anumite relaţii logice (deductive) putem obţine diferite t. în sensul doi, de ex.:

$$A = \left\{\frac{p}{\begin{matrix} q \\ r \end{matrix}}\right\} \quad B = \left\{\frac{\begin{matrix} q \\ r \end{matrix}}{p}\right\} \quad C = \left\{\frac{\begin{matrix} r \\ p \end{matrix}}{q}\right\}$$

*A, B, C* vor fi *echipotente informaţional* în sensul că ele conţin exact aceleaşi propoziţii, dar ele diferă logic deoarece ordinea deductivă este diferită: în *A*, *q* şi *r* se deduc din *p*, în *B*, *p* se deduce din *q* şi *r*, în C, *q* se deduce din *r* şi *p*. De notat este că ceea ce uneşte propoziţiile într-o t. în primul sens este faptul că ele sînt *despre acelaşi domeniu de obiecte* T. numerelor naturale este despre mulţimea numerelor naturale şi ea poate fi structurată logic în multe feluri.

**TERMEN** (lat *terminus*-limită, sfîrşit) (**1.** În semiotică). Tip de expresie care are ca funcţie principală funcţia denotativă (nu şi funcţie asertivă, judicativă). Desemnează obiecte concrete sau abstracte În limbajele formalizate t. sînt definiţi exact prin regulile de formare, ei coincid cu semnele care au semnificaţie independentă complet în *L*. În limbajul natural, categoria t. nu e definită precis Logicienii evului mediu numeau t. cu semnificaţie independentă (de ex , *Socrate, om, animal*) t. *categorematici*, dar ei introduceau printre t. şi cuvintele de legătură, aşa-numiţii t. *sincategorematici* (de ex., *şi, sau, nu, dacă, fiecare, unii, numai, cu excepţia*). În semiotica logică se poate conveni să folosim operatorii ca denumiri pentru operaţii, de ex , „+" pentru adunare, „&" pentru conjuncţie. Semantic se presupune că orice t. are *denotat (v.)* şi *sens (v )* T. au, de asemenea, *extensiune (v.)* şi *intensiune (v.)* Pentru Carnap perechea extensiune-intensiune diferă de perechea denotat-sens, ceea ce nu e cazul pentru majoritatea logicienilor

**2.** (În teoria relaţiilor) Obiect aflat în relaţie cu alt obiect Se spune astfel că *x* şi *y* sînt termeni ai relaţiei *x R y* Concret *Caius* şi *Marius* sînt termeni ai relaţiei Caius este fratele lui Marius.

**3.** (În silogistică) Denumirea pentru subiectul sau predicatul unei judecăţi de forma „S este P".

**TERMEN MEDIU,** termen care mediază între subiectul şi predicatul unei concluzii într-un silogism de tip *A E I O*. El apare numai în premise şi după poziţia sa în premise se clasifică modurile silogismului în cele patru figuri.

**TERMEN VID,** termen căruia nu-i corespunde un *denotat* sau, altfel spus, are o extensiune vidă. Exemple: „pătrat rotund”, „inorog”, „cel mai mare număr natural”. Unii termeni sînt *logic vizi* (de ex. „pătrat rotund”) alții sînt *factual vizi* (de ex., „inorog”). Dacă un termen este logic vid el este, evident, și factual vid (reciproca nu este adevărată). Definiția t.v. cuprinde proprietăți logic incompatibile, respectiv nereale.

**TERMENI EXTREMI,** termenii care în concluzie joacă rol de subiect și, respectiv, de predicat se numesc *extremi* în raport cu *termenul mediu (v.)*. Subiectul apare în minoră și se numește „termen minor” iar predicatul în majoră și se numește „termen major” (v. *silogism simplu*).

**TEZA LUI CHURCH** (1935), teză formulată de Church, în 1935, în conformitate cu care ideea intuitivă de *efectivitate* este identică cu ideea matematică de *recursivitate*.

**TIP,** categorie pentru ierarhizarea entităților (clase, funcții, însușiri, relații ș. a.) în *teoria tipurilor* (v.). Indivizii au tipul zero, clasele de indivizi, funcțiile de indivizi, însușirile de indivizi, relațiile de indivizi — tipul unu; clasele de clase de indivizi, funcțiile de funcții de indivizi etc. au tipul doi ș. a. m. d.

**TRADUCEREA PROPOZIȚIILOR DE FORME A, E, I, O.** Propozițiile din sistemul silogistic (*A E I O*) pot fi traduse în alte sisteme, ca de ex., în logica predicatelor și logica claselor. a) Traducerea în logica predicatelor se face prin formulele: $T\,S - P \equiv \forall x(Sx \rightarrow Px)$; $T\,S \not- P \equiv \forall x\,(Sx \rightarrow \bar{P}x)$; $U\,S - P \equiv \exists x\,(Sx \,\&\, Px)$; $U\,S \not- P \equiv \exists x\,(Sx \,\&\, \bar{P}x)$. b) Traducerea în logica claselor se face prin următoarele formule: $T\,S - P \equiv \cap\, S \subset P$; $T\,S \not- P \equiv S \subset \bar{P}$; $U\,S - P \equiv S \cap P \not\equiv \Phi$, $U\,S \not- P \equiv S \cap \equiv \bar{P} \not\equiv \emptyset$.

**TRANZITIVITATE** (presc. *Trans*), proprietate formală de relații. Se definește astfel: $Trans(R) = \forall x\ y\ z\ ((x\ R\ y \,\&\, y\ R\ z) \Rightarrow x\ R\ z)$. Relațiile $=, \equiv, \sim, ||, \rightarrow, <$ sînt tranzitive. De ex.: $((p \rightarrow q) \,\&\, (q \rightarrow r)) \rightarrow (p \rightarrow r)$.

**TREBUIE,** termen utilizat în contextul „*x trebuie* să facă *p*”, avînd trei semnificații: **1.** este necesar ca *x* să facă *p* (raportare ontică), **2.** *x* este constrîns (de cineva) să facă *p*, **3.** *x* este obligat (prin normă) să facă *p*.

# U

**U,** simbol pentru judecăţile modale cu modusul şi dictumul negative; (ex „Nu este necesar non-p").

**UNIVERSAL-VALABILITATE** (resp. *universal-valabil* sau *universal-adevărat*), proprietate a unor formule de a fi adevărate pentru orice interpretare corectă. Termenul îşi are originea în limba germană (la Hilbert ş.a.). Pentru formulele logice, cel puţin în actuala utilizare în limba română, coincide cu *validitate (v.)*. Definiţia poate fi dată şi în funcţie de structura formulelor. De asemenea, termenul poate fi particularizat în dependenţă de natura limbajului formulelor şi de extensiunea domeniului de interpretare. În acest fel, *predicatele de valoare (v.)* au proliferat mult în logică faţă de limbajul obişnuit unde ne mulţumim cu *adevărat* (şi resp. *fals*).

**UNIVOCITATE,** proprietate a unor relaţii definită prin aceea că între domeniul şi codomeniul relaţiei se stabileşte o corespondenţă univocă. Astfel relaţia „*x* este fiul lui *y*" este univocă deoarece fiecare fiu are un singur tată.

**UTRAQUE PRAEMISSA NEGET NIL INDE SEQUETUR** (lat. „din două premise negative nu urmează nimic") regulă a silogismului simplu *(v. silogismul simplu)*.

**UZ ŞI MENŢIONARE,** distincţia între două funcţii ale aceleiaşi expresii prima este utilizarea expresiei în raport cu înţelesul său (de ex.: „*omul* este animal raţional"), a doua *(menţionarea)* este simpla invocare a expresiei (de ex., *citarea*) ca în expresia „*omul* este format din două silabe".

# V

**VALIDITATE** (resp. *valid*), termen sinonim cu *valabilitate logică*, preluat din limba engleză (*validity*) pentru acest uz special; proprietate a unor formule logice de a fi adevărate pentru orice interpretare corectă. Pentru logica funcţiilor de adevăr *expresia validă* coincide cu *tautologia*. De asemenea, coincide cu termenul inspirat de limba germană *universal-valabilitate* (adică „ceea ce este universal-adevărat"). Definiţia exactă se dă ţinind seama de structura expresiilor (de gradul de cuantificare — total cuantificate, parţial cuantificate, total necuantificate) (v. *universal-valabilitate*).

**VALOARE** (în matematică şi logică), denotatul semnelor sau expresiilor variabile. Termenul a trecut din matematică (valori numerice) în logică (valori logice sau, în genere, valori ale expresiilor logice). Se mai spune (în particular) „valoare a variabilelor" sau „semnificaţie a variabilelor" (resp. „valoare a funcţiei" sau „semnificaţie a funcţiei"). În contextele logice este sinonim cu *valenţă*, termen mai rar utilizat. În schimb de la *valenţă* se formează termenul *echivalenţă* (*v.*), adică echi-valenţă (= valoare identică). **V.** (variabilelor, formulelor) sînt obiecte fizice sau abstracte (de ex.: indivizi fizici, numere, valori logice). (*V.* şi *Valoare logică*).

**VALOARE LOGICĂ**, proprietăţile de *adevăr* (*v.*) tratate ca obiecte abstracte şi considerate ca denotat al variabilelor propoziţionale sau expresiilor funcţionale. Termenul este preluat, prin generalizare, din algebră (de ex., valori numerice). Pentru a le deosebi de predicatele de adevăr se notează prescurtat, de ex.: cu v (iniţiala cuvîntului latinesc *veritas*) şi f (iniţială de la *falsitas* sau şi de la *fals*) şi se introduce cu ajutorul contextelor: „variabila (funcţia) ia valoarea logică", „variabila (funcţia) are denotatul" „expresia logică desemnează (se referă la) valoarea logică". Domeniul **v. l.** constă din mulţimea **v. l.** presupuse pentru limbajul logic dat. În logică există şi valori ale variabilelor care nu sînt **v. l.**, de ex., *indivizi*, valori derivate de la alte proprietăţi decît proprietăţile de adevăr (*v variabilă*).

**VARIABILĂ** (sau **SEMN VARIABIL**). În matematica tradiţională prin **v.** se înţelege *mărime* **v.** (in opoziţie cu *mărimile constante*). A. Church consideră că expresia „mărime variabilă" este lipsită de sens. Logica simbolică înţelege prin **v.** un tip de semn (elementar) opus semnului *constant*, anume semnul pentru care nu este indicat *denotatul* (altfel spus *valoarea*) ci doar *domeniul de semnificaţie* (*v.*) De ex., în limbajul predicatelor $x$, $y$, $z$, ... sînt **v.** relative la *domeniul indivizilor*. De aci denumirea de **v.** *individuale*. **V.** apar, de regulă, în limbajele simbolice, dar există cuvinte **v.** şi în limbile obişnuite (de ex.: pronumele). Deoarece unele şi aceleaşi inscripţii grafice pot fi utilizate în diferite limbaje, se defineşte „**v.** în L" şi se indică domeniul de semnificaţie. Cînd se dă o semnificaţie precisă **v.** spunem că „**v.** ia valoarea (semnificaţia) — — —"; de ex., $x$ în limbajul aritmetic ia **v.** 2. Faptul că **v.** $x$ ia o valoare determinată, să zicem $a$, se scrie de regulă ca o egalitate $x = a$ Deşi se citeşte „$x$ este egal cu $a$"

nu trebuie înțeles că avem același semn ca și în cazul unei egalități între numere (de ex.: $2 + 3 = 5$), ci exact în sensul de „*x* ia valoarea *a*". Operația formală specifică v. este *substituția (v.)*. Dacă limbajul conține și semne (nume) pentru valorile (determinate) atunci avem două feluri de substituții — substituție cu semne constante (= cu semnificație determinată în domeniul de valori) și substituție cu alte expresii din limbaj (se precizează care anume). Dacă limbajul nu conține astfel de semne determinate atunci în cazul corelării v. cu valori determinate vom vorbi de *aplicație* a v. Se înțelege că orice *aplicație* se face prin intermediul unor *constante* dintr-un limbaj adecvat. Demn de remarcat este că uneori v. pot fi folosite și pentru operatori (v. operaționale). V. operaționale (sau operatorii variabili) au fost introduse de Lesniewski *(v. prototetica)*. V. sînt de diferite tipuri variabile de indivizi — tip zero, variabile de proprietăți de indivizi — tip unu, variabile *de proprietăți de proprietăți* de indivizi — tip doi etc. (v. Tip).

**VOALATUL.** Sofism elaborat de Eubulid din școala megarică, „Spui că îl cunoști pe fratele tău, dar omul cu fața acoperită care tocmai a intrat este fratele tău și tu nu-l cunoști". Sofismul se bazează pe dublul înțeles al verbului *a cunoaște*.

# INDICE DE TERMENI ŞI SIMBOLURI

## A

*D*

*E*



*F*

*M*

## Q



## *R*

*S*

*p*, *q*, *r*, ... variabile propoziţionale
*x*, *y*, *z*, ... variabile individuale
*F*, *G*, *H*, ... variabile predicative
*f*, *g*, *h*, ... variabile funcţionale
*A*, *B*, *C*, ... *X*, *Y*, *Z*, ... variabile pentru mulţimi
*A*, *B*, *C*, ... variabile pentru formule
A (p 7), E (p 100) I (p. 142), O (p. 261) U (p. 368) — simboluri constante pentru forme de judecăţi
*a*, *e*, *i*, *o* — operatori silogistici
v — valoarea adevăr
f — valoarea fals
*N*, *K*, *A*, *C*, *E* — operatori propoziţionali în simbolismul lui Lukasiewicz
*B*, *C*, *I*, *W*, *K*, *S*, Φ, ψ — combinatori
L — limbaj
ML — metalimbaj
TS—P toţi S sînt P
TS+P· nici un S nu e P
US—P unii S sînt P
US+P: unii S nu sînt P
¬, —, ~ simboluri pentru negaţie
& — conjuncţie
∨ — disjuncţie neexclusivă
→ — implicaţie materială
⥽ — implicaţie strictă
⇒ — implicaţie
=, ≡, ~, ↔, ⇔ — simboluri pentru echivalenţă
⊕, ≠ — excludere
\+ — sumă logică (disjuncţie neexclusivă)
/, ↗ — anticonjuncţie
↙ — antidisjuncţie
← — replicaţie
# — funcţie majoritară
∀ — cuantorul universal
∃ — cuantorul existenţial
∃! — cuantorul unicităţii
℩x — operatorul descripţiei
ŷx, x| — operatorul abstracţiei
N, □ — simboluri pentru necesitate
P, ◇ — simboluri pentru posibilitate
C — contingent
I — imposibil
⌣ — simbolul conversiunii relaţiilor
—, C A — simboluri pentru complementare
∩ — intersecţie
∪ — reuniune
∈ — apartenenţă
⊂ — incluziune
≡ — identitate de mulţimi
⇝ — corespondenţă univocă
~ — echivalenţa mulţimilor
≈ — asemănare
= — identitate
= df — semnul definiţiei
⊢ — asertare, deducţie

Redactor: DAN PETRE
Tehnoredactor: ANGELA ILOVAN

Coli de tipar 24.
Bun de tipar: 13.06 1985

ÎNTREPRINDEREA POLIGRAFICĂ CLUJ
Bdul Lenin 146
Republica Socialistă România
Comanda nr 537

